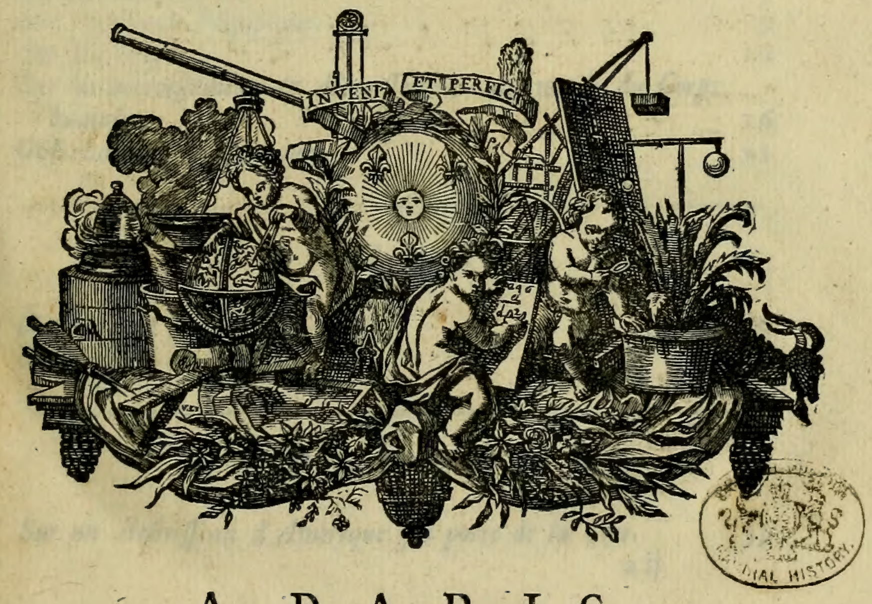
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXVII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHYMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE. 77

MECHANIQUE.



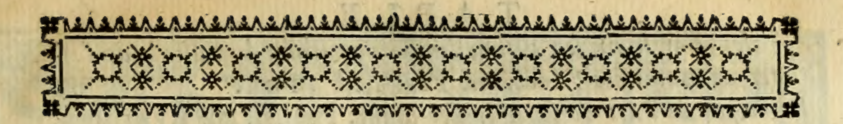


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.
Année M. DCCXXV.

PHYSIQUE GENERALE.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.



DANS la grande Mer qui eſt entre notre continent & l'Amerique, ordinairement on ne trouve plus de glaces dès le mois d'Avril en de-çà des 67 & 68 degrés de latitude ſeptentrionale, & les Sauvages de l'Acadie & du Canada diſent que quand elles ne ſont pas toutes fondues dans ce mois-là, c'eſt une marque que le reſte de l'année ſera froid &

pluvieux. Mais M. Deslandes qui depuis quelques années séjourne à Brest, & qui est en relation avec nos principales Colonies a sçû que cette année les glaces n'étoient pas fondues au mois de Juin, & que les vaisseaux François qui vont à la pêche de la morue, en ont trouvé des montagnes & des Isles flotantes par les 41 & 42 degrés de latitude, spectacle qui leur étoit nouveau. Le 15 Juin deux vaisseaux penserent être surpris de ces mêmes glaces à 45 degrés.

Il se pourroit que le froid ou le peu de chaleur de l'été qu'on a eu en Europe tînt à cette cause, du moins en partie. Les vents de sud & de sud-oüest ont assez régné, & M. Deslandes assûre qu'ils ont été constants en Bretagne depuis le 3 Mars jusqu'au 18 Juillet, sans jamais remonter au Nord, ce qui étoit extraordinaire. Ces vents-là qui auroient dû naturellement nous apporter des vapeurs chaudes, n'étoient chargés que de particules détachées de ces grands monceaux de glaces, qu'ils trouvoient en chemin hors de leur saison, & ces particules venoient se fondre ici en pluies abondantes. Les météores d'un pays dépendant souvent de ceux d'un autre, ils sont tous en commerce, quelque éloignés qu'ils soient.

II.

Le même M. Deslandes assûre que les maquereaux & les sardines, poissons très-communs en Bretagne, dès que le printems est venu, avoient entierement manqué en 1725. A leur place on en a eu une quantité prodigieuse d'une grandeur moyenne entre ces deux especes, & d'une figure qui tenoit des deux. Ils avoient de grandes écailles luisantes comme les sardines, les yeux, la bouche & la queue comme les maquereaux; ils ne sont décrits ni dans Rondelet ni dans Jonston; ils étoient tachetés de marques rouges, bleues & noires, qui s'effaçoient peu à peu, lorsqu'on les retiroit de l'eau. Les glaces, le froid de la Mer du nord pouvoient, si l'on veut, avoir empêché les maquereaux & les sardines de paroître sur la côte de Bretagne : mais quels étoient, d'ou venoient ces poissons inconnus, qui tenant des deux especes

qu'on ne voyoit point, sembloient vouloir les remplacer toutes deux à la fois?

III.

Le 13 Juillet vers le troisieme de la Lune, il y eut au Port de Flamenville en Normandie, vis-à-vis & à la vûe des Isles de Grenezé, un mouvement extraordinaire de la Mer, qui fut remarqué le long de la côte, & dans toute la baie ou anse de 3 lieues de large, depuis Flamenville jusqu'à Jobour.

Le tems étoit calme, le vent souffloit foiblement du sud-sud-oüest, la Mer avoit commencé à monter à 3 heures après midi, & sur cette côte elle monte de 10 pieds dans ces sortes de marées; elle en avoit déja monté 5, & il étoit entre 6 & 7 heures, lorsque tout d'un coup elle se retira de la hauteur d'environ ces 5 pieds, & en moins d'un demi-quart d'heure revint, & non-seulement y remonta, mais alla 10 pieds au-dessus, de sorte qu'elle étoit 5 pieds au-dessus de la plus haute élevation qu'elle dût avoir alors. En un autre demi quart d'heure elle baissa, & revint aux 5 pieds qu'elle avoit eûs lorsque son mouvement irrégulier avoit commencé. Enfin à 7 heures elle continua à monter à l'ordinaire pendant environ 2 $\frac{1}{2}$ heures, & il n'y eut plus rien de singulier dans son flux & reflux, ni ce jour-là ni les suivants.

On assûre que ce mouvement de la Mer ne s'est fait sentir ni à Cherbourg qui est à 9 ou 10 lieues par Mer à la droite de Flamenville, ni à Carteret qui est à la gauche à 6 lieues ni même au Rozel qui n'est pas éloigné de 3 lieues. C'est de M. l'Abbé de Saint Pierre que l'Académie tient tous ces faits, il les a recueillis de différentes lettres qu'il a reçues de ces pays-là.

Ce phenomene est de la même nature que celui qui arriva à Marseille le 29 Juin, 14 jours auparavant, & qui a fait tant de bruit, au lieu que celui de Normandie n'en a point fait du tout, quoiqu'il soit très-rare sur cette côte de Normandie, & qu'il ne le soit gueres sur celle de Provence ou de Languedoc. On a tant écrit sur ce phenomene célebre,

qu'il ſeroit inutile que nous en parlaſſions. Si on veut comparer les deux, on leur trouvera tant de conformité de circonſtances, que l'on ſera porté à juger qu'entre les explications différentes qu'on a données de celui de Marſeille, les meilleures ne ſont pas celles qui lui ſeroient trop particulieres, mais celles qui donneroient quelque cauſe plus générale. Telle ſeroit, par exemple, la direction long-tems continuée de certains vents, qui ayant élevé les eaux vers la côte, les laiſſeroit retomber bruſquement, parce qu'elle viendroit à ceſſer, ou ſeroit affoiblie par des vents contraires.

IV.

On avoit entaſſé dans un Moulin à Foulon de la ville d'Uſès pluſieurs piéces de ſerge blanche dite d'Alais, en attendant qu'on pût les dégraiſſer. Elles s'échaufferent en 12 ou 15 jours, ſans qu'il parût ni feu ni fumée; ſix pieces qui étoient au fond de toutes les autres, ſe mirent en fuſion, & furent réduites en une maſſe noire caſſante, luiſante, qui ſentoit la corne brûlée, ſe liquéfioit au feu, & s'allumoit à la chandelle; de ces ſix les trois premieres étoient entierement en charbon, ou en une eſpece de bitume, où l'on ne diſtinguoit plus de traces de l'étoffe, on en diſtinguoit dans les trois autres les différentes couches, & même les fils de la laine. M. le Fevre Medecin d'Uſès qui avoit fait part de ce phénomene à M. Pitot lui avoit auſſi envoyé deux différents morceaux de la maſſe totale ainſi conditionnés, que l'Académie a vûs.

V.

M. Bouguer habile Mathématicien, Profeſſeur en hydrographie au port du Croiſic, a fait ſçavoir à M. de Mairan que le 13 Janvier à 8 heures du ſoir il y eut en Bretagne un petit tremblement de terre fort court & peu étendu. Si ſur la carte de l'Evêché de Nantes faite par le P. Lambilles Jéſuite, on tire une ligne de la Roche-Bernard à la pointe du Pornichet ou de Saint Sébaſtien, elle ſéparera du reſte de la Bretagne le petit eſpace qui fut ébranlé vers le bord de la

Mer. Le bruit précéda toûjours les secousses de quelques secondes, & le tout ne dura au plus qu'une minute. Le tremblement fut si peu sensible qu'il ne le fut que pour les gens assis, ceux qui étoient debout ne s'en apperçûrent que par quelque mouvement des portes & des fenêtres, &c. Et M. Bouguer, quoique compris dans l'espace ébranlé, n'en eût rien sçû, sans le témoignage d'un grand nombre de personnes, qui en rapportoient différentes circonstances, dont l'accord demandoit qu'il y eût eu un tremblement de terre.

V I.

M. de Jussieu a rapporté le fait suivant écrit de Bocanbrey en Normandie par M. de Bocanbrey. Le mercredi 30. Mai, il fit le matin un grand brouillard. Quand il fut passé, il s'éleva sur le midi plusieurs orages avec quelques coups de tonnerre. Entre 3 & 4 heures il y eut des coups de Soleil très-brulans. A 4 heures $\frac{3}{4}$ on entendit un bruit confus, qui augmentant toûjours attira l'attention de M. de Bocanbrey. Il fut fort surpris d'entendre ce bruit comme roulant sur terre, & au bout d'un quart d'heure ce fut celui d'un carosse qui iroit sur le pavé, mais par secousses, & à reprises. Il jugea que la cause du bruit étoit à plus de 300 toises de lui à l'est, qu'elle alloit nord & sud, & très-lentement, puisqu'il fut trois quarts d'heure à écouter toûjours sans rien voir. Enfin cette cause parut, c'étoit comme un tourbillon de feu roulant sur terre, avec un bruit terrible. Il en sortoit une espece de fumée rousse, plus claire dans son milieu, & s'éclaircissant toûjours à mesure qu'elle haussoit. Elle pouvoit avoir un pied & demi de large, & montoit en bouillonnant d'une rapidité incroyable jusqu'à une nuée noire, qui étoit au-dessus, & lorsqu'elle la touchoit, elle se rabattoit en tourbillonnant comme de la fumée qui trouve en son chemin de l'opposition. Cette traînée de vapeur n'étoit pas toûjours égale, il paroissoit de tems en tems qu'elle diminuoit, & alors le bruit diminuoit un peu aussi: mais un moment après elle augmentoit, & le bruit pareillement. Elle ne montoit pas toûjours droit, mais quelque-

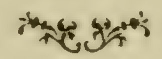
fois elle se courboit, comme si elle eût obéi au vent, qui cependant étoit très-foible; elle ondoyoit, & faisoit même des retours entiers, comme un cor de chasse. Sa rapidité étoit beaucoup plus grande en bas qu'en haut, mais toûjours égale dans son total. Lorsque ce spectacle se fut éloigné de l'observateur d'environ un quart de lieue, il vint du nord-nord-est un grand coup de tonnerre, avec une très-grosse pluie, le phénomene fut caché ou plûtôt dissipé & éteint, son bruit cessa, & il n'en resta aucune trace en aucun endroit.

VII.

M. Philippe d'Achery a écrit de l'Isle de Bourbon du 29. Octobre 1724. qu'étant sur les accords du banc des aiguilles, lui & quelques autres personnes du même vaisseau avoient pris une bouteille d'un verre très-fort, l'avoient bouchée d'un bon bouchon de liege bien frappé, que de peur qu'il n'y eût quelque petit trou imperceptible, ils avoient mis par-dessus de la cire blanche, & ensuite encore du goudron, le tout couvert d'un parchemin bien lié, de sorte qu'il paroissoit impossible que l'eau penétrât dans la bouteille, que cependant l'ayant descendue dans la Mer à environ 130 brasses, ils l'avoient retirée dans l'instant entierement pleine d'eau. Ils en gouterent, elle étoit des trois quarts moins salée que l'eau de la Mer ordinaire. Le poids d'une colomne de 130 brasses d'eau avoit eû la force de pousser l'eau au travers de tout ce qui bouchoit si exactement la bouteille, d'y en faire pénétrer autant qu'elle en pouvoit contenir, & de la dessaler en grande partie par cette filtration forcée.

V. les M. p. 1.

NOUS renvoyons entierement aux Memoires
Le journal des observations de 1724 par M. Maraldi.



ANATOMIE.

SUR LES CATARACTES.

ON va commencer à voir plus sensiblement que l'on n'avoit encore fait le fruit de tout ce qui a été dit dans l'Académie au sujet des cataractes depuis près de 20 ans.* Il s'agit maintenant de l'opération qu'il faut faire, & qui quoiqu'assez usitée est peu connue de ceux-mêmes qui la font.

V. les M. p. 6.

* V. l'Hist. de 1706. p. 12. & suiv. de 1707. p. 22. & suiv. de 1708. p. 30. & suiv. de 1722. p. 15. & suiv. de 1723. p. 19. & suiv.

M. Petit ne fait encore qu'en rapporter l'histoire. La maladie a été si peu connue d'Hippocrate lui-même, qu'il n'y a pas d'apparence que l'opération l'ait été de son tems. D'ailleurs on ne se donnoit gueres la licence de disséquer des corps humains, & il n'y avoit que ceux des animaux, où l'on osât toucher. Celse qui vivoit dans le premier siecle de l'Eglise est le premier qui parle de l'opération, & il en parle comme d'une chose qui n'étoit point nouvelle ni extraordinaire : delà M. Petit juge qu'elle a été trouvée entre Hippocrate & Celse ; elle ne peut gueres l'avoir été que par des Medecins qui eussent une assez grande liberté de dissequer, & dans ce tems moyen on en trouve deux fort célebres, Erasistrate & Herophile, qui favorisés par les Ptolomées d'Egypte, grands protecteurs des sciences, eurent en leur disposition autant de cadavres humains qu'ils en voulurent. On dit même que quelques esclaves furent disséqués vivants, ce qui seroit une barbarie infiniment plus condamnable que la superstition opposée. L'opération de la cataracte sera donc partie apparemment de l'école d'Herophile ou d'Erasistrate, on aura trouvé quelques yeux cataractés dans ce grand nombre de cadavres qu'on avoit alors à disséquer, & sur ces mêmes cadavres on aura tenté sans péril & plusieurs fois l'opération qui aura suffisamment réussi.

On ne sçavoit point alors que le crystallin fût un des

principaux organes de la viſion, & apparemment après avoir trouvé le moyen de l'abattre dans des cadavres, on l'abattoit ſans crainte dans des yeux vivants, & avec pleine connoiſſance de ce qu'on faiſoit. Mais quand on eut acquis des lumieres ſur l'uſage du cryſtalin, quand on ſçut, comme l'a ſçû certainement Galien, combien il ſert à la viſion, on ne crut plus qu'on pût l'abattre impunément, & on ſe perſuada que ce qu'on abattoit devoit être une concrétion membraneuſe de quelques humeurs. Ainſi l'opération continua, quoique ſur un faux principe, & elle étoit ſeulement plus hardie que l'on ne penſoit.

Quelques-uns ont pouſſé l'audace juſqu'à vouloir tirer la cataracte hors de l'œil, parce qu'en effet elle cauſe ſouvent des deſordres en y demeurant. On a penſé même à la ſucer avec une aiguille cannulée : mais il n'y a pas d'apparence que ces biſarres pratiques ayent été autre choſe que des projets, & M. Petit refuſe d'en croire ceux qui ſe vantent de les avoir miſes en exécution.

Quand on eſt venu à connoître bien ſûrement que la viſion ſe fait principalement par les réfractions du cryſtalin, on en a été plus perſuadé que la cataracte qu'on abattoit n'étoit qu'une membrane, & une vérité s'eſt long-tems oppoſée à l'établiſſement d'une autre vérité : mais enfin elles ſe ſont accordées toutes deux, ainſi qu'on a vû dans les volumes cités. Les deux premiers Modernes qui ayent découvert la véritable nature de la cataracte, ſont M. Quarré Medecin de la Faculté de Paris, & M. Laſnier Chirurgien de Paris. Mais, & ce n'eſt pas la ſeule fois que ceci ſoit arrivé, on oublia leur découverte, & on l'oublia ſi bien, qu'au commencement du ſiecle préſent, M. Briſſeau de Tournai, & M. Antoine de Mery-ſur-Seine, ont crû encore chacun en particulier en être les premiers Auteurs.

M. Petit croit que l'opération, qui ſe pratique communément aujourd'hui, eſt la même que celle de Celſe, venue juſqu'à nous par une tradition de 1700 ans. Celſe en a fait la deſcription, mais aſſez obſcure: auſſi les opérateurs travaillent-ils

ils avec beaucoup d'incertitude, & fort au hasard. M. Petit, soit pour assûrer l'opération de Celse, soit pour la rectifier, s'il en est besoin, a entrepris de la bien entendre, & pour cela il l'applique à l'œil, dont auparavant il a posé très-exactement toutes les dimensions dans le détail nécessaire. Il ne va pas maintenant plus loin : mais il faut que cela produise dans la suite des déterminations précises dans une opération où l'on ne faisoit que tâtonner, & où les tâtonnemens étoient dangereux.

SUR L'USAGE DE L'EPIPLOON.

L'Epiploon est une membrane lâche attachée au foie, à l'estomac, à la ratte, au colon, & qui recouvre ces visceres. Elle est fort délicate & double, de sorte qu'un de ses plans peut aisément glisser sur l'autre; elle est semée de plusieurs bandes de graisse irrégulierement disposées, & qui laissent entre elles d'assez grands vuides. Son nom, qui est Grec, vient de ce qu'elle semble *nager* sur les visceres.

Il peut paroître étonnant que l'usage d'une partie aussi grande, aussi étendue, connue de tout tems, soit difficile à trouver; il l'est cependant, puisque tout ce qu'on a dit, ou ne ne satisfait guere, ou n'est pas encore assez éclairci, du moins selon la pensée de M. Petit le Chirurgien.

Que la graisse de l'épiploon se remêle avec le sang dans les grands besoins, dans une longue privation de nourriture, ce n'est rien qui ne lui soit commun avec toutes les autres parties graisseuses, qui sont en ces occasions des especes de réservoirs destinés à suppléer au défaut des alimens; la situation, la structure de l'épiploon, les autres circonstances demandent quelque chose de plus particulier.

Galien rapporte qu'ayant emporté à un Gladiateur une grande partie de l'épiploon, qui lui sortoit du ventre par une plaie, il avoit remarqué que ce Gladiateur fut ensuite sujet à des indigestions, & qu'il avoit besoin de se couvrir le ventre, à cause du froid qu'il y sentoit. Sur cela la plûpart des Ana-

tomiſtes ont crû que l'épiploon ſervoit d'une eſpece de fourrure aux inteſtins, qu'il en augmentoit la chaleur, & par-là aidoit à la digeſtion ; l'autorité de Galien leur a aiſément perſuadé que le même fait ne pouvoit manquer d'arriver toûjours ; & ils en ont parlé comme s'ils l'avoient vérifié eux-mêmes. Cependant c'eſt une obſervation unique & contraire à celles qu'on a faites depuis en grand nombre ; toutes les fois que dans les Armées on a fait la même opération que Galien pour le même ſujet, on n'en a point vû les ſuites qu'il en a vûes. Dans les Hernies épiploïques, c'eſt-à-dire, dans celles où une portion de l'épiploon eſt tombée avec l'inteſtin, cette portion emportée n'a point non-plus produit les accidens dont il s'agit. Il eſt vrai que quand l'opération s'eſt faite ſur de vieilles hernies, on pourroit dire que les viſceres s'étoient en quelque ſorte accoûtumés à la privation de la partie d'épiploon engagée dans la hernie, la machine ſçait quelquefois prendre l'habitude & le pli convenable à ſa conſervation : mais cette raiſon ceſſeroit abſolument à l'égard de ces hernies récentes, les accidens obſervés par Galien devroient reparoître.

ils ne reparoiſſent pas non-plus après l'opération de l'exomphale, où l'on a extirpé la partie de l'épiploon, qui par la place où elle eſt, & ſelon les Anatomiſtes, doit le plus ſervir à la digeſtion des alimens, ſi l'épiploon y ſert.

Voïci ce que M. Petit juge ſur l'uſage de l'épiploon, en adoptant, & en développant une penſée nouvelle de deux habiles Modernes. Les muſcles qui tapiſſent toute la cavité du bas ventre, & enferment tous les Viſceres de cette cavité, les battent ſans ceſſe en ſe contractant & ſe relâchant ſucceſſivement ; & ce mouvement qui ne doit jamais s'interrompre, doit être auſſi le plus égal qu'il ſe puiſſe, ou ſe communiquer le plus également à toutes les parties qui en reçoivent l'impreſſion. L'eſtomac & les inteſtins ſont tantôt pleins, & tantôt vuides ; quand l'eſtomac ſe déſemplit, les inteſtins ſe rempliſſent ; tout cela change beaucoup & la figure, & la poſition des viſceres les uns à l'égard des autres,

de ſorte que le mouvement général qui part des muſcles ſe diſtribueroit & ſe partageroit fort différemment en différens tems, ſi quelque corps flexible & flottant dans cette cavité n'en rempliſſoit les vuides, quand il s'y en forme, ne ſe retiroit des endroits qui ſe rempliſſent, & enfin ne tenoit toûjours le tout en gros dans le même état. C'eſt là la fonction de l'épiploon; & la deſcription qu'on a faite, prouve aſſez combien il y eſt propre; il s'accommode aiſément à la figure de tous les vuides; ſes deux membranes, qui peuvent gliſſer l'une ſur l'autre, facilitent le jeu dont il a beſoin, ſes bandes graiſſeuſes ſe mettent dans les grands inteſtins, les endroits nuds & minces qui les ſéparent, entrent dans les petits, &c. Enfin c'eſt un corps ſolide qui fait à peu près l'effet d'un fluide.

Quelques particularités que M. Petit remarque, favoriſent encore ſon idée. L'eſtomac, & un certain vuide angulaire qu'il forme en ſe rempliſſant, ſont plus du côté gauche que du droit, & non-ſeulement l'épiploon en cet endroit eſt plus épais, mais on trouve ordinairement qu'il ſe porte plus du côté gauche que de l'autre.

Quand on ouvre des animaux immédiatement après qu'ils ont mangé, on voit l'épiploon ramaſſé ſous le ventricule, d'où, à meſure que le ventricule ſe vuide, il deſcend peu à peu, pour aller remplir des eſpaces triangulaires qui ſe forment entre les inteſtins devenus cylindriques, à meſure qu'ils ſe rempliſſent.

On obſerve dans le ventre des animaux, que la partie mince & purement membraneuſe de l'épiploon ſe trouve ſur la partie ſaillante des inteſtins, & que les bandes graiſſeuſes ſont dans leurs intervalles.

Les animaux ruminans, qui ont pluſieurs eſtomacs, dans l'un deſquels ils font magaſin d'alimens d'un très-gros volume, ont auſſi de plus grands épiploons, apparemment parce qu'il y a de plus grands eſpaces à remplir, quand les eſtomacs ſont vuides.

Par la même raiſon les animaux, qui, ſans ruminer, vivent

de fourrage, comme les Chevaux, ont auſſi l'épiploon plus grand que les animaux qui vivent de chair. Toutes ces conjectures pourront être ſuivies plus loin, & peut-être quand elles le ſeront, s'éleveront-elles au-deſſus du degré de ſimples conjectures.

SUR LES NOYE'S.

* pag. 26. & ſuiv.

CETTE matiere avoit déja été traitée en 1719. * par feu M. Littre; & M. Senac, qui vient après lui, ne le contredit pas ſur le fond; il y ajoûte ſeulement des explications plus particulieres, & des réflexions nouvelles.

Il demeure conſtant que les noyés peuvent abſolument n'avaler point d'eau, & que quand ils en avalent, c'eſt en trop petite quantité pour en mourir. M. Senac conçoit qu'ils meurent de la même maniere que ceux qui meurent de la queſtion, telle qu'on la dn n e à Paris. On leur ouvre la bouche avec un coin, on y verſe continuellement une grande quantité d'eau, & en même tems on leur ferme le nez. La trachée, qui ne peut recevoir que de l'air, & qui s'irrite, & entre en convulſion dès qu'il ſe préſente quelqu'autre matiere pour y paſſer, eſt agitée de ſecouſſes violentes par l'eau qu'elle reçoit: mais ces mêmes ſecouſſes la rechaſſent dans le moment; l'œſophage pareillement agité, ne fût-ce qu'à cauſe du voiſinage de la trachée, rejette auſſi la plus grande partie de l'eau qu'il reçoit; & il eſt de fait qu'il n'en entre que très-peu, ſoit dans le poumon, ſoit dans l'eſtomac de ces malheureux: mais le défaut de reſpiration leur cauſe des défaillances, & les convulſions de la trachée, des ruptures de vaiſſeaux pulmonaires, & des crachemens de ſang, qui peuvent être des cauſes de mort. Auſſi M. Senac croit que les Medecins qui jugent du point juſqu'où la queſtion peut aller, devroient plûtôt ſe régler ſur ces accidens, que ſur le pouls, qui dans l'état de frayeur où ſont les patiens, ne peut être qu'un ſigne aſſez équivoque.

On trouve aux noyés, comme il a été dit en 1719. la

glotte toute ouverte, & l'épiglotte relevée. Il devroit donc entrer de l'eau dans leur poumon, du moins après leur mort, il n'y a plus de mouvemens convulsifs qui la rejettent. Pour l'estomac, il n'est pas étonnant qu'il n'en reçoive pas alors, car l'œsophage n'est un canal que dans le tems qu'il en fait la fonction, & il ne la fait que par l'action de ses muscles, ou par un mouvement vital. Quand il n'agit point, & à plus forte raison après la mort, il est absolument fermé. La difficulté de l'épiglotte relevée avoit porté feu M. Littre à croire qu'elle étoit abaissée tant que le noyé étoit dans l'eau, & qu'elle ne se relevoit par son ressort, que quand on l'avoit retiré. Mais M. Senac ne croit point cette supposition nécessaire. Que l'épiglotte soit relevée tandis que le noyé est encore dans l'eau, l'ouverture de la glotte, qui n'est que d'une ligne, est si petite, qu'étant toute couverte d'eau, & l'air n'en pouvant sortir d'un côté pendant que l'eau y entreroit de l'autre, l'eau n'y entrera point du tout. C'est ainsi à peu près que rien ne sort d'une bouteille pleine, dont le goulot est étroit, & tourné verticalement en embas. Si l'on incline la bouteille, elle se vuidera, parce que l'air y pourra entrer d'un côté, & la liqueur en sortir de l'autre; de même si le noyé vient à s'élever sur la surface de l'eau, sa glotte pourra n'être plus toute couverte d'eau, & s'incliner de façon que l'air en pourra sortir, tandis que l'eau y entrera. En ce cas-là le noyé a de l'eau dans les poumons, & cela est contraire à ce qu'avoit dit M. Littre, qu'un mort n'y en pouvoit plus recevoir.

Quand on vomit, le jet des matieres qui sortent de l'estomac passe sur la glotte, & l'épiglotte est alors relevée, car on ne vomit que dans l'expiration; cependant rien ne tombe par la glotte dans la trachée. C'est une difficulté dont M. Senac trouve la solution dans la même cause, qui empêche que la trachée des noyés ne prenne de l'eau. Il est vrai pourtant qu'il y a dans le vomissement quelque chose de plus. Les matieres sortent de l'œsophage avec une impétuosité qui doit les empêcher de tomber dans la trachée,

& en même tems le torrent d'air qui sort de la trachée par l'expiration doit aussi s'opposer à cette chûte.

L'usage commun de suspendre par les pieds ceux qu'on a retirés de l'eau, & qu'on espere sauver, en leur faisant rendre l'eau qu'on suppose qu'ils ont avalée, n'est donc au jugement des Anatomistes qu'une erreur populaire, qui ne les étonne, ni ne les embarrasse. On ne voit point que la suspension fasse rien, ou du moins elle ne fait rendre que le peu d'eau qui étoit dans la bouche, cependant la pratique subsiste toûjours; il n'est pas rare que les préjugés tiennent bon, non-seulement contre les raisonnemens, mais même contre l'expérience. Il y a plus, quand les noyés auroient avalé de l'eau, ils ne la rendroient pas par la suspension. On voit des gens, qui ayant les pieds en haut, & la tête en bas, avalent deux pintes de vin. M. Senac a remarqué incidemment combien devoit être grande la force des muscles de l'œsophage, qui dans cette action font contre leur ordinaire monter un poids, & ont à vaincre une force toûjours croissante; car la nouvelle liqueur qui monte doit toûjours vaincre la résistance de celle qui est déja logée dans l'estomac, & la soulever pour y entrer aussi. Mais il suffit pour l'application de cet exemple aux noyés, que les deux pintes de vin une fois entrées dans l'estomac, ne ressortent pas par la bouche en vertu de la situation renversée. On ne conçoit aucune action volontaire, aucun effort de muscles qui pût les en empêcher.

Les noyés ne meurent donc que par le défaut d'air, & de respiration. Par cette raison leur mort est prompte, & M. Senac la croit douce, parce que le sang qui s'amasse dans le cerveau d'où il ne peut descendre dans les poumons, presse l'origine des nerfs, & aussi-tôt éteint le sentiment. Leur mort ressemble à celle de ceux qu'on étrangle, & particulierement à celle des Negres qui sçavent renverser leur langue & la faire passer sous le voile du palais, de sorte qu'en un instant ils se privent de la respiration. Quels maîtres ont pû leur apprendre cette pratique, dont on ne peut

jamais donner qu'une leçon ? comment y réussissent-ils si bien sans avoir pû s'y exercer ?

Un accident ordinaire aux noyés, c'est que leurs corps se gonflent. Devenus par-là plus légers, ils reviennent sur la surface de l'eau. Quelle est la cause de ce gonflement ? Dans les corps vivans l'air est comprimé, & par la pression de l'air extérieur, & par la tension naturelle des parties, & par l'action du cœur, qui pousse continuellement dans des espaces fort étroits, & le sang, & cet air qui l'accompagne. Dans les cadavres, il n'y a que la premiere cause de compression qui subsiste, & c'est le défaut seul de la seconde qui produit dans les noyés ce gonflement qui leur est particulier. Toutes leurs parties sont abreuvées d'eau, relâchées, incapables de tenir l'air resserré comme elles faisoient, & il se dilate autant que lui permet l'air extérieur.

Cette considération du gonflement des noyés a conduit M. Senac à une idée assez éloignée, mais qui du moins égaie la tristesse de son sujet. Les femmes auroient le visage toûjours jeune, si elles pouvoient y conserver le gonflement de la jeunesse, qui produit le blanc par la tension de la peau, & le rouge par la plénitude des Vaisseaux sanguins. Les couleurs appliquées, toutes les sortes de fard ne sont qu'une vaine représentation de ce qui devroit être ; & M. Senac conçoit un moyen d'y mettre de la réalité. Il faut empêcher la transpiration du visage, moyennant quoi il s'y fera dans les petits vaisseaux une heureuse obstruction de limphe & de sang, & la peau se tiendra plus tendue. Voilà le blanc, le rouge, & point de rides, on ne peut rien souhaiter de plus. Or l'huile empêche la transpiration, & il ne faut que s'en frotter le visage, ou n'y appliquer que des drogues, dont l'huile soit la base, & non-pas des plâtres, qui en se séchant le rident encore.

SUR LES ACCROISSEMENS & décroissemens alternatifs du corps humain.

IL eſt étonnant de combien de choſes on ne s'apperçoit point, combien de phénomenes auſſi anciens que le monde, & fort expoſés à nos yeux, ſont encore inconnus. Celui dont nous allons parler, arrive tous les jours à chaque homme, & tous les hommes l'ignoroient, il échappoit à ceux même qui ont le plus de goût, le génie & l'habitude d'obſerver.

La connoiſſance nous en eſt venue d'Angleterre. Quelqu'un s'y eſt apperçû, apparemment par quelque haſard, que le matin en ſortant du lit il étoit plus grand de pluſieurs lignes que le ſoir en ſe couchant, & cela dans l'âge où l'on ne croît plus. L'obſervation fut bien vérifiée par différentes perſonnes, & dès que M. Morand en fut inſtruit, il la vérifia auſſi avec ſoin; il lui fut aiſé d'imaginer la machine néceſſaire, & nous en ſupprimons la deſcription, parce qu'il ſera aiſé auſſi à chacun de l'imaginer, ou quelque choſe d'équivalent. Mais il ſe contenta de trouver que la découverte d'Angleterre étoit vraie, & d'en apporter les raiſons phyſiques, & n'alla pas plus loin.

M. l'Abbé de Fontenu, de l'Académie Royale des Belles Lettres, eut la curioſité d'approfondir davantage ce ſujet; il a mis près d'un an à le tourner de tous les ſens, & à combiner les différens faits de toutes les façons, avec cette adreſſe qui n'eſt connue que des Obſervateurs bien dreſſés; il en a fait un grand Mémoire fort détaillé, & l'a préſenté à l'Académie des Sciences, comme pour lui reſtituer ce qu'il avoit pris ſur ſes terres. C'eſt l'extrait de ce Mémoire que nous allons donner; l'union des deux Académies doit empêcher qu'on ne nous reproche de nous parer d'un bien qui ne nous appartient pas; & enfin il nous appartient de communiquer au public des connoiſſances dont il auroit été privé.

Les premiers Obſervateurs, qui ne ſe ſont meſurés que le ſoir

soir en se couchant, & le matin en se levant, ont crû que l'accroissement étoit entierement renfermé dans le tems du sommeil, ou du repos, & le décroissement dans celui de la veille. Il est effectivement fort naturel que pendant la veille, la situation verticale du corps, quand on est debout, & du moins à demi-verticale, quand on est assis, diminue la hauteur de la taille, parce que les parties supérieures pesent sur les inférieures; de plus le mouvement continuel, une infinité de différentes actions, causent une transpiration abondante, que Santorius nous a appris, qui est un grand déchet sur la masse totale. Il est aisé de voir que c'est le contraire dans le lit. On s'en seroit peut-être tenu là : mais M. l'Abbé de Fontenu a trouvé que le tems de la veille, qui selon cette idée ne devroit avoir qu'un décroissement opposé à l'accroissement de la nuit, a son accroissement & son décroissement particuliers, qui dépendent des repas. Après qu'on a mangé, on croît pendant un certain tems, ensuite on décroît. De nouveaux sucs, fournis par la nourriture qu'on a prise à mesure qu'elle passe dans le sang, étendent tous les vaisseaux, & continuent de les étendre, tant qu'il en survient de nouveaux, & qu'ils ne sont pas encore assez brisés, assez attenués, pour s'envoler par la transpiration. De-là l'accroissement, après quoi le retour au premier état.

Le décroissement du jour seroit continu sans les repas, & il n'en est pas seulement interrompu : mais il vient à sa place un accroissement, ou plus grand, ou moindre, selon qu'il est plus ou moins combattu par les principes toûjours subsistans du décroissement. Il est très-facile de concevoir du moins en général les combinaisons que produiront ces principes contraires, se modifiant sans cesse les uns les autres ; elles seront différentes selon la quantité, ou plûtôt la *salubrité* des repas, selon les tems où ils seront placés, par rapport au point du décroissement où l'on en étoit, selon qu'on aura plus ou moins agi ou fatigué auparavant ou après, selon les différentes sortes d'action, & même de situation du corps. Tout cela n'est que pour une seule personne, & pour une personne

d'une vie assez uniforme, pendant quelques mois, ou tout au plus une année d'observation. Mais ce seroit une chose infinie, si l'on avoit égard aux âges, aux tempéramens, aux grandes agitations de l'ame, &c.

Cet accroissement & ce décroissement successifs & journaliers ont des termes égaux à peu près fixes, qu'ils ne passent guere. L'Observateur a éprouvé que son plus grand accroissement, & son plus grand décroissement, sont de 6 lignes, qui sont la 123ème partie de sa taille. Cela est assez égal tous les jours, apparemment à cause de l'uniformité de vie : mais si un jour l'accroissement ne monte pas si haut, aussi le décroissement ne descend-il pas si bas, & le lendemain tout se remet dans son état ordinaire.

Cependant en comptant les observations de quelques mois, & prenant les sommes de tous les accroissemens & décroissemens, pour voir si elles seroient précisément égales, il a découvert un fait auquel il ne s'attendoit pas. Il avoit gagné en un mois une ligne d'accroissement, qu'il ne reperdoit plus dans la suite, c'étoit la même chose que s'il l'eût gagnée par l'accroissement naturel de la jeunesse. Cet accroissement constant & durable, non-seulement s'est soûtenu, mais a toûjours augmenté pendant une année, & enfin est allé jusqu'à 6 lignes. M. l'Abbé de Fontenu attribue cet effet à l'effort qu'il a fait pendant tout ce tems, & plusieurs fois chaque jour pour se tenir bien droit en se mesurant ; & c'est un exemple dont on pourroit profiter à plus forte raison pour faire croître les jeunes gens, sur-tout quand ils sont menacés d'être petits.

Il seroit assez naturel de poser pour principe de l'explication de tous ces phénoménes, que tout le squelette du corps, la charpente osseuse se raccourcit, lorsqu'on est debout, parce que toutes les parties inférieures sont pressées, comme il a été dit, par le poids des supérieures, & pressent à leur tour celles qui leur sont inférieures. D'abord l'épine du dos est extrémement propre à cet affaissement, ses 24 vertebres sont séparées, & en même tems liées par des cartilages à

ressort flexibles & fort capables de compression. Les autres os, comme le *Femur*, le *Tibia*, peuvent être, sinon raccourcis dans leur étendue, au moins plus serrés dans leurs articulations, la liqueur, qui pour faciliter leurs mouvemens, enduit leurs têtes, & les cavités où elles sont reçûes, sera chassée des sommets vers les côtés, & par là permettra aux lignes verticales de devenir moindres; enfin les talons & la plante des pieds s'applatiront par la pesanteur du corps, & plus encore par l'action de marcher. Mais M. l'Abbé de Fontenu a toûjours éprouvé qu'en se mesurant, soit à genoux, soit assis, il trouvoit exactement les mêmes différences que s'il eût été debout; ces différences ne viennent donc que de l'allongement, ou du raccourcissement de l'épine, & tout indique cette cause. Si après avoir décru, on recommence à croître, parce qu'on est couché, les parties du tems total d'accroissement, pendant lesquelles on en reçoit des degrés égaux, ne sont pas égales, mais plus courtes au commencement, & plus longues vers la fin, ce qui marque l'action des cartilages des vertebres, dont le ressort, ainsi que tous les autres, est plus fort au commencement de sa détente. Si dans le tems de croître après le repas, on est assis le dos appuyé, on en croît davantage & plus vîte, parce qu'une partie du poids du tronc ou de l'épine étant alors soûtenue, le ressort des cartilages moins pressé se débande plus librement, & plus promptement. Ce surcroît de hauteur constante, qu'on peut acquérir par une longue contention à se mesurer bien droit, vient de ce que l'exercice a donné à ce ressort, ainsi qu'il fait à tous les autres du corps animal, une plus grande vigueur, & une vigueur durable. Il est évident aussi que la nourriture nouvellement prise doit faire le même effet, mais passager; le ressort ne sera gonflé & fortifié que tant qu'il y coulera de nouveaux sucs fournis par la digestion.

M. l'Abbé de Fontenu appelle *involontaires*, cet accroissement & ce décroissement alternatifs, dont nous venons de parler après lui : mais comme il a voulu extrémement

approfondir, il en a trouvé d'autres qu'il traite de volontaires, & qui ne dépendent que des différentes postures où l'on se met. Nous n'en donnerons qu'un exemple. Le soir avant souper, lorsqu'il étoit décrû de ses 6 lignes, il n'avoit qu'à s'étendre de son long sur un Canapé, pour croître aussi-tôt de 6 ou 7 lignes, qu'il reperdoit aussitôt en se tenant debout; & le matin en sortant du lit, crû de ses 6 lignes, il se trouvoit la même différence de hauteur lorsqu'il étoit debout, ou étendu de son long. Ces accroissemens, ou décroissemens volontaires, sont outre cela subits, au lieu que les autres sont lents & conduits par degrés. L'Observateur est persuadé que la moitié inférieure du corps, qui n'a point de part aux variations involontaires de hauteur, en a aux volontaires; il semble même qu'elle en devroit être la seule cause, puisque l'épine ne s'allonge ou ne s'accourcit pas subitement par la dilatation, ou la compression de ses cartilages. Alors il faudroit concevoir que quand on est debout, quelque envie qu'on ait de se tenir bien droit, tout ce qui est capable de flexion dans la moitié inférieure du corps, en a pourtant toûjours assez pour faire la quantité observée, à moins cependant que l'épine elle-même n'eût aussi une flexion pareille, indépendamment de ses cartilages.

M. l'Abbé de Fontenu a poussé ses recherches jusque sur les variations de grosseur du corps humain, ou plûtôt sur celles de la poitrine, qui seule est susceptible de cette variation. Il conçut qu'en considérant le tronc comme un cylindre toûjours d'égale solidité, ou capacité, mais dont la hauteur varie selon les observations précédentes, il falloit que sa base ou grosseur variât aussi, quoiqu'en proportion différente, & qu'à une moindre hauteur du tronc répondît une augmentation de grosseur de la poitrine, & au contraire. En effet, en se mesurant le thorax par-dessus le cartilage xiphoïde, il a toûjours trouvé que le soir ayant perdu 6 lignes de hauteur, il avoit le thorax de 3 ou 4 lignes plus large que le matin, & au contraire plus étroit le matin de cette même quantité.

Il a fait auffi plufieurs expériences fur les dilatations ou contractions purement volontaires qu'on peut donner à la poitrine. Les Afthmatiques fçavent bien quelle fituation les met plus à leur aife. C'eft d'être affis, le dos appuyé, les jambes de niveau à leur fiége, & de fe courber en devant. Alors leur poitrine bien mefurée peut fe trouver de 20 lignes plus fpatieufe, que s'ils étoient debout. On ne pourroit en rendre raifon, fans entrer dans un affez grand détail d'Anatomie, que M. l'Abbé de Fontenu, quoique principalement appliqué aux objets de fon Académie, n'a pourtant pas tout-à-fait évité, & que l'on fent bien qui ne lui eût pas fait peur dans toute fon étendue.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

HIPPOCRATE, Ariftote & Galien ont crû que les plaies du fond de la veffie étoient abfolument mortelles : plufieurs Modernes ont prouvé décifivement le contraire par des obfervations ; & nous en allons rapporter encore deux qui confirment la même vérité. Comme les obfervations heureufes fur ce fujet font rares, celles-ci pourront n'être pas jugées tout-à-fait inutiles.

Un Maçon de Laufanne, âgé de 25 ans, reçût en 1724. un coup de fufil dans le bas ventre; la balle, qui pefoit une once, entra dans la partie gauche de l'abdomen, à 1 pouce de l'os pubis, & à 2 doigts de la ligne blanche, perçant le bas du mufcle droit, l'artere épigaftrique, le fond de la veffie & l'os facrum dans leurs parties latérales gauches, & elle fortit à 3 doigts à côté & au-deffus de l'anus. Les tuniques des vaiffeaux fpermatiques du côté gauche furent bleffées, ce qui attira une inflammation au tefticule gauche, & au fcrotum. Le déchirement de la veffie fut confidérable, puifque l'urine ne coula plus que par les plaies. Il n'y eut aucun inteftin d'offenfé, ni aucun nerf confidérable.

Le malade eut de grandes hémorrhagies pendant quelques jours, vomiffemens, diarrhées, infomnies, délire, fievre

continue, avec une soif qu'on ne pouvoit éteindre; les extrémités inférieures froides, roideur dans tout son corps. Il passa 6. ou 7 jours sans aller à la selle, & sans pouvoir avaler ni alimens ni remedes, à peine pendant 3 ou 4 jours put-on sentir son poux, & on croyoit à chaque instant le voir expirer. Ceux qui entendent ces matieres suppléeront aisément à quelques circonstances moins importantes, que nous omettons dans ce récit, de crainte de le rendre trop long.

On employa tous les remedes, tant internes, qu'externes, que la Medecine & la Chirurgie purent fournir pour un mal compliqué de tant de maux differens. Ce qui parut donner principalement le branle à la guérison, ce furent les injections, que M. Martin Docteur Medecin fit dans la vessie. Elles causerent la dissolution d'un sang coagulé sorti des plaies, qui bouchoit l'orifice de ce viscere, & s'opposoit à la sortie naturelle de l'urine. Dès que les plaies ne furent plus abreuvées de cette urine extravasée, elles commencerent à se cicatriser; & au bout de 7 semaines le malade fut sur pied. Il ne lui reste au bas du ventre qu'une petite fistule qui rend à peine deux gouttes de pus par jour. Il travaille comme auparavant. Cette relation a été envoyée par M. de Traytorens, homme d'un mérite connu; & elle est signée de M. Martin, & de M. Doué Chirurgien, qui auront eû sans doute la principale part à une cure si difficile.

Elle donna occasion à M. Morand d'en rapporter une pareille. Un Soldat des Invalides ayant reçû un coup de fusil à l'hypogastre, qui perçoit le fond de la vessie, y porta long-tems la balle perdue après la guérison parfaite de sa plaie. Il vint à être incommodé d'une grande difficulté d'uriner; on le sonda, & on lui trouva la pierre. Il fut taillé au grand appareil, & on lui tira une assez grosse pierre, qui avoit pour noyau la balle entrée par la plaie du fond de la vessie, & autour de laquelle s'étoient incrustées les matieres fournies par les urines. Le malade guérit très-bien.

Il a eu donc deux cicatrices à la vessie. Une à son fond

par le coup de feu, l'autre à ſon col par l'opération de la taille; & les deux plaies par conſéquent ſe ſont également bien fermées. C'eſt ſur de ſemblables obſervations que l'on a entrepris de faire l'opération de la pierre au *haut* appareil, différent du grand, comme l'on ſçait.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Helvetius, intitulé, *Lettres à M.... au ſujet de la Lettre Critique de M. Beſſe, contre* l'Idée générale de l'Œconomie Animale, & les Obſervations ſur la petite-vérole. C'eſt le Livre dont nous avons rendu conte en 1722. * Un malheur général des Livres produits par des conteſtations, eſt qu'ils ne ſont pas ſi intéreſſans pour le public, que pour les deux Adverſaires. Le Cenſeur croit n'avoir jamais aſſez cenſuré, il releve juſqu'à des minuties, & ne manque pas de donner un mauvais tour à tout ce qui en eſt ſuſceptible le moins du monde. L'Auteur attaqué veut faire face à tout, & entre dans des apologies dont on l'auroit aiſément diſpenſé. C'eſt lui qui a le moins de tort, ou qui même n'en a point du tout à cet égard, ſi l'on veut; mais enfin ils s'entraînent l'un l'autre dans des détails ſi particuliers & ſi perſonnels, qu'on y devient indifférent quand la conteſtation dure trop. Si elle a donné lieu à des éclairciſſemens utiles, & qui aillent au fond de la matiere, voilà ce que le public, du moins le public ſage, prend pour lui. Nous allons donner quelque exemple de ceux que la Réponſe de M. Helvetius à M. Beſſe nous a valus.

* p. 22. & ſuiv.

On a vû en 1722. que ſelon M. Helvetius, ce qui cauſe préciſément l'inflammation de quelque partie, c'eſt que le ſang a fait irruption dans des vaiſſeaux, qui ne doivent point le contenir; c'eſt-à-dire, dans les vaiſſeaux lymphatiques, où il s'eſt engorgé. Cet engorgement ne pourroit pas même ſe faire dans les vaiſſeaux ſanguins, & une des raiſons que M. Helvetius emploie pour le prouver, eſt que quand le ſang paſſe du gros tronc d'une artere dans tous ſes rameaux, qui tous pris enſemble ont plus de capacité

que le tronc, il passe d'une cavité plus étroite dans une plus large, & par conséquent ne doit pas avoir alors de disposition à s'engorger, puisque son mouvement n'en devient que plus libre. M. Besse a nié le fait de la capacité des rameaux plus grande que celle du tronc. M. Helvetius l'a prouvé par la mesure actuelle du diametre de l'aorte, & des diametres de ses principales branches, telles que les deux soûclavieres, les deux carotides, les deux mesentériques, les deux iliaques, &c. mesure faite en présence de Mrs Winslow & Morand de l'Académie. Il en résulte que la cavité de l'aorte est à celle de ses branches, comme 256 à 284, ou 64 à 71. On ne peut pas objecter que les diametres n'ont été pris qu'à l'endroit où ils sont les plus grands, à l'origine des vaisseaux, qui cependant diminuent toûjours de largeur, & sont de figure conique; car tous les petits cones ensemble auront toûjours le même rapport au grand, que de petits cylindres de même base & de même hauteur ou longueur à un grand cylindre correspondant au grand cone.

M. Besse a objecté avec plus d'apparence, qu'il est constant que le sang, en entrant dans toutes les arteres, fait effort contre leurs parois, les écarte, & cause ainsi la pulsation qui se fait sentir dans toutes les branches. Or s'il passoit d une cavité plus étroite dans une plus large, d'où pourroit venir cet effort & cette pulsation? le sang couleroit toûjours plus tranquillement.

A cela M. Helvetius répond, quil est constant aussi que le total des veines a $\frac{1}{4}$ de diametre plus que le total des arteres. Quand le sang passe des arteres dans les veines, il passe donc d'une cavité plus étroite dans une plus large; de plus il y passe assez diminué de volume, puisqu il a déposé en chemin & dans les vaisseaux lymphatiques, & dans une infinité de glandes, beaucoup de différentes liqueurs; cependant il ne laisse pas de faire encore effort contre les parois des veines, puisqu'il les tient plus écartées que celles des arteres: car tous les vaisseaux du corps animal tendent toûjours

toûjours naturellement à se rétrécir, ces canaux ne sont pas canaux indépendamment des liqueurs qui y coulent, ce sont elles qui les entretiennent dans la forme de canaux, & ils cessent de l'être, ils s'affaissent, dès qu'elles cessent d'y couler.

M. Helvetius a encore une réponse, mais qui lui est particuliere, & qui tient à une idée nouvelle que nous avons exposée d'après lui en 1718.* Il convient tout-à-fait à ce systême, que le tronc des arteres soit moindre que toutes ses ramifications, & le total des arteres moindre que le total des veines; en un mot que le sang passe toûjours d'une cavité moindre dans une plus grande, puisque le sang, qui, selon M. Helvetius, n'a pris de l'air dans le poumon que pour se condenser, se raréfie toûjours ensuite pendant tout son cours, & demande par conséquent de plus grands vaisseaux, ou les tient toûjours plus dilatés à proportion de sa raréfaction. On verra sans peine combien cette pensée s'ajuste naturellement avec les principes établis dans l'*œconomie animale*.

* p. 17. & suiv.

Voici encore un éclaircissement important donné par M. Helvetius. Il avoit fait dans tout son Livre un grand usage des vaisseaux lymphatiques. Il y en a de *valvuleux*, dont nous avons fait la description en 1723.* Ils se trouvent sous la premiere enveloppe des principaux visceres, & sont reconnus de tout le monde, aussi-bien que ceux des aines, ceux qui aboutissent au canal thorachique, &c. Mais M. Helvetius en supposoit une infinité d'insensibles répandus par-tout, & les distinguoit même en arteres & veines lymphatiques. Les arteres lymphatiques naissoient immédiatement des arteres sanguines, & s'anastomosant ensuite avec les veines lymphatiques, y reportoient la lymphe superflue, qui de-là passoit immédiatement dans les veines sanguines, pour retourner enfin dans les arteres sanguines. Les arteres & les veines lymphatiques s'anastomosoient ensemble comme les arteres & les veines sanguines. Tout cela a été attaqué, ce nombre infini de vaisseaux lymphatiques, leur distinction en arteres &

* p. 24. & 25.

veines, leurs anaſtomoſes, la naiſſance des arteres. M. Helvetius entreprend de ſatisfaire à tout.

Il prouve le nombre infini des vaiſſeaux lymphatiques, par cette eſpece de *roſée* aſſez claire qui ſuinte de tous les points des ſurfaces d'une plaie en quelque endroit qu'elle ſoit faite, qui enduit ces ſurfaces, & fait la réunion des parties ſéparées. C'eſt là ſans doute de la lymphe, & une lymphe nourriciere. Il y a donc par-tout des vaiſſeaux lymphatiques. Si l'on fend une portion d'un inteſtin d'animal mort depuis peu, on y découvrira même avec les yeux ſeuls, des vaiſſeaux extrêmement fins, dont les uns ſont remplis d'une liqueur rouge, les autres d'une claire & tranſparente. Quand on ſépare les feuillets dont ſont compoſées les membranes qui enveloppent les muſcles, on n'a qu'à toucher ces feuillets du bout du doigt, ou y appliquer à l'inſtant un linge, on les trouve humectés d'une légere liqueur aqueuſe qui en ſort. Ces filets n'étoient-ils pas, ſelon toutes les apparences, des vaiſſeaux lymphatiques ? car on ne doit pas craindre de multiplier trop le nombre des vaiſſeaux du corps animal.

Qu'on injecte une liqueur fine dans les arteres d'un inteſtin, & qu'enſuite on prenne une pareille portion d'un autre inteſtin, où l'on ne faſſe point d'injection. Si on ſépare les différentes membranes de ces deux portions, on diſtinguera aiſément dans celle qui n'a point été injectée les vaiſſeaux rouges ou ſanguins, d'avec les tranſparens ou lymphatiques, ainſi que nous venons de le dire. Dans l'autre portion tous les vaiſſeaux ſeront également remplis de la liqueur injectée, & on ne diſtinguera point les deux eſpeces. La liqueur qu'on a injectée par des vaiſſeaux ſanguins, a donc paſſé dans les lymphatiques, ceux-ci prennent donc naiſſance des autres; & comme les vaiſſeaux ſanguins étoient des arteres, les lymphatiques en ſont donc auſſi. La lymphe ſéparée dans le vaiſſeau lymphatique d'avec le ſang, avec qui elle rouloit dans le vaiſſeau ſanguin, a dû conſerver dans ſon nouveau cours ſa premiere direction de

mouvement, comme si elle avoit passé d'un vaisseau sanguin dans un autre ; or sa premiere direction de mouvement étoit, pour ainsi dire, arterielle, c'est-à-dire, que la liqueur alloit du cœur vers les extrémités, la seconde direction est donc artérielle pareillement : or c'est cette direction qui fait qu'un vaisseau est artere ou veine. Enfin les veines lymphatiques étant constantes, seroit-il possible qu'il n'y eût point d'arteres de cette espece ? Les raisons qui rendent la circulation du sang nécessaire, ne sont-elles pas les mêmes pour la circulation de la lymphe, & d'autant plus que c'est la lymphe qui nourrit tout le corps ?

Quant aux anastomoses des arteres & des veines lymphatiques, la question est moins importante. M. Besse prétend en général que les extrémités des arteres ne se déchargent point immédiatement dans les petits canaux qui sont l'origine des veines ; mais qu'il y a une espece de tissu spongieux où les derniers petits canaux artériels aboutissent, & où naissent les premiers petits canaux veineux ; que les uns y ayant déchargé leur liqueur, les autres l'y prennent, à peu près comme des tuyaux prendroient dans un marais une certaine quantité d'eau qui rencontreroit leurs orifices. De grands Anatomistes ont embrassé cette idée. M. Helvetius soûtient que ce tissu spongieux n'a jamais pû être ce qu'on appelle *démontré* en Anatomie, & qu'il est absolument inutile d'y avoir recours, puisque l'on conçoit sans peine que les arteres & les veines ne soient qu'un canal continu, mais si fin & si délié lorsqu'il cesse d'être artériel, & commence à être veineux, & d'ailleurs mêlé & embarrassé avec un si prodigieux nombre de pareils canaux, si replié, si tortueux, qu'il sera impossible aux meilleurs microscopes d'y rien reconnoître sûrement.

Nous n'en dirons pas davantage sur la Réponse de M. Helvetius, quoique ce que nous supprimons soit justement ce qu'il y a de plus utile pour la pratique de la medecine : mais cela même deviendroit inutile, à moins que d'être rendu dans un aussi grand détail que celui du livre,

car en ces matieres un livre bien fait n'a point de détail ſuperflu.

V. les M. p. 23. & 260.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires
Deux Ecrits de M. Winſlow ſur la circulation du ſang dans le fœtus.

V. les M. p. 323.

Et l'Extrait de divers Mémoires de M. Sarrazin ſur le Rat muſqué.



CHYMIE.

SUR L'ART DE FAIRE LE FER-BLANC.

LEs recherches de M. de Reaumur sur le fer, dont nous avons rendu compte en 1722 * & les grandes entreprises qu'il a faites sur ce sujet, l'ont conduit naturellement à l'art de faire le fer-blanc, qui tient à ce qui avoit été son premier & son plus grand objet. Cet art est mystérieux, aussi-bien que celui de convertir le fer en acier: la France est réduite à tirer son fer-blanc d'Allemagne; & deux établissemens qui s'en sont faits chez nous, sont tombés, ou faute de connoissances suffisantes sur le fond de l'art, ou faute de protection. M. de Reaumur va dévoiler tous les mysteres, & rendre l'art si facile, que nous pourrons tout au moins égaler nos voisins, sans avoir même trop de besoin de puissantes protections, dont on n'est pas toûjours sûr. V. les M. p. 102. * p. 39. & suiv.

Le fer-blanc, tel qu'on l'emploie en boîtes, caffetieres, &c. n'est qu'en feuilles assez minces, qui ont été d'abord des feuilles de fer *noir*, coupées quarrément. L'opération par laquelle on les a coupées, est supposée faite; il ne s'agit plus que de les blanchir.

On les blanchit, non-seulement pour rendre les ouvrages plus agréables à la vûe, mais encore principalement pour les préserver de la rouille, à laquelle le fer est extrèmement sujet. Elle y est produite par la moindre humidité & un fer mince en seroit rongé & détruit en assez peu de tems.

L'étain n'a pas ce défaut, & on en couvre la surface du fer, qui par là est à l'abri de la rouille, & présente à nos yeux une couleur blanche, au lieu de la noire, qu'elle avoit naturellement.

L'étain s'attache si facilement à tous les métaux, qu'il n'y auroit pour *étamer* les feuilles de fer noir, qu'à les plonger dans de l'étain fondu, si ce n'étoit une condition que demande l'adhésion de l'étain au fer; c'est que la surface du fer soit bien nette, exempte de la moindre crasse, de la rouille la plus légere & la moins sensible. Il est bien sûr qu'on nettoyeroit parfaitement le fer avec la lime, mais ce seroit un travail long, pénible, & par conséquent cher, & les Arts sont obligés d'aller à l'épargne; il a fallu trouver un moyen de nettoyer ou *decaper* la surface du fer, équivalent à quantité de limes qui agiroient toutes à la fois. C'est de le tremper dans quelque eau préparée, propre à enlever toutes les impuretés de la surface. Après cela, pour la rendre encore plus nette, on l'écure avec du sable fin. Les Ouvriers cachent avec soin ce que c'est que cette eau préparée.

M. de Reaumur a découvert qu'en Allemagne, c'est de l'eau où l'on a laissé fermenter du seigle légerement broyé. De-là vient que dans les disettes de grain on fait cesser les Manufactures de fer-blanc. Ce décapement d'Allemagne, si facile en apparence, ne laisse pas d'être d'ailleurs très-pénible. On met dans des caveaux soûterrains les bacquets où trempent les feuilles de fer noir, & la chaleur du feu qu'on y allume pour exciter la fermentation du seigle est si violente, qu'elle ne peut être soûtenue que par des Ouvriers tout nuds, & qui de plus en ayent contracté l'habitude.

Les Arts ne se perfectionneront qu'à mesure qu'ils seront examinés de près par des Physiciens attentifs, & qui feront des réflexions fines sur les différentes manœuvres, & sur les vûes qu'on s'y propose. M. de Reaumur a pensé que la difficulté du décapement venoit de ce que le fer noir, qui a été vivement chauffé, s'est en quelque sorte vitrifié sur sa surface, parce que les principes du fer étant mal liés, son huile s'en est évaporée en plus grande quantité, d'où il suit qu'il s'est formé sur cette surface une espece de vernis assez dûr, où les

acides ne mordent qu'avec peine. On emportera ce vernis, si on excite dans les parties du fer, qui en sont couvertes, une fermentation, qui en les soulevant & les gonflant nécessairement, le détachera. C'est ce que M. de Reaumur a fait avec succès par le moyen de plusieurs eaux aigres. Il n'a fallu que tremper les feuilles de fer dans ces eaux 2 ou 3 fois en deux jours, & les en retirer aussi-tôt pour les exposer à l'air. Les sels introduits par les fêlures, qui se trouvent nécessairement sur le vernis qu'on veut attaquer, aidés de plus par l'humidité de l'air, qui produit toûjours la rouille, ont travaillé sous ce vernis, l'ont détaché, & ensuite le seul frottement ordinaire de sable a parfaitement nettoyé la surface de la feuille. De toutes les eaux éprouvées par M. de Reaumur, celle qui cause le plus promptement la fermentation, ou la rouille nécessaire pour enlever le vernis, est celle où l'on a dissous du sel ammoniac. Ce sel a encore un bon effet, l'étain s'étend plus facilement, & plus également sur la surface du fer qui en a pris l'impression. Ainsi se fait un décapement, moins laborieux sans comparaison, & moins rebutant que celui d'Allemagne, & même à moins de frais.

Nous passons sous silence quantité d'observations délicates & utiles, mais qui demanderoient trop de détail. Par exemple, M. de Reaumur a remarqué que toute feuille de fer noir a toûjours l'une de ses deux surfaces beaucoup plus difficile à décaper que l'autre; on la reconnoît à ce qu'elle est plus polie. Cette inégalité a un assez grand inconvénient dans la pratique, qui ne donne qu'une action égale des eaux qui décapent. M. de Reaumur fournit des moyens aisés d'y remedier.

Quand les feuilles de fer noir ont été décapées, il reste à les étamer ou blanchir. Il ne suffiroit pas de les tremper dans l'étain fondu, il faut les disposer à le bien prendre, à s'en enduire bien également, & à se l'attacher d'une maniere durable, & pour cela il faut l'addition de quelque matiere. Le sel ammoniac, dont on les poudreroit après

les avoir mouillées, donne un enduit bien égal quant à la maniere dont l'étain feroit étendu: mais d'ailleurs il donneroit des couleurs ou teintes différentes, & fouvent defagréables. De plus, comme il eft fort propre, ainfi qu'on l'a vû, à faire rouiller le fer, il arrive quelquefois qu'ayant trop pénétré dans fa fubftance, il le rouille effectivement, & le ronge. Auffi les meilleurs Ouvriers ne fe fervent-ils point de fel ammoniac pour blanchir.

Ils mettent fur leur étain fondu dans un creufet une couche de fuif, au travers de laquelle paffent les feuilles qui vont s'étamer. Mais ce fuif n'eft pas du fuif ordinaire, qui feroit blanc, celui-là eft noir; ils difent qu'il eft compofé, & ne manquent pas d'en faire un myftere.

L'étain fondu fe dépouille aifément de fa partie huileufe, qui lie fes autres principes, & quand il en eft dépouillé, il fe réduit en une chaux qui n'eft plus métal, puifqu'elle n'eft ni malléable, ni fufible. Cette partie huileufe perdue, il la reprend avec la même facilité; du fuif la lui redonnera, & il redeviendra métal. Si une feuille de fer fe plongeoit dans le feul étain fondu, elle pafferoit d'abord dans la chaux qui feroit à la furface fupérieure de cet étain, & ne prendroit là qu'un enduit graveleux & inégal. Le fuif qu'on met fur l'étain prévient cet inconvénient, puifqu'il entretient toûjours la furface fupérieure dans l'état de métal. C'eft là certainement un ufage du fuif: mais il doit encore en avoir quelqu'autre, puifque ce n'eft pas du fuif ordinaire, mais compofé.

Après en avoir bien cherché la compofition, M. de Reaumur trouva enfin qu'on y mettoit de la fuie de cheminée, ou du noir de fumée : mais il trouva de plus qu'on pouvoit n'y rien mettre, & qu'il fuffifoit de le noircir en le brûlant un peu, comme on fait rouffir du beurre dans la poële. M. de Reaumur vit par expérience que ce fuif brûlé mettoit le fer dans la difpofition de prendre parfaitement l'étain.

Le degré de chaleur de l'étain fondu, eft une circonftance très-

très-importante. S'il eſt trop chaud, il ne couvre le fer que d'un enduit trop mince; s'il n'eſt pas aſſez chaud, il s'attache mal, & par groſſes goutes ſéparées. La perfection eſt que l'étain entre dans les plus petits interſtices des parties du fer, & qu'il s'y fige auſſi-tôt. Pour le 1.er point, il faut que l'étain ſoit très-fluide, & pour le 2.d qu'il ſoit peu chaud : mais comment unir ces deux points, qui ſemblent oppoſés ? car la fluidité eſt l'effet de la chaleur, & lui eſt proportionnée. M. de Reaumur a trouvé le ſecret de cette conciliation, en rendant par l'addition de quelque matiere inflammable l'étain plus fluide qu'il ne l'eſt naturellement. Il aura donc avec un moindre degré de chaleur plus de fluidité qu'il n'en eût eu. Cela même découvre la ſource des avantages qu'on a trouvés au ſel ammoniac dans l'art dont il s'agit ici, ce ſel a beaucoup de matiere huileuſe.

Il ne tiendroit plus qu'à nous préſentement d'avoir du fer-blanc par nous-mêmes : mais après que la Phyſique a fait tous ſes efforts pour fournir toutes les lumieres, quelle énorme diſtance il y a encore de là juſqu'à une exécution générale & ſolide ! combien de choſes la combattent, la retardent, la traverſent ! On ſera peut-être étonné quelque jour que nous ayons été ſi habiles à découvrir, & ſi négligens à en profiter.

SUR LE BLEU DE PRUSSE.

LE bleu de Pruſſe eſt une matiere que l'on vante pour avoir tous les avantages qu'on peut deſirer dans la Peinture, & qui coûte beaucoup moins que l'azur ou l'outremer. Le ſecret en a été trouvé en Pruſſe, mais on l'a eu en Angleterre, & préſentement ce bleu s'y fait du moins auſſi beau. Les tranſactions philoſophiques en ont publié la compoſition. M. Geoffroy y a travaillé ſur l'inſtruction qu'elles lui avoient donnée, & n'a pas réuſſi ſans beaucoup de peine, ce qui eſt aſſez ordinaire pour toutes les opérations délicates de Chymie, avec quelque ſoin, & quelque exactitude qu'elles ſoient décrites.

V. les M. p. 153 & 220.

La préparation du bleu de Prusse est une si longue suite de différens procédés, que nous ne devons pas entreprendre d'en parler. Il est presque incroyable que l'on se soit conduit dans ce dédale par des vûes déterminées, & en suivant un objet fixe, & il est difficile aussi de concevoir comment le hasard a fait succéder si heureusement les unes aux autres tant d'opérations différentes.

Mais pour en donner quelque idée générale, je suppose que la découverte ait été faite d'une maniere dont elle ne l'a pas été selon toutes les apparences, je suppose que l'on ait eû toutes les connoissances nécessaires pour mener le travail de droit fil, & sans s'écarter, & qu'à chaque moment on ait sçû ce que l'on avoit à faire, & comment il falloit s'y prendre.

Quelques indices font voir qu'il y a du bleu dans le fer. L'ancre, qui n'est proprement que du fer, a un œil bleu, quoique très-obscur, & très-foncé. Les eaux ferrugineuses, comme celles de Passy, prennent par la noix de galle une couleur bleue. Quelques Chymistes tirent du fer une teinture bleue par le moyen du sel ammoniac, enfin l'acier bien poli, chauffé à un feu modéré, prend une couleur bleue, & cette observation marque de plus que les autres, que ce qui est bleu dans le fer, c'est une substance légere qu'un petit feu fait élever à sa surface. Or on sçait d'ailleurs qu'il y a dans le fer beaucoup de matiere huileuse, de bitume, qui est même assez mal lié avec les autres principes, ou plutôt est en trop grande quantité pour être par-tout étroitement lié avec eux. C'est ce bitume qui doit être la base du bleu qu'on veut faire.

Mais certainement il est trop compacte, & sa couleur bleue trop enveloppée. Il faut l'étendre & le diviser très-finement, ce qui ne se peut que par une dissolution. Les matieres huileuses, & les sels alkali sont les dissolvants naturels des bitumes. Apparemment plusieurs huiles végétales ont été essayées sans succès, on a eu recours aux huiles animales, & on a été content du sang de bœuf calciné, & réduit en

poudre fine. Pour l'alkali, on a pris le plus puiſſant de tous, le ſel de tartre.

Le bitume du fer eſt attaché à une terre métallique jaune. Cette terre altereroit la couleur bleue du bitume, quelque raréfié qu'il fût. L'art de la Chymie le tranſporte de deſſus ſa terre jaune ſur une autre blanche qui eſt celle de l'alun, & alors la couleur bleue non-ſeulement n'eſt plus altérée par le fond qui la ſoûtient, mais de ſombre & de trop foncée qu'elle étoit, elle en devient plus claire & plus vive. Les Chymiſtes comprendront aiſément comment ſe fait ce tranſport du bitume ferrugineux; quand les principes d'un mixte on été ſéparés par la diſſolution, il n'y a qu'à leur préſenter ceux d'un autre mixte, avec leſquels ils auront plus de cette affinité, de ce rapport dont M. Geoffroy a donné les loix, * & ils s'uniront auſſi-tôt à ces nouveaux principes. *V. l'Hiſt. de 1718. p. 35.

Il faut obſerver que ce bitume qu'on veut avoir, on ne le cherche pas dans du fer en ſubſtance, mais dans du vitriol, où le fer eſt déja très-atténué, très-ſubtilement diſſous, & parconſéquent ſon bitume déja fort étendu.

Il y a donc trois liqueurs néceſſaires pour le bleu de Pruſſe, une leſſive de ſang de bœuf calciné avec le ſel alkali, une diſſolution de vitriol, & une diſſolution d'alun.

De toutes les opérations reſulte une matiere que M. Geoffroy nomme *fécule*, ou *petite lie*. Elle eſt d'un vert de montagne, mais détrempée dans l'eſprit de ſel elle devient dans l'inſtant d'une belle couleur bleue foncée, & c'eſt là le bleu de Pruſſe.

M. Geoffroy juge que ce vert de montagne venoit d'un reſte de terre jaune du fer, attachée encore à ſon bitume bleue, car le mêlange du jaune & du bleu fait du vert, & que l'eſprit de ſel en diſſolvant ce reſte de terre jaune empêche le bleu de ſe changer en vert, & le fait paroître tel qu'il eſt. L'eſprit de ſel peut auſſi diſſoudre une quantité ſuperflue de la terre alumineuſe à laquelle le bitume de fer s'eſt joint. Cet eſprit ne touchera point à une autre portion

de cette terre, enduite du bitume, qui la préſervera de ſon action.

Le fond de la préparation du bleu de Pruſſe étant une fois bien aſſûré, M. Geoffroy n'a pas manqué d'éprouver ſi en ſubſtituant d'autres matieres il auroit le même bleu, ou quelles variétés elles y apporteroient, ou enfin quelles couleurs il auroit par des additions de matieres nouvelles. C'eſt là un ſujet de recherches infini, que M. Geoffroy n'épuiſera pas, & dont nous détacherons ſeulement ce que ſes expériences lui ont appris de plus important.

Il ne trouva point d'abord que les matieres végétales puſſent être employées à la place du ſang de bœuf, & il conçut qu'il falloit s'en tenir aux animales. En effet la corne de cerf, par exemple, lui réuſſit, mais il vit avec quelque ſurpriſe qu'il n'en étoit pas de même de l'huile diſtilée de cette même corne. D'où pouvoit venir cette différence ? il s'aviſa de rejoindre à cette huile la tête morte ou le charbon, qui s'en étoit ſéparé dans la diſtilation, & après en avoir formé avec le ſel alkali cette eſpece de ſavon par où il faut que l'opération commence, & avoir ſuivi le reſte du procédé Anglois, il eut un très-beau bleu & en aſſez grande quantité.

De là il ſoupçonna que le charbon pouvoit n'être neceſſaire que comme charbon, & non comme charbon animal, & l'expérience l'en aſſûra. Le ſimple charbon de bois prit avec ſuccès la place du ſang de bœuf, ce qu'aſſûrément les premieres idées qu'on avoit priſes ſur cette opération, ne permettoient pas d'eſpérer. Avec une circonſtance que M. Geoffroy obſerve dans cette nouvelle maniere de faire le bleu, il en a preſque deux fois autant que par le procédé Anglois, & il l'a plus foncé.

Il juge par les faits qu'il a entre les mains, que le bitume bleu de fer, qu'il s'agit de diſſoudre très-finement, le ſera d'autant plus qu'il ſera diſſous plus vivement, & avec plus de force, qu'il faut donc lui fournir un diſſolvant très-actif & très-animé, qui ſera le principe inflammable, la

matiere du feu raſſemblée en grande abondance dans quelque mixte, qu'il y en a plus dans le charbon, que dans quelque huile que ce ſoit, parce que le charbon eſt une huile extrémement concentrée par les acides du mixte, & d'où toutes les parties aqueuſes qu'elle contenoit ont été chaſſées. Par cette raiſon il change le procédé Anglois ſur un point, qui eſt la circonſtance avantageuſe dont on vient de parler, il ne laiſſe pas réfroidir le mêlange calciné de ſel alkali & du ſang, ou du charbon, & il a ſoin de conſerver toute ſa matiere ignée pour l'uſage auquel il la deſtine.

La facilité que M. Geoffroy a trouvée à ſubſtituer le charbon de bois au ſang, ou aux huiles animales, lui a rappellé une penſée qu'il eut en 1705.* & qui lui parut à lui-même un grand paradoxe. Il n'y a point de cendres de plantes ſans fer, quelques précautions que l'on prenne pour les avoir d'une maniere qui éloigne tout ſoupçon que du fer puiſſe s'y être mêlé, il ſe produit toûjours un peu de fer quand on fait des cendres de plantes, & par conſéquent il s'en peut produire dans l'opération du bleu, lorſqu'on y employe le charbon de bois calciné, & pulvériſé comme il l'eſt, & ce nouveau fer qu'on n'attendoit pas, & qui ſe joint à celui du vitriol, rendoit le bleu plus abondant, ainſi qu'il l'eſt en effet. C'eſt un fer naiſſant, très-fin, très-delié, analogue à celui que le vitriol renferme.

* V. l'Hiſt. de 1705. p. 64. & 65.

Ce qui ſemble mettre cette idée hors de doute, c'eſt qu'en retranchant de l'opération le vitriol, qui en étoit la baſe, puiſque lui ſeul fourniſſoit le fer, M. Geoffroy a eu du bleu par le charbon du bois, mais à la vérité en une quantité fort petite. Il a par la même raiſon retranché l'alun, qui ne ſervoit qu'à fournir ſa terre blanche au bitume du fer; au lieu de la terre jaune à laquelle il étoit auparavant attaché, & il ſemble certainement qu'on ne pouvoit gueres s'éloigner davantage du premier point, d'où l'on étoit parti, du moins quant à la théorie.

Cependant M. Geoffroy s'en eſt encore éloigné ſur une

chose de pratique, & qui suppose l'opération faite pour avoir le plus de bleu qu'il se puisse. Cet esprit de sel que l'on croyoit necessaire pour changer en bleu le verdâtre de la fécule, ne l'est point, il ne faut que laisser la fécule exposée à l'air, & la remuer de tems en tems, pourvû néanmoins que le degré de calcination du sel alkali & du charbon ait été bien juste. M. Geoffroy donne le moyen de le reconnoître. On gagne doublement à retrancher l'esprit de sel, car on en a plus de fécule bleue.

Il est arrivé à M. Geoffroy ce qui arrive ordinairement aux Chymistes, & les paye de leurs travaux inutiles, il a trouvé ce qu'il ne cherchoit pas, un moyen facile & prompt de faire le savon tartareux de Starkey, qui demandoit une opération de six mois & beaucoup de sujetion.

Encore un fruit de ses recherches, c'est de répondre clairement & sans peine à M. Henckel Chymiste Allemand, qui ayant trouvé par une certaine opération une matiere bleue qui le surprenoit, demandoit aux Sçavans ce qu'ils pensoient sur l'origine de ce bleu. Tout le mémoire de M. Geoffroy est une réponse à M. Henckel. Il est bien naturel qu'un habile homme, faute d'avoir les yeux tournés d'un certain côté, n'ait pas vû ce qu'un autre voyoit à plein.

V. les M. p. 57.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires l'Ecrit de M. Geoffroy le cadet sur un métal qui resulte de l'alliage du cuivre & du zinc.



BOTANIQUE.

SUR UN ARBRISSEAU D'AMERIQUE qui porte de la Cire.

CE sujet a déja été traité en 1722* : mais il va l'être avec plus d'étendue, & plus d'exactitude, parce qu'on a eu de nouvelles instructions. * p. 11.

Dans tous les endroits tempérés de l'Amérique septentrionale, comme dans la Floride, à la Caroline, à la Louisiane, &c. Il y a un petit arbrisseau, qui porte un fruit dont on tire une cire propre à faire de la bougie.

M. Alexandre Chirurgien, qui est à la Louisiane, & correspondant de M. de Mairan, l'a informé, & par conséquent aussi l'Académie, des recherches qu'il a faites sur cet arbre. Il n'en a pû apprendre le nom, les Sauvages ne lui en ont pas donné, ou ceux à qui il s'est adressé ne le sçavoient pas, mais il en a envoyé une description exacte, & bien détaillée, avec les feuilles même, les fleurs & les fruits. Il a envoyé aussi de la cire toute faite.

Il croit, car il ne se croit pas encore assez fondé à l'assûrer positivement, qu'il y a deux especes de cet arbrisseau, l'une stérile, l'autre fertile. Les fertiles fleurissent en Février & Mars, & les graines sont mûres depuis Octobre jusqu'en Janvier au plus tard. Elles sont de la grosseur d'un petit grain de coriandre dans leur parfaite maturité, vertes au commencement, ensuite d'un gris cendré. Elles renferment, dans leur milieu un petit noyau osseux assez rond, couvert d'une peau verte chagrinée, & qui contient une semence & ce noyau est enveloppé d'une cire qui remplit tout le reste de la graine ou fruit. Cette cire est luisante, seche, friable, disposée en écailles sur la peau du noyau.

Il est très-aisé d'avoir cette cire. Il n'y a qu'à faire bouillir

des graines dans une quantité suffisante d'eau, & les écraser grossierement contre les parois du vaisseau pendant qu'elles sont sur le feu. La cire se détache des graines qui la renfermoient, & vient nager sur la superficie de l'eau. On la ramasse avec une cuillier, on la nettoye en la passant par un linge, & on la fait fondre de nouveau pour la mettre en pains.

Un arbrisseau bien chargé de fruits en a 6 livres, & une livre de fruit donne $\frac{1}{4}$ de cire. Il est difficile de déterminer au juste, combien un homme pourroit ramasser de ces graines en un jour, parce que ces arbres, qui croissent sans culture & sans art, sont répandus çà & là, tantôt plus, tantôt moins écartés les uns des autres, selon que différens hasards les ont semés; cependant M. Alexandre juge à peu près qu'un homme ramasseroit aisément en un jour 16 livres de graines, ce qui donneroit 4 livres de cire. Cette grande facilité, qui deviendroit beaucoup plus grande par des plantations régulieres de ces arbres, & le peu de frais qu'il faut pour tirer la cire, seroient fort à considerer, si cette matiere devenoit un objet de commerce.

La cire qui se détache par les premieres ébullitions est jaune, comme celle qui vient de nos abeilles, mais les dernieres ébullitions la donnent verte, parce qu'alors elle prend la teinture de la peau, dont le noyau est couvert. Toute cette cire est plus seche & plus friable que la nôtre. Elle a une odeur douce & aromatique assez agréable.

M. Alexandre a remarqué sur plusieurs pieds d'arbrisseaux que leur graine étoit empreinte d'une substance lacqueuse aussi vive que celle de la plus belle gomme-lacque ordinaire, mais en si petite quantité que ce ne seroit pas la peine de la recueillir. Peut-être deviendroit-elle plus abondante par la culture.

Les feuilles, les fleurs & les fruits ont une odeur approchante de celle du myrte & un goût amer, & fort astringent. De là M. Alexandre juge que toutes ces parties pourroient avoir un usage médicinal, tant intérieurement, qu'extérieurement.

qu'extérieurement dans toutes les occasions où il faut rétablir & fortifier le ressort des parties relâchées. L'Extrait solide de la décoction des graines dont on a séparé la cire, est un remede souverain pour toutes sortes de dévoyemens. La dose en est depuis 4 grains jusqu'à 8. L'eau distilée des feuilles a encore plus de vertu que celle du Myrte, pour remédier aux relâchemens, que l'enfantement peut avoir causés.

La culture de cet arbre ne deviendra un article important, qu'en cas que l'on se résolve à profiter de ce don de la Nature. Mais M. Alexandre ne laisse pas de hasarder ses soins & ses recherches, pour sçavoir si cette plante vient mieux de graine, ou de bouture, quel terroir lui convient le mieux, &c. Les Observateurs font assez souvent des avances, & des frais inutiles.

M. Marchant a lû la Description de la *Galega vulgaris* C. B. Pin. 352. de l'*Anonis Americana, folio latiori subrotundo*. J. R. Her. 409. de l'*Anil sive Indigo Guadalupensis*. H. R. Pat. append. & de l'*Origanum spicatum montis Sipyli foliis glabris*. Wehler. Itiner. 206.





GEOMETRIE.

SUR LES COURBES QUI EN COUPENT une infinité d'autres à Angles droits.

V. les M. p. 130.

QU'UN demi-cercle ſoit décrit ſur une ligne droite indéfinie, dont une partie déterminée ſera ſon diametre; que d'un point quelconque de ce demi-cercle on lui tire une tangente terminée à la ligne indéfinie, & que du point où elle s'y termine pris pour centre, & ſur la tangente priſe pour rayon, on décrive un cercle, il eſt clair que ce cercle coupera à angles droits le demi-cercle au point où il eſt touché par la tangente; car ce cercle eſt perpendiculaire à cette tangente, qui eſt ſon rayon, & par conſéquent auſſi au demi-cercle, dans le point où elle en eſt tangente.

Maintenant ſi l'on conçoit qu'un autre rayon du même cercle, tel qu'un 2ᵈ demi-cercle qui aura la même origine, ou partira du même point que le 1ᵉʳ en puiſſe être touché, le cercle coupera encore à angles droits par la même raiſon ce 2ᵈ demi-cercle, qui aura néceſſairement un diametre différent de celui du 1ᵉʳ, poſé ſur la même droite indéfinie.

Et comme il peut y avoir une infinité de rayons du même cercle, tels qu'ils ſoient toûjours des tangentes de différens demi-cercles, il y aura une infinité de ces demi-cercles tous coupés à angles droits par le même cercle.

On voit déja par-là qu'il eſt poſſible qu'une courbe en coupe à angles droits une infinité d'autres, qui auront une origine ou un ſommet commun; & il eſt très-apparent que le problême pourra être élevé à une plus grande univerſalité. On pourra demander quelle eſt la courbe qui coupera

à angles droits une infinité de courbes données, qui auront un même ſommet.

Quand les courbes données, & qui doivent être coupées, changeront de nature, il eſt évident que la courbe coupante en changera auſſi. Si, par exemple, au lieu des demi-cercles qui étoient les courbes à couper, c'étoient des Paraboles, on verra aiſément qu'elles ne ſeroient plus coupées à angles droits par le cercle qui coupoit les demi-cercles. Car les demi-cercles étant tous touchés par différens rayons du cercle coupant, il ſuivoit de là que la partie de leur ſoûtangente, compriſe entre leur ſommet commun, & le centre du cercle coupant, étoit toûjours, & ne pouvoit être que conſtante : or ſi on ſubſtitue aux demi-cercles différentes paraboles qui aient le même ſommet, cette partie de leur ſoûtangente variera toûjours, puiſqu'elle ſera toûjours égale à l'abſciſſe correſpondante. Donc un même cercle ne pourra couper à angles droits toutes les paraboles. Ce ſera donc quelque autre courbe.

Les courbes à couper étant données, il faut pour déterminer la coupante, qu'on la puiſſe tirer de ce qui ſera donné dans les courbes à couper, de quelque propriété qui leur ſera commune ; & il faut que par cette propriété, on paſſe de la nature des courbes coupées à celle de la coupante. Cette condition pourroit manquer à la propriété qu'on donneroit aux courbes à couper, & en ce cas-là le problême ſeroit impoſſible.

Pour le rendre poſſible, & auſſi général qu'il ſe puiſſe, M. Leibnits, qui en eſt l'Auteur, a donné pour propriété commune aux courbes à couper, que le rayon de leur développée eût toûjours un rapport conſtant quelconque à ſa partie compriſe entre la courbe & l'axe, qui eſt la droite indéfinie que nous avons poſée d'abord.

Cette propriété a la condition requiſe. Il s'enſuit que la ſoûtangente de la coupante ſera toûjours la même que la ſoûperpendiculaire, ou ſoûnormale de chaque coupée, puiſque le rayon de la développée de chaque coupée, ſera en

même tems perpendiculaire à cette coupée, & tangente de la coupante : or quand on a l'expression générale de la soûtangente d'une courbe, on en tire par le calcul intégral la nature ou l'équation de cette courbe. Les soûperpendiculaires connues des coupées donneront donc l'équation de la coupante.

Il est visible que la propriété commune aux courbes à couper, les rend nécessairement semblables. On ne pourroit pas, par exemple, proposer dans ce problême pour courbes à couper des paraboles & des hyperboles, quoiqu'elles eussent le même sommet, & le même axe.

Le centre d'un cercle étant toute sa développée, ce qui lui est particulier, & par conséquent le rayon de sa développée n'étant que son propre rayon, il y a entre le rayon de la développée du cercle, & la partie de ce rayon comprise depuis l'axe jusqu'au cercle, un rapport constant, qui est celui d'égalité, ou de 1 à 1, puisque le rayon du cercle est compris tout entier entre l'axe & le cercle. De là vient que les demi-cercles que nous avons considérés d'abord, étoient des courbes propres à être coupées à angles droits par une même courbe, qui se trouve être aussi un cercle.

La cycloïde est telle que le rayon de sa développée est toûjours double de sa partie comprise entre l'axe & la cycloïde, & par conséquent une infinité de cycloïdes pourront être coupées à angles droits par une même courbe.

Mais il s'en faut bien que toutes les courbes n'aient ce rapport constant du rayon de la développée à sa partie. La parabole, par exemple, ne l'a pas ; son rayon de la développée a un rapport toûjours variable & croissant à sa partie comprise entre l'axe & la parabole. Les paraboles ne peuvent donc être du nombre des courbes qui seront coupées à angles droits par une même courbe, ou du moins du nombre de celles que demande le problême de M. Leibnits.

C'est déja un problême très-difficile que de trouver l'équation générale des courbes en qui le rayon de la

développée aura ce rapport conſtant quelconque, & la difficulté augmente encore beaucoup, quand il faut après cela trouver auſſi en général l'équation de la courbe coupante, quelles que ſoient les coupées dans la condition preſcrite.

Auſſi dans la conteſtation qui s'éleva entre M. Newton, & M. Leibnits, ſur la découverte du calcul des Infiniment petits, les Anglois d'un côté, & de l'autre les partiſans de M. Leibnits ayant marqué, comme il eſt fort naturel dans une diſpute, des prétentions réciproques de ſupériorité en ces matieres, M. Leibnits crut ne pouvoir mieux embarraſſer le parti ennemi, qu'en lui donnant ce problême à réſoudre. Il a été réſolu par les Géometres Anglois, & la victoire, qui n'eût peut-être pas été décidée par là, eſt demeurée indéciſe. La beauté & la difficulté du problême a piqué auſſi d'autres Géometres que ceux qui étoient défiés. M. Bernoulli ne pouvoit manquer d'en donner une ſolution.

M. Nicole en donne auſſi une; mais en ſuivant une route nouvelle, par où il eſt conduit à des intégrations qui ſont préſentement ce qu'il y a de plus fin dans la Géometrie. Lorſque par l'expreſſion que l'on a d'une grandeur infiniment petite, on veut trouver le Tout fini, dont elle eſt la partie infinitiéme, il arrive ſouvent que ce Tout ne peut être exprimé par une grandeur ſimple, mais ſeulement par une ſuite infinie décroiſſante de grandeurs, dont la ſomme ne ſera que finie, & égale au Tout cherché. Il s'en faut beaucoup que l'art de la Géometrie ne puiſſe trouver les ſommes finies de toutes les ſuites infinies, qui certainement n'ont pas d'autres ſommes. Quand ces ſommes ne ſe peuvent trouver, on n'a que des valeurs approchées de la grandeur qu'on cherche, & d'autant plus approchées que l'on prend la ſomme d'un plus grand nombre de termes de la ſuite infinie. On ſçait auſſi que plus la ſuite eſt *convergente*, c'eſt-à-dire, plus les termes de ſon origine ſont grands par rapport à ceux de ſon extrémité, plus un petit nombre de ſes termes pris à ſon origine, approchera d'être égal à la ſomme totale, & moins il y aura d'erreur à négliger tous

les autres termes, quoiqu'en nombre infini. Mais enfin ce n'eſt point là une ſomme ou une intégration exacte.

Il n'y a point de grandeur finie, je dis même de celles qui peuvent avoir une expreſſion ſimple, qui ne puiſſe être exprimée par une infinité de différentes ſuites infinies. Il y a donc de l'art, quand il s'agit de grandeurs qui ne peuvent être exprimées que par des ſuites infinies, à trouver les plus convergentes qui les puiſſent exprimer.

Les plus convergentes de toutes les ſuites, ce ſont celles qui après un certain nombre fini de termes, n'en ont plus aucun qui ne devienne zero. Cela arrive par des Coëfficiens indéterminés, qui multiplient chaque terme, & dont on retranche toûjours des nombres croiſſans à l'infini. Il faut de plus que d'un terme à l'autre les coëfficiens précédens multiplient les ſuivans, &, pour ainſi dire, s'accumulent. Quand par la valeur déterminée qu'on vient à donner à ces Coëfficiens, il y en a un égal au nombre qu'on en retranche, il devient zero, & par conſéquent auſſi le terme de la ſuite qu'il multiplie, & pareillement les coëfficiens ſuivans, où il ſera répété. Alors la valeur cherchée ne ſera donc que la ſomme d'un nombre fini de termes, & l'intégration ſera parfaite & exacte.

C'eſt par-là que M. Nicole détermine les cas où les courbes ſoit coupées, ſoit coupantes, que ſon Analyſe lui fait naître, ſont géometriques ou méchaniques. Dans le 1er cas leurs Ordonnées s'expriment par des ſuites dont un nombre fini de termes fait la ſomme exacte. Dans le 2^d^ c'eſt le contraire. Mais le mérite de ces ſortes de recherches ne peut être bien connu que de ceux qui en ont éprouvé par eux-mêmes toutes les épines, & qui ont eu l'audace de s'engager dans ces ingénieux labyrinthes.

SUR L'INSCRIPTION DU CUBE DANS L'OCTAEDRE.

SOIT une pyramide réguliere à 4 faces, qui ſoient 4 triangles équilatéraux égaux, ſa baſe ſera par conſéquent égale au quarré d'un côté quelconque des triangles. Si on conçoit que cette baſe ſoit commune à cette 1re pyramide, & à une 2de égale & ſemblable, les deux enſemble feront une octaëdre, corps à 8 faces, & l'un des 5 corps réguliers. Il s'agit d'inſcrire un cube dans l'octaëdre, c'eſt-à-dire, en imaginant l'octaëdre entierement creux, d'y poſer un cube de façon que ſes 8 angles ſolides s'appuient chacun ſur un point de la ſurface intérieure de l'octaëdre. Comme l'octaëdre eſt compoſé de deux moitiés parfaitement égales, qui ſont les deux pyramides, on peut pour plus de facilité concevoir qu'il ne s'agit que d'inſcrire dans une pyramide la moitié d'un cube, ou de la poſer de façon dans la pyramide, qui ſera, ſi l'on veut, la ſupérieure, que les 4 angles ſolides ſupérieurs du cube tronqué s'appuient ſur 4 points de la pyramide; car il eſt évident que les 4 angles ſolides inférieurs du cube entier s'appuieront de même ſur 4 points correſpondans de la pyramide inférieure. V. les M. p. 207.

La baſe commune des deux pyramides étant un quarré, toutes les ſections d'une pyramide faites parallelement à ſa baſe ſeront auſſi des quarrés. Il s'agit donc d'inſcrire dans quelqu'un de ces quarrés la face ſupérieure du demi-cube, qui eſt auſſi un quarré. Je dis dans *quelqu'un de ces quarrés*. Car s'il ne s'agiſſoit que d'inſcrire dans l'octaëdre un parallepipede ou priſme quadrilatere, dont deux faces oppoſées ou baſes fuſſent des quarrés, ſa hauteur étant indéterminée, auſſi-bien que ces deux faces quarrées, il eſt clair qu'on le pourroit inſcrire dans tout l'octaëdre, en variant toûjours ſes deux baſes & ſa hauteur; car on trouveroit par-tout pour ſes deux baſes, deux quarrés égaux dans deux plans paralleles des deux pyramides, & ſa hauteur ſeroit la ligne quelconque

qui les joindroit : mais dans un cube il faut que la hauteur ſoit égale au côté de la baſe quarrée, & cela aſſujettit à un certain choix pour le plan où l'on doit inſcrire la face quarrée du cube.

Un triangle équilatéral étant inſcrit dans un cercle; ſi du centre de ce cercle on tire un rayon parallele à un côté qu'on aura pris pour baſe du triangle, ce rayon coupera un autre côté du triangle en un point tel que la partie de ce côté qui ſera vers la baſe ſera $\frac{1}{3}$ de ce côté. C'eſt par ce point pris ſur l'un des triangles équilatéraux d'une pyramide qu'Euclide mene un plan parallele à la baſe de la pyramide; & ce plan eſt celui où il inſcrit une face du cube qui ſera inſcrit à l'octaëdre. La maniere dont il inſcrit la face quarrée du cube dans ce plan, qui eſt quarré auſſi, eſt que chaque angle du nouveau quarré, ſoit au milieu d'un côté du premier. Il eſt démontré que le nouveau quarré parallele à la baſe d'une pyramide, en ſera à une diſtance qui ſera la moitié du côté de ce quarré, & par conſéquent le double de cette diſtance ſera la hauteur d'un cube inſcrit à l'octaëdre.

Un Auteur aſſez fameux, qui a écrit ſur Euclide, s'étant écarté de cette démonſtration, M. Clairaut, qui enſeigne les Mathématiques avec ſuccès, s'apperçut de l'erreur; & pour plus de ſûreté, il en conſulta M. de Mairan, qui ſe mit à examiner à fond toute cette matiere.

Il vit que le cube d'Euclide n'eſt pas le ſeul qui ſe puiſſe inſcrire dans l'octaëdre. Ce problême reçoit une infinité de ſolutions, mais dans certaines bornes.

On peut inſcrire dans un quarré donné une infinité de quarrés différens en grandeur & en poſition. Le plus grand de tous eſt le quarré donné lui-même, ou ce qui revient à la même choſe, un quarré égal au donné, qui aura ſes angles dans ceux du donné, & par conſéquent la même poſition. Si l'on inſcrit un autre quarré qui n'ait plus la même poſition que le donné, mais une un peu différente, c'eſt-à-dire, qui ait ſes angles peu éloignés de ceux du donné, &

appuyés

appuyés tous quatre sur ses côtés, on verra que ce quarré différent du donné en position sera aussi nécessairement moindre, & n'enfermera pas un aussi grand espace. Plus un quarré inscrit s'éloignera de la position du donné, plus il sera petit, & enfin il sera le plus petit qu'il puisse être, quand sa position sera la plus différente qu'il se puisse de celle du donné, ce qui arrivera lorsque ses 4 angles seront au milieu des 4 côtés du donné, car après cela ses angles ne peuvent plus que se rapprocher de ceux du donné, ou sa position de celle du donné.

Dans le plan quarré qu'Euclide détermine, le quarré qu'il y inscrit pour être la face de son cube est donc le moindre qui puisse y être inscrit, & l'on y en pourroit inscrire une infinité de plus grands: mais ces quarrés plus grands n'appartiendroient plus à des cubes, parce que leur hauteur ne pourroit être aussi grande que les côtés de ces quarrés; car elle seroit plus grande que celle du cube d'Euclide, & celle de ce cube est précisement celle qu'il faut, vû la distance où seroit à l'égard de la base commune des pyramides le plan quarré où l'on auroit inscrit les différents quarrés. Le cube d'Euclide est donc unique pour le plan déterminé, où il en inscrit une face.

Dans ce plan il a donné à la face de son cube la position la plus désavantageuse par rapport à la grandeur. Il pourroit donc y avoir un plan supérieur, dans lequel, quoique plus petit, parce qu'il seroit supérieur, on inscriroit un plus grand quarré en lui donnant une position plus avantageuse, & ce plus grand quarré pourroit appartenir à un cube. M. de Mairan détermine géométriquement que tout cela est en effet. La ligne menée du sommet d'une pyramide au sommet de la pyramide opposée est égale à la diagonale du quarré qui est leur base commune; si l'on prend la différence de cette diagonale, & du côté, que l'on porte cette grandeur sur le côté d'un triangle équilatéral, & que par le point où elle se terminera qui sera plus élevé que $\frac{1}{3}$ de ce côté, on mene un plan parallele à la base des pyramides, ce plan

même ſera la face d'un cube inſcrit à l'octaedre, & plus grand que celui d'Euclide.

Non-ſeulement ce cube eſt plus grand que celui d'Euclide mais la méthode géométrique le donne pour le plus grand de tous les cubes inſcriptibles à l'octaedre, & par conſéquent celui d'Euclide pour le plus petit, car ils ſont l'un & l'autre dans les poſitions les plus oppoſées qu'il ſe puiſſe par rapport à l'octaedre. Celui de M. de Mairan a ſes angles dans ceux de l'octaedre, ce qui donne ſa face ſupérieure la plus avantageuſe qu'il ſe puiſſe dans le quarré où elle eſt inſcrite, puiſqu'elle eſt ce quarré même. Celui d'Euclide a ſes angles appuyés à un certain point des ſurfaces des pyramides, & ce point eſt toûjours le centre du cercle où chaque triangle équilatéral feroit inſcrit.

On peut comparer, ſi l'on veut, les avantages & les déſavantages, ou même l'agrément ou le déſagrément des deux poſitions contraires de ces deux cubes. Il ſemble que celui d'Euclide qui n'appuye que ſes angles ſur les faces de l'octaedre ſoit, à parler à la rigueur, plus inſcrit que celui de M. de Mairan, qui a les 8 côtés de ſa face ſupérieure, & de l'inférieure, communs avec la ſurface de l'octaedre, & peut-être Euclide a-t-il été prévenu de la penſée que cette inſcription plus légere, pour ainſi dire, & qui ne conſiſte que dans des attouchemens de points, étoit la ſeule inſcription, comme elle l'eſt en fait de ſurfaces, & par-là il n'aura ſongé qu'à chercher un cube ainſi conditionné. Il eſt certain d'ailleurs que les angles ſolides de ce cube toûjours appuyés aux centres des cercles où les triangles équilateraux feroient inſcrits, ſont quelque choſe de ſingulier, & d'agréable à des yeux Géometres. Mais il eſt certain auſſi que le cube de M. de Mairan ne laiſſe pas d'être véritablement inſcrit, & que le problème en devient plus beau, plus curieux & d'une géométrie plus profonde.

Car puiſque le cube de M. de Mairan eſt le plus grand de tous les inſcriptibles à l'octaedre, & celui d'Euclide le plus petit, il y a donc une certaine étendue dans laquelle

on peut prendre l'infinité des cubes, qui seront moyens entre ces deux extrèmes. Cette étendue sera la portion du côté d'un triangle équilatéral comprise entre $\frac{1}{3}$ de ce côté à compter de la base des deux pyramides, & le point où se termine sur ce même côté une ligne égale à la différence de la diagonale de l'octaedre, & du côté d'un triangle. Tous les plans menés parallelement à la base par tous les points de cette portion de côté, seront tels qu'on y pourra inscrire la face supérieure d'un cube inscrit à l'octaedre. Mais comme celle du plus grand cube est le plan même parallele à la base, & que celle d'un plus petit aura dans son plan une position toute contraire, tous les cubes moyens inscrits auront toûjours des positions différentes, & toûjours plus différentes de celle du plus grand à mesure qu'ils s'en éloigneront davantage, & seront plus petits.

Si on conçoit que le grand cube devienne successivement tous les autres en s'appetissant toûjours, un des angles solides de sa face supérieure descendra donc de dedans l'angle que font entre eux les côtés contigus des deux triangles équilatéraux, jusqu'au milieu d'une ligne parallele à la base d'un de ces triangles, & tout son chemin sera une courbe, que M. de Mairan trouve par le calcul geométrique qui sera une hyperbole rapportée à ses diametres ou axes, ou plutôt une portion de cette hyperbole, & son sommet sera le point où s'appuie un angle solide d'un cube d'Euclide.

Un calcul assez aisé fait voir que le plus grand cube n'est pas tout à fait double de celui d'Euclide, qui est le plus petit.

Maintenant si au lieu de cubes on vouloit inscrire dans l'octaedre des prismes qui eussent deux faces opposées quarrées, il est évident qu'il faudroit limiter la question, puisqu'on peut inscrire de ces prismes dans tout l'octaedre. Il faut donc se réduire, comme fait M. de Mairan à chercher les plus grands prismes inscriptibles. On voit que si on leur donne une grande base ils en auront une moindre hauteur, & réciproquement, d'où il suit qu'il doit y avoir une

certaine combinaiſon de la baſe & de la hauteur, la plus avantageuſe qu'il ſe puiſſe pour produire un grand priſme. Il eſt bon de remarquer que quand on a déterminé le plan parallele à la baſe commune des deux pyramides, qui doit être une des baſes quarrées du priſme, ou du moins la contenir, la hauteur du priſme eſt déterminée auſſi; car elle ne peut être que la diſtance de ce plan à l'autre plan parallele & égal qui eſt de l'autre côté de la baſe commune des pyramides.

Il ne s'agit que de trouver par quel point d'un côté d'un des triangles équilatéraux doit paſſer le plan qui ſera la baſe du plus grand priſme, ou la contiendra. Les regles ordinaires donnent pour ce point le tiers d'un côté, & par conſequent c'eſt le même point qu'Euclide a trouvé pour ſon cube.

De-là il ſuit ſeulement que la hauteur du plus grand priſme eſt trouvée, elle ne ſera qu'égale à celle du cube d'Euclide : mais la baſe eſt encore indéterminée, parce que dans le plan déterminé elle peut avoir une infinité de grandeurs différentes, ou, ce qui revient au même, de poſitions différentes, qui ſeront auſſi celles du priſme dans l'octaedre. Il y aura donc une infinité de plus grands priſmes, qui ayant tous la même hauteur ſeront inégaux entre eux par l'inégalité de leurs baſes, ou par la différence de leurs poſitions.

Il peut paroître d'abord étrange qu'au lieu d'un plus grand priſme unique, il s'en trouve une infinité, & qui ſont même inégaux, car il n'y en peut avoir qu'un qui ſoit le plus grand. Mais on verra facilement que chacun d'eux eſt un plus grand pour ſa poſition, c'eſt à-dire que tout autre priſme poſé de même par rapport à l'octaedre ſera plus petit quelque baſe, & quelque hauteur qu'il ait. C'eſt une infinité de plus grands, dont chacun ne l'eſt que dans une détermination particuliere, & tous ſont renfermés dans une certaine étendue.

Il eſt évident que le plus grand de tous ces plus grands eſt le priſme dont la baſe eſt le plan même qui a été mené

par le tiers d'un côté. Tous les autres, dont les bases contenues dans cette premiere seront moindres, & donneront en même tems à leurs prismes des positions moins avantageuses dans l'octaedre, iront en décroissant jusqu'à celui dont la base appuiera ses angles sur le milieu des côtés du plan, qui contient toutes les bases. Ce dernier prisme est véritablement le cube d'Euclide.

Il s'ensuit que ce cube, qui est le plus petit de tous les cubes inscriptibles, est en même tems le plus grand de tous les prismes inscriptibles, qui auroient la même position que lui dans l'octaedre.

Il est clair que la base du plus grand prisme est double de celle de ce cube, & par conséquent leur hauteur étant la même, le plus grand prisme inscriptible est double du plus petit, au lieu que le plus grand cube n'a pas tout à fait un si grand rapport au plus petit cube, qui est aussi ce même plus petit prisme. De-là on voit que le plus grand prisme est plus grand que le plus grand cube. Ce plus grand prisme a une moindre hauteur, mais une plus grande base.

Depuis le plus grand prisme jusqu'au plus petit, la variation ne consiste qu'en ce que l'angle solide du plus grand parti de l'extrémité d'une ligne parallele à la base d'un triangle, vient successivement se placer sur le milieu de cette même ligne. Il ne décrit dans tout son chemin que cette moitié de ligne droite, ou si l'on veut, la ligne entiere, puisque tous les plus grands prismes ont la même hauteur, au lieu que dans le chemin correspondant que faisoit l'angle solide des cubes, depuis le plus grand d'entre eux jusqu'au plus petit, il décrivoit une courbe, tous les cubes ayant différentes hauteurs.

M. de Mairan a renversé le problème en inscrivant un octaedre dans un cube donné, ou même au lieu de l'octaedre deux pyramides égales, qui n'en formeroient plus un, parce que leurs faces ne seroient que des triangles isosceles, & non pas équilatéraux. Il trouve toûjours par les principes déja établis les plus grands & les plus petits que ce nouveau

cas produira. Mais nous ne le suivrons pas plus loin. Il ne s'agit guere en geométrie que d'ouvrir des routes, & ceux qui sçavent y marcher se contentent assez souvent de voir le chemin qu'ils y pourroient faire & s'en épargnent la peine.

M. Clairaut lut aussi à l'Académie un écrit sur cette matiere. Il n'avoit en vûe que de découvrir les erreurs de l'Auteur dont nous avons déja parlé.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE.

V. les M. p. 282.
* p. 68. & suiv.

NOUS avons déja donné en 1724 * quelque idée de la nouvelle *Goniométrie*, ou science de mesurer les angles, proposée par M. de Lagni. Il la pousse présentement beaucoup plus loin, & la substitue à la Trigonométrie ordinaire, non-seulement parce qu'elle est plus simple & plus facile dans la pratique, & qu'elle n'a point comme cette Trigonométrie des limites nécessaires qui arrêtent ses opérations, mais encore parce qu'elle est plus immédiatement déduite des premieres sources, plus lumineuse, ce qui n'est pas d'un prix médiocre pour l'esprit véritablement géometre. Nous allons développer les principes, & exposer le plan de cette nouvelle méthode.

* V. les M. p. 135. & suiv.

M. de Lagny a démontré en 1719 * qu'un arc de cercle quelconque, pourvû seulement qu'il soit moindre que le quart de la circonférence, ou 90 degrés, étant conçû avec sa tangente divisée en une infinité de parties égales, ausquelles se terminent autant de lignes ou de sécantes tirées du centre, est exprimé par une suite ou série d'une infinité de termes fractionnaires, qui ont tous pour numérateur le quarré du rayon du cercle, & dont les dénominateurs sont les quarrés des sécantes prises selon leur ordre, à commencer depuis la plus petite. Il est visible que cette suite est décroissante à l'infini, puisque les numérateurs de ses termes étant constants, les dénominateurs croissent toûjours. La somme de l'infinité des termes décroissants de cette suite n'est certainement que finie, & c'est la valeur exacte de l'arc donné ou

proposé : mais on ne peut avoir cette somme, non parce qu'elle est formée d'une infinité de termes, car on a bien les sommes finies de toutes les progressions géometriques décroissantes infinies, mais parce que l'art ne va pas jusqu'à pouvoir sommer en général toutes les suites infinies décroissantes, dont les sommes ne sont cependant que finies.

Non-seulement l'art ne le peut pas, mais il ne doit pas le pouvoir, c'est-à-dire, que la nature de la chose est souvent telle que cela doit être impossible. Toute grandeur incommensurable ne l'est, que parce que son rapport aux grandeurs commensurables, les seules que nous connoissions parfaitement, ne peut être exprimé on peut seulement en approcher toûjours de plus en plus, avec la certitude de n'y pouvoir jamais arriver. Ces approximations, quand elles sont reglées par quelque loi, sont des suites infinies, dont les sommes finies donneroient exactement le rapport cherché. Mais par la nature des grandeurs incommensurables il est impossible d'avoir exactement ce rapport, il l'est donc aussi d'avoir ces sommes.

Dans le cas présent, on sçait assez que puisqu'on n'a pas le rapport du diametre du cercle à sa circonférence, & que selon toutes les apparences il est impossible de le trouver, tout arc de cercle est incommensurable au rayon, ou ne peut être traité que comme s'il l'étoit, & par conséquent tout arc de cercle exprimé par le rayon ne le peut être que comme par une grandeur à laquelle il est incommensurable, c'est-à-dire par une suite infinie telle qu'est celle de M. de Lagny.

Chaque terme de cette suite étant le quarré du rayon divisé par le quarré d'une des sécantes en nombre infini qui partagent en parties égales la tangente de l'arc supposé : & le quarré d'une sécante particuliere quelconque étant la somme de celui du rayon, & de celui de la partie de la tangente de l'arc déterminée par cette sécante particuliere, la suite infinie ne comprend dans son expression que le rayon, & la tangente de l'arc, ou des parties de cette tangente,

qui ſont autant de tangentes particulieres de différents arcs moindres que le donné. Ainſi on peut transformer la ſuite en une autre, dont l'expreſſion ne comprenne que deux grandeurs, le rayon & la tangente de l'arc, mais toûjours différemment modifiées dans les différents termes, ſoit par des élévations à des puiſſances, ſoit par des coéfficients. M. de Lagny a fait cette transformation, qui lui donne une ſeconde ſuite générale, dont la ſomme ſeroit auſſi la valeur exacte d'un arc quelconque moindre que 90 degrés, & toûjours exprimé par le rayon & la tangente. Les termes de cette ſuite ont toûjours alternativement les ſignes *plus* & *moins*.

Le rayon ne peut être qu'une grandeur conſtante pour tous les différents arcs : mais la tangente eſt toûjours variable. Si l'on conçoit un arc infiniment petit, ſa tangente qui lui ſera alors égale, ſera infiniment petite par rapport au rayon, & ſi l'arc eſt de 90 degrés, ſa tangente ſera infiniment grande par rapport au rayon, & c'eſt par cette raiſon-là même qu'il faut que l'arc donné ſoit moindre que 90 degrés ; une tangente infinie ne ſeroit d'aucune uſage. Le rapport de la tangente au rayon, qui commence par être infiniment petit, va toûjours croiſſant dans le fini à meſure que l'arc fini eſt plus grand, & ſe termine enfin par être infini à 90 degrés. Si l'on a ce rapport fini en nombres, on n'a qu'à ſubſtituer ces nombres aux grandeurs indéterminées qui dans la ſuite infinie de M. de Lagny ſont le rayon & la tangente, & la ſuite exprime auſſi-tôt en parties du rayon ou de la tangente un arc déterminé que l'on cherchoit.

Par exemple, ſi le rayon & la tangente ſont deux grandeurs égales, & toutes deux 1, ce qui arrive quand l'arc eſt de 45 degrés, on voit que cet arc eſt égal au rayon ou à la tangente moins $\frac{1}{3}$, plus $\frac{1}{5}$ moins $\frac{1}{7}$, & toûjours ainſi de ſuite à l'infini. Le numérateur des fractions étant toûjours 1, & les dénominateurs les impairs conſecutifs, & les ſignes plus & moins toûjours alternativement mêlés.

mêlés. Comme l'arc de 45 eſt la 8me partie de la circonférence, ſi l'on avoit la forme de cette ſuite, il ne faudroit que la multiplier par 8, & l'on auroit en nombres le rapport exact du rayon ou du diametre à la circonférence. Il y a 45 ans que M. de Lagny avoit trouvé cette fameuſe formule, ſans ſçavoir qu'elle l'avoit déja été par M. Gregory, ou par M. Leibnits.

Il a ôté de la formule générale l'incommodité des ſignes *plus* & *moins* alternatifs, qui rendroient le calcul trop pénible, & en ôtant toûjours de chaque terme qui a *plus*, ce qu'il en faut ôter pour le terme ſuivant qui a *moins*, il a rendu la ſuite toute additive, & a montré ſelon quelle loi ſe formoient les puiſſances de ces termes, ou leurs coëfficiens, ce qui donne le moyen de la continuer facilement, & de la pouſſer auſſi loin que l'on veut. Pour l'arc de 45, la ſuite que l'on vient de voir, ſe change en celle-ci, $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{35}$. $\frac{2}{99}$. $\frac{2}{195}$ &c. tous ces termes étant ajoûtés enſemble à l'infini.

Le rayon eſt à la circonférence comme 1 à un peu plus de 6, mais ſuppoſons que ce ſoit exactement comme 1 à 6. Alors l'arc de 45 eſt les $\frac{3}{4}$ du rayon. En ajoûtant $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{15}$, les deux 1ers termes de la ſuite, on a $\frac{76}{105}$ qui ne different de $\frac{3}{4}$ que de $\frac{11}{420}$. Donc en ajoûtant $\frac{11}{420}$ à $\frac{76}{105}$ on auroit $\frac{3}{4}$. Mais à $\frac{76}{105}$ on ajoûte $\frac{2}{99}$, 3eme terme de la ſuite, moindre que $\frac{11}{420}$ de $\frac{249}{41580}$ ſeulement, ou de $\frac{83}{13860}$, de ſorte que les 3 premiers termes de la ſuite vaudroient déja les $\frac{3}{4}$, à cette petite quantité près, & tous les termes ſuivans en nombre infini ne vaudroient que $\frac{83}{13860}$. Mais il eſt certain qu'ils vaudront quelque choſe de plus, mais preſque infiniment peu, parce que la circonférence eſt un peu plus de 6, le rayon étant 1.

On voit par-là que cette ſuite eſt extrèmement *convergente*, c'eſt-à-dire, qu'elle décroît beaucoup, & pour ainſi dire, rapidement d'un terme à l'autre, ce qui eſt un grand avantage, car toutes les ſuites de cette eſpece ayant cette propriété commune que plus on prend un grand nombre de fois

leurs termes, plus on approche du but, celles qui ſont plus convergentes ont cela de particulier qu'avec un nombre égal de leurs termes on approche davantage, & qu'on peut négliger tous les autres en nombre infini avec moins d'erreur. On peut toûjours avancer chemin, ſi l'on veut, mais on voit que dès les premiers pas preſque tout le chemin eſt fait, & que ce n'eſt pas la peine d'aller plus loin. M. de Lagny démontre que ſi la tangente eſt $\frac{1}{7}$ du rayon, chaque terme de ſa ſuite eſt moindre que $\frac{1}{1401}$ du précédent, ce qui eſt une prodigieuſe décroiſſance ou convergence.

Un degré d'un arc de cercle eſt $\frac{1}{90}$ du quart. Une minute en eſt $\frac{1}{5400}$, une ſeconde $\frac{1}{324000}$ &c. Si un arc a certain nombre de degrés juſte, il n'eſt diviſé qu'en parties qui ſont des 90emes du quart du cercle. Si de plus il a un certain nombre de minutes juſte, & qu'on ne les néglige pas, il faut le concevoir diviſé en des parties qui ſont des 5400mes du quart, & toûjours ainſi diviſé en des parties qui ſeront de moindres parties du quart à meſure qu'il aura plus de fractions qu'on ne voudra pas négliger. Si cet arc doit être exprimé en parties du rayon & de la tangente, comme dans la formule de M. de Lagny, il eſt clair que le même raiſonnement ſubſiſtera pour le fond, & que plus il entrera de fractions dans la grandeur de l'arc, plus il faudra concevoir le rayon & la tangente diviſés en un grand nombre de parties. Or la ſuite de M. de Lagny étant très-convergente, elle donne très-juſte l'arc exprimé en ſi petites parties, qu'elles ſont moins que des tierces de degré, ou des quartes, &c.

Mais il y a une conſidération plus importante à faire. Si un arc a dans ſa valeur une derniere fraction juſte, quelque petite qu'elle ſoit, il eſt commenſurable au quart de cercle, mais il eſt poſſible que cette derniere fraction juſte, il ne l'ait pas, parce qu'il ſera incommenſurable à ce quart, ce qui arrive ſouvent, & alors il n'y auroit qu'une ſuite infinie, qui le pût exprimer par rapport au quart du cercle.

Quand le rayon & la tangente ſont commenſurables,

l'Arc moindre que 90 eſt toûjours incommenſurable au quart de cercle hormis dans un ſeul cas, c'eſt lorſque la tangente eſt égale au rayon. On a déja vû que l'arc de cette tangente eſt 45, moitié de 90. La formule de M. de Lagny ſuppoſe toûjours que le rapport du rayon & de la tangente ſoit en nombres, & toute formule ou ſuite infinie formée ſur cette ſuppoſition donneroit toûjours, hormis dans un ſeul cas, l'arc incommenſurable au quart du cercle. Mais auſſi celle de M. de Lagny n'eſt que pour le rapport de l'arc au rayon & à la tangente, grandeurs auxquelles il eſt toûjours incommenſurable, & pour cela il faut une ſuite infinie.

De ce qu'elle donne l'arc par rapport à la tangente, toûjours variable ſelon l'arc, il ſuit que plus l'arc eſt petit, plus elle le donne exactement, car le rapport de l'arc à la tangente étant celui d'égalité dans l'infiniment petit, & de-là toûjours décroiſſant, il s'éloigne d'autant moins de cette égalité que l'arc devenu fini eſt plus petit. Ainſi la formule outre ſon extrème convergence, ſera encore plus préciſe pour les petits arcs, & c'eſt un avantage à ſe ménager, s'il eſt poſſible.

Tout cela établi, il ne reſte plus qu'à en faire voir l'application à la goniométrie nouvelle.

Tous les triangles ſont rectangles, ou ſe réduiſent à des rectangles dans la pratique de la trigonométrie. La goniométrie, qui meſure les angles, n'a donc à conſidérer que ceux des triangles rectangles, dont un & le plus grand eſt déja connu. M. de Lagny ſuppoſe que les 3 côtés d'un triangle rectangle, ou deux, ce qui revient au même, ſoient donnés en nombres. Il cherche le plus petit angle, parce qu'il ſera meſuré par un plus petit arc, auquel il appliquera ſa formule plus avantageuſement. Ce petit angle trouvé, on a le 3eme.

Il y a deux triangles rectangles, dont les angles aigus ſe trouvent ſans aucun calcul, celui dont les deux petits côtés ſont égaux, & celui dont l'hypoténuſe eſt double du plus

petit côté ; dans le 1[er] il eſt évident que les deux angles aigus ſont égaux, & par conſéquent chacun de 45, dans le 2[d], le plus petit angle aigu ſera de 30, parce que ſi l'on décrit un cercle dont l'hypoténuſe de ce triangle ſoit le rayon, le plus petit côté qui ſera le ſinus du plus petit angle aigu, ſera le ſinus de 30, puiſqu'il eſt la moitié du rayon.

C'eſt de ce 2[d] triangle que M. de Lagny part pour faire une diviſion générale de tous les triangles rectangles en deux claſſes, ceux dont l'hypoténuſe eſt moindre, & ceux dont l'hypoténuſe eſt plus grande que le double du plus petit côté. De la 1[re] claſſe ſeront, par exemple les triangles dont les côtés ſeront, 3, 4, 5, ou 20, 21, 29 &c. de la 2[de], les triangles 5, 12, 13, ou 7, 24, 25 &c.

Comme la formule ou ſuite générale de M. de Lagny ne demande pour la détermination particuliere d'un arc que le rapport connu du rayon à ſa tangente, il auroit toûjours par-là l'arc qui meſureroit le plus petit angle aigu de tout triangle rectangle, en décrivant un cercle, dont le rayon ſeroit le plus grand des deux petits côtés, car alors le plus petit angle aigu auroit pour meſure un certain arc de ce cercle, & le plus petit côté ſeroit la tangente de cet arc, & le rapport du rayon à la tangente du plus petit angle ſeroit donc connu. On pourroit même encore, quand on appliqueroit le tout à la formule, la rendre plus ſimple, en ſuppoſant toûjours la tangente égale à 1. quel que fût ſon rapport au rayon, ce changement de l'expreſſion de ce rapport étant toûjours poſſible & facile, & par-là on ſe débarraſſeroit dans la formule de toutes les expreſſions de la tangente élevée à différentes puiſſances. Mais ſi on ſe ſervoit de cette méthode pour le plus petit angle aigu tel qu'il fût, il ſe trouveroit ſouvent qu'il ſeroit aſſez grand, & nous avons vû que la formule eſt plus préciſe pour les plus petits angles.

Par cette raiſon M. de Lagny ſubſtitue d'abord à ſa méthode générale une autre particuliere pour les triangles de la 1[re] claſſe, ſelon laquelle il n'aura jamais à meſurer qu'un

angle ou un arc moindre que 15 degrés. Il est démontré que dans tout triangle scalene deux côtés étant donnés avec l'angle qu'ils comprennent, la somme des deux côtés donnés est à leur différence, comme la tangente de la moitié de la somme des deux autres angles cherchés est à la tangente de la moitié de leur différence. Ici, tous les triangles rectangles que l'on considere sont scalenes. Leur angle droit est toûjours compris entre deux côtés connus, la somme des deux angles aigus est 90, dont la moitié ou 45 a une tangente égale au rayon. Donc l'analogie précédente devient celle-ci, la somme des deux côtés qui comprennent l'angle droit est à leur différence, comme le rayon est à la tangente de la moitié de la différence des deux angles aigus. Lorsque l'hypoténuse est double du plus petit côté, les deux angles aigus sont 30 & 60, dont la différence est 30, & la moitié de la différence 15. Mais si on conçoit que le plus petit côté demeurant le même, l'hypoténuse en devienne moins que double, on verra aisément que le plus grand des deux petits côtés a décrû, & que si le décroissement de l'hypoténuse continue, le plus grand des deux petits côtés devient toûjours moins inégal au plus petit, & qu'enfin il lui devient égal, d'où il suit que les deux angles aigus ont toûjours été aussi moins inégaux que dans le cas où l'hypoténuse étoit double du plus petit côté, que par conséquent leur différence a toûjours été moindre que 30, & la moitié de leur différence moindre que 15. Ainsi dans tous les triangles de la 1re classe, il n'y a qu'un petit angle à mesurer, & toûjours plus petit que 15 degrés à l'infini. Il n'est pas besoin de dire que quand on a cette moitié de la différence du plus petit angle aigu au plus grand, on a tout, car on a donc leur différence, qui ajoûtée à 45, moitié constante de leur somme, donne le plus grand, & retranchée donne le plus petit.

Il reste les triangles de la 2de classe, où l'hypoténuse est plus grande que le double du plus petit côté. Comme dans ceux-ci la différence des deux angles aigus est nécessairement plus grande que 30, & toûjours croissante à mesure

que le rapport de l'hypoténuſe au petit côté excede celui de 2 à 1, on auroit toûjours, ſelon la méthode employée pour les triangles de la 1[re] claſſe, des angles plus grands que 15 à meſurer, & plus grands à l'infini, & M. de Lagny a trouvé une autre méthode particuliere pour les triangles de la 2[de] claſſe, par laquelle on n'aura que des angles moindres que 15 à meſurer. Nous n'en parlerons point, il nous ſuffit d'avoir expoſé les principes & les vûes de la nouvelle goniométrie.

Les tables des ſinus, tangentes, & ſécantes, ſont néceſſairement limitées à quelque partie de l'angle qu'elles ne paſſent point, les plus vaſtes ne vont qu'à la 6[me] partie de la minute, de ſorte que l'on n'a les angles que de 10 en 10 ſecondes, & ce ſont de gros volumes *in-folio*. Encore faut-il ſe fier à l'attention & à l'habileté des calculateurs, qui ont fait les tables, & à la fidélité des Imprimeurs. Mais en ſuivant la méthode de M. de Lagny on feroit toûjours par ſoi-même un calcul aſſez court, & aſſez facile, qui iroit dès les premiers pas au de là des ſecondes, & enſuite ſi loin qu'on voudroit. Ce n'eſt pas que dans la pratique il ſoit preſque jamais néceſſaire d'aller ſi loin, mais c'eſt une ſorte d'agrément pour l'eſprit de ne ſe ſentir jamais arrêté malgré lui. M. de Lagny a même dreſſé une petite table d'une ſeule page qui abrége extrèmement le calcul, & peut tenir la place des gros volumes ordinaires. Mais il faut convenir qu'un uſage établi, même chez des gens tels que les Géometres, eſt bien puiſſant.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires

V. les M. p. 21. Une propoſition nouvelle de Géométrie Elémentaire, par M. Nicole.

V. les M. p. 45. L'Ecrit de M. Pitot ſur des propriétés élémentaires des Polygones irréguliers conſcrits au cercle.

V. les M. p. 238. Celui de M. Saurin ſur la queſtion des plus grandes & plus petites quantités.



ASTRONOMIE.

SUR UNE THEORIE DES COMETES appliquée à celles de 1707, *&* *de* 1723.

LA comparaiſon des Cometes de 1707 & de 1723 a déja été ébauchée, * c'eſt-à-dire que nous avons marqué ce qui pouvoit les faire prendre pour une même Comete revenue au bout de 16 ans, & ce qui pouvoit s'y oppoſer. Préſentement M. Caſſini approfondit davantage cette comparaiſon, & fait voir que ces deux Cometes pourroient être la même. V. les M. p. 173. * V. l'Hiſt. de 1723. p. 73. & ſuiv.

L'hypotheſe du retour des Cometes demande qu'on les traite de Planetes, d'Aſtres dont les mouvemens ſe rapportent au Soleil, enſorte qu'il en ſoit le centre, ou pour parler plus exactement, le foyer, comme il l'eſt des mouvemens de toutes les Planetes compriſes dans notre tourbillon, ou dans le ſyſtème ſolaire. Si les Cometes ne ſont pas de cet ordre, il n'eſt pas impoſſible qu'elles n'ayent encore des retours, mais il ſera très-difficile à l'Aſtronomie de s'en aſſûrer, & enfin elles ne ſont pas telles qu'on les ſuppoſe ici.

Pourvû que les Cometes ayent le Soleil pour foyer de leur mouvement, elles ſeront des Planetes du ſyſtème ſolaire, ou de notre tourbillon, quand même leur mouvement ſeroit contraire à celui de ce tourbillon, ou d'Orient en Occident, & pareillement s'il étoit du Septentrion au Midi, ou du Midi au Septentrion. Mais ce ſeroit une grande difficulté pour la Phyſique que ces mouvemens oppoſés à celui du tourbillon général, & qui n'en paroiſſent recevoir aucune altération. Cette difficulté ſera entierement

levée, & les Cometes seront bien mieux Planetes, si selon la pensée de M. Cassini elles ne se meuvent que d'Occident en Orient, quoiqu'on les voye se mouvoir selon toutes les directions opposées. Les Planetes ont bien aussi un mouvement d'Orient en Occident, on les appelle alors *rétrogrades*, & il est certain que cette rétrogradation n'est qu'une apparence causée par une certaine combinaison du mouvement de la terre avec celui de la Planete. * De plus quand les Planetes sont *Stationnaires*, ce qui arrive entre une direction & une rétrogradation, ou une rétrogradation & une direction, elles ont aussi un mouvement apparent du Septentrion au Midi, ou du Midi au Septentrion. Cela arrive toûjours par leur mouvement réel en latitude, lorsqu'il est assez sensible. Car alors la position & le mouvement de la terre à leur égard étant tels qu'ils leur ôtent toute apparence de mouvement en longitude, puisqu'elles sont stationnaires, leur mouvement en latitude, qui les porte réellement au Septentrion ou au Midi de l'écliptique, & dont l'apparence n'est nullement détruite, les fait voir nécessairement comme allant du Midi au Septentrion, ou du Septentrion au Midi, & cela dans une étendue d'autant plus grande qu'elles peuvent avoir plus de latitude, & que leur station est plus longue. Il est donc possible que des Cometes qu'on voit aller d'Orient en Occident, soient des Planetes telles que les autres, mais rétrogrades en ces tems-là, & que celles qu'on voit aller du Midi au Septentrion, ou du Septentrion au Midi soient des Planetes stationnaires. Comme on ne voit qu'une très-petite partie de leur cours, elle ne doit pas faire juger du cours entier, & l'on va prouver que ce peu qui s'en voit laisse une assez grande liberté de prendre ou de supposer ce qui sera conforme à une hypothese physique & vraissemblable par elle-même.

* V. l'Hist. de 1709. p. 82. & suiv.

Cette difficulté générale des mouvemens réels des Cometes assez souvent contraires à ceux des Planetes étant ôtée, il ne reste plus qu'à les réduire sur les autres points à la condition des Planetes du système solaire, & en particulier à faire

faire voir que celles de 1707. & de 1723. pouvoient être de cette espece, & n'être que la même.

Tout ce qu'on peut avoir sur les Cometes par observation, c'est la direction de leur mouvement, leur vitesse apparente, sur-tout aux environs du périgée, le lieu du périgée, l'angle de l'intersection de la route apparente de la Comete avec l'écliptique, lorsqu'elle vient à la traverser. De-là il faut tirer le mouvement ou la vitesse réelle de la Comete, sa distance réelle à la terre dans son périgée, l'inclinaison du plan de son orbe à celui de l'écliptique.

M. Cassini suppose toûjours ici que la Comete se meut du Midi au Septentrion, & pour plus de facilité il suppose d'abord que la route apparente de la Comete, lorsqu'elle traverse l'écliptique, lui est perpendiculaire. Cela n'emporte nullement que le plan de l'orbe de la Comete soit perpendiculaire à l'écliptique, il est très-aisé d'imaginer que cette ligne de la route de la Comete perpendiculaire à l'écliptique, peut être comprise dans une infinité de plans, dont un seul sera perpendiculaire à l'écliptique, & tous les autres lui seront inclinés.

L'inclinaison du plan d'un orbe à celui de l'éclitique est aisée à déterminer pour les Planetes. On voit leur cours entier, on les voit couper l'écliptique dans leurs nœuds, & ensuite à 90 dégrés de là on les voit dans leur plus grand éloignement de l écliptique, & ce plus grand éloignement mesure l'angle de l'inclinaison de leur orbe sur l'écliptique. Mais il n'en est pas ainsi des Cometes qui ne sont visibles que dans une très-petite partie de leur révolution.

L'inclinaison véritable de la route d'une Comete à l'égard de l'écliptique, differe beaucoup de l'inclinaison apparente. Que la Comete ait été vûe au point de son périgée, & que de là elle aille couper l'écliptique à un point déterminé, la droite qui joindroit ces deux points seroit la route de la Comete sur l'écliptique, & l'arc circulaire compris entre les deux points seroit la mesure de l'inclinaison véritable de la route de la Comete à l'égard de l'écliptique, si la terre

d'où cette inclinaiſon a été vûe, avoit été immobile pendant le tems employé par la Comete à paſſer de ſon périgée à l'écliptique. Mais elle ne l'a pas été, elle a perpétuellement changé de point de vûe à l'égard de la Comete ; & de-là vient que ſelon que la route de la terre aura été différemment poſée à l'égard de celle de la Comete, la Comete aura pû décrire une infinité de routes différemment inclinées à l'écliptique, & cependant décrire toûjours la même route apparente pendant le tems marqué, ou être rapportée aux mêmes points du Ciel. Ainſi l'inclinaiſon véritable de la route ou de l'orbe de la Comete ſur l'écliptique ne peut être donnée par l'obſervation, & demeure incertaine.

Pour ébaucher la théorie de M. Caſſini ſur les Cometes, & donner une idée des connoiſſances où il eſt conduit par le raiſonnement & par le calcul aſtronomique, concevons une ligne tirée de la terre au périgée de la Comete, une 2de tirée du périgée au point où la Comete traverſe l'écliptique, une 3me tirée de ce point de l'écliptique à la terre. Elles forment un triangle, dont les trois côtés ſont la diſtance de la têrre à la Comete dans ſon périgée, le mouvement apparent de la Comete depuis ſon périgée, juſqu'à l'écliptique, & la diſtance qui eſt entre la Comete parvenue à l'écliptique & la terre.

Ce triangle a un angle droit compris entre la ligne tirée de la terre au périgée de la Comete, & la ligne tirée de ce périgée au lieu de la Comete dans l'écliptique. Car que l'on ſe repréſente la Comete vûe du Soleil, ſa route, qui eſt alors la véritable, eſt la circonférence d'une ellipſe, dont le grand axe a pour une de ſes extrémités le point du périhélie, & la Comete vûe dans ce point eſt vûe ſelon une portion du grand axe. Du périhélie la Comete ne peut remonter que par une tangente à l'ellipſe, & cette tangente eſt perpendiculaire au grand axe, & par conſéquent on verra du Soleil que la Comete commencera à remonter par une droite perpendiculaire à celle ſelon laquelle on la voyoit à ſon périhélie. Or quand la Comete eſt vûe de la terre, il eſt bien vrai

qu'on lui voit décrire une autre ellipse, qui se rapporte à la terre, & où le périgée prend la place du périhélie : mais il n'y a rien de changé à la position que la tangente par laquelle la Comete remonte doit avoir à l'égard de la ligne tirée de la terre au périgée.

Dans le triangle que nous considérons le nombre des dégrés, ou l'arc compris depuis le périgée jusqu'au lieu de la Comete sur l'écliptique est connu par observation, & par conséquent un des angles aigus du triangle, & puisque ce triangle est rectangle les trois angles en sont connus. Mais aucuns des côtés ne l'est encore.

Pendant le tems que la Comete a mis à passer de son périgée à l'écliptique, la terre s'est mûe, & l'on connoît la quantité de son mouvement, il est de 568000 lieues en 24 heures. Il faut à cause de ce mouvement poser la terre autrement qu'elle n'étoit dans le triangle formé d'abord, & pour prendre le cas le plus simple. M. Cassini la place sur la même ligne où elle étoit, tirée d'elle au lieu de la Comete dans l'écliptique, c'est-à-dire que la ligne du mouvement ou de la route de la terre est alors la même que la ligne dirigée de la terre à la Comete, ou que ces deux lignes sont paralleles, & ce cas arrive lorsque le vrai lieu de la terre est à 3 signes de celui de la Comete ; car alors la ligne du mouvement de la terre, toûjours perpendiculaire au rayon d'un cercle dont le Soleil est le centre, est parallele à un autre rayon tiré à 3 signes ou à 90 degrés du 1er, & qui marque le vrai lieu de la Comete dans l'écliptique ; or ces deux paralleles se terminent au même point du ciel à cause de la distance supposée infinie.

La terre ayant donc été changée de place selon la condition marquée, il se forme un nouveau triangle dont un des côtés représente le mouvement connu qu'a fait la terre, un autre est toûjours la route apparente connue faite par la Comete depuis son périgée jusqu'à l'écliptique, le troisieme est sa route véritable. Si l'on connoissoit l'angle de cette route de l'écliptique, on connoîtroit les trois angles ; car

l'arc de la route apparente en mesure toûjours un, & après cela un côté connu qui est le mouvement de la terre, donneroit les deux autres, qui sont la distance réelle de la terre à la Comete, tant dans son périgée que dans l'écliptique, & en même tems le mouvement réel de la Comete dans un tems donné, & son rapport à celui de la terre. Mais l'angle de la route véritable de la Comete avec l'écliptique n'étant pas connu, on ne peut que le supposer, & on aura pour toutes les suppositions possibles qu'on en voudra faire toutes les conséquences que nous venons de marquer.

Des Géometres verront aisément que si dans ce triangle on connoissoit quelqu'une des choses qui n'ont été conclues que d'une certaine supposition arbitraire de l'angle de la route véritable de la Comete avec l'écliptique, cet angle viendroit à être déterminé. Il le seroit, par exemple, si l'on connoissoit d'ailleurs le mouvement réel de la Comete, ou son rapport à celui de la terre, ou si la Comete à son périgée avoit eu une parallaxe assez sensible, d'où l'on eût pû conclure sa distance réelle de la terre. Cette connoissance de la parallaxe seroit bien nécessaire, mais on ne l'a que très-rarement.

Ces fondemens d'une théorie pour les Cometes qui se meuvent du Midi au Septentrion étant ainsi établis, M. Cassini rend la théorie plus générale en retranchant deux conditions qui la limitoient. La 1re étoit, comme il a déja été dit, que la route apparente de la Comete fût perpendiculaire à l'écliptique, ce qui rendoit perpendiculaires au plan de ce cercle les deux triangles que nous avons formés, & par conséquent les démonstrations moins embarrassantes. La 2de étoit que le vrai lieu de la terre fût à trois signes de celui de la Comete, ce qui faisoit que la ligne du mouvement de la terre étoit la même que la ligne dirigée de la terre à la Comete vûe dans l'écliptique. Par le retranchement de la 1re condition, les deux triangles fondamentaux s'inclinent au plan de l'écliptique de la même quantité dont la route apparente de la Comete est inclinée à ce

cercle, & il faut imaginer d'autres triangles auxiliaires qui soient perpendiculaires au plan de l'écliptique, ce qui jette dans des opérations, & dans des calculs plus pénibles. Par le retranchement de la 2[de] condition, le vrai lieu de la terre & celui de la Comete étant à une distance quelconque, la ligne du mouvement de la terre s'incline d'une quantité quelconque à la ligne tirée de la terre à la Comete. Mais le fond de ce que nous avons expliqué pour le cas le plus simple subsiste toûjours. A moins que l'on ne connoisse la distance réelle de la Comete à la terre dans son périgée, on ne connoît dans tous les triangles qu'on peut former la grandeur absolue & réelle d'aucun côté que de celui qui représente le mouvement de la terre dans un certain tems, & on ne peut que supposer l'angle de la route véritable ou de l'orbe de la Comete avec le plan de l'écliptique, ou, ce qui est le même, supposer quelques connoissances qui le donneroient.

Cependant M. Cassini se ménage, avec le peu de connoissances que l'on a, un supplément à ce qui manque, & tout l'avantage qu'on peut esperer en cette matiere. Nous avons vû que si l'on connoissoit le rapport du mouvement réel de la Comete à celui de la terre, on en tireroit l'inclinaison véritable de l'orbe de la Comete sur le plan de l'écliptique, M. Cassini marque du moins les limites entre lesquelles seront compris le plus grand & le plus petit mouvement réel possible de la Comete, & leurs rapports à celui de la terre. On ne peut donc faire des suppositions sur le mouvement de la Comete que dans ces limites, & par conséquent les différentes inclinaisons possibles de l'orbe de la Comete, sont renfermées aussi dans les bornes correspondantes. Plus on suppose un grand mouvement à la Comete, plus l'inclinaison est petite, & au contraire. Réciproquement plus on suppose une petite inclinaison, plus le mouvement est grand.

Après tout cet appareil de théorie générale, fort étendu & fort compliqué en lui-même, mais qui n'a pû être ici que très-

légerement représenté, M. Cassini vient aux Cometes de 1707, & de 1723, qu'il s'est proposé de ramener à être la même. S'il leur donne le plus petit mouvement réel possible suivant ses principes, il trouve qu'il s'en ensuit pour leur orbe une inclinaison de plus de 29 dégrés sur le plan de l'écliptique, & une assez grande différence dans quelques circonstances principales, telles, par exemple, que leur distance à la terre dans le périgée. Mais rien n'assujettit à leur donner ce plus petit mouvement possible, & les suppositions sont libres dans une assez grande étendue.

Comme il faut que les Cometes dans l'hypothese de leurs retours s'approchent le plus qu'il se puisse de la condition des Planetes, M. Cassini prend le parti de ne supposer à leur orbe qu'une inclinaison qui n'excede pas celle des Planetes de notre tourbillon. La plus grande de ces inclinaisons est de 7 dégrés, c'est celle de Mercure, & la moindre, qui est celle de Jupiter, est de 1° 20′. En renfermant dans ces bornes les suppositions de l'inclinaison de l'orbe des deux Cometes, il se trouve que plus on leur donne une petite inclinaison, plus tout ce qui s'en ensuit vient à être conforme, leur mouvement réel, leur distance à la terre dans le périgée, &c.

M. Cassini se croit donc assez bien fondé à prendre ces deux Cometes pour une Planete dont la révolution est de 16 ans, moyenne entre celles de Jupiter & de Saturne. Dans cette supposition la regle de Kepler, selon laquelle les distances moyennes des Planetes au Soleil sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions, donne, la distance de la terre au Soleil étant 1, un nombre un peu plus grand que 6, pour la distance de la Comete; car la racine cubique de 256 quarré de 16 est un peu plus de 6, puisque celle de 216 est 6 juste. La distance moyenne de Jupiter au Soleil est un peu plus de 5, & celle de Saturne un peu moins de 10. L'unité qu'on a prise pour la distance de la terre étant de 33 millions de lieues, la distance de la Comete est donc de 200 millions à peu près.

Cette diſtance moyenne ne fait point connoître quelle eſt l'eſpece de l'ellipſe que la Comete décrit autour du Soleil, ou le rapport du grand axe de cette ellipſe au petit, à moins que l'on ne faſſe quelques ſuppoſitions, que, par exemple, 6 eſt un moyen arithmétique entre la plus grande diſtance de la Comete au Soleil & la plus petite, & que cette plus petite diſtance, qui eſt celle du périhélie, eſt égale à la diſtance de la terre au Soleil. En ce cas, on a une progreſſion arithmetique, dont le 1er terme eſt 1, diſtance du périhélie au Soleil, qui eſt un foyer de l'ellipſe, le 2d terme eſt un peu plus de 6, & le 3me terme un peu plus de 11. Le grand axe eſt donc un peu plus de 12. Reſte à trouver le petit. Si d'un foyer on tire au point de l'ellipſe où ſe termine le petit axe une droite, & de ce point à l'autre foyer une autre droite qui ſera néceſſairement égale à la premiere, on ſçait que chacune de ces lignes ſera égale à la moitié du grand axe, & par conſéquent 6. Chacune eſt l'hypotenuſe d'un triangle rectangle, dont un des deux autres côtés eſt la portion du grand axe compriſe entre le foyer & le centre de l'ellipſe, qui eſt ici 5, & l'autre côté eſt la moitié du petit axe cherché. Par là on trouve auſſi-tôt pour cette moitié un nombre un peu plus grand que 3, & par conſéquent dans les ſuppoſitions préſentes le grand axe eſt environ double du petit. Ce ſeroit là une ellipſe beaucoup plus ellipſe que celles de toutes les autres Planetes de notre tourbillon, celle-ci qui dans ſon plus grand éloignement du Soleil en ſeroit plus éloignée que Saturne, viendroit enſuite à en être auſſi proche que la terre, & cette particularité, quoiqu'avec beaucoup de varietés, doit appartenir aux Cometes qui ſont inviſibles pendant une grande partie de leur cours.

Nous ne ſuivrons point M. Caſſini dans un plus grand détail de ce qui regarde la Comete. Nous ajoûterons ſeulement qu'il a recherché la poſition de ſes nœuds dans ſes deux apparitions de 1707, & de 1723. Il trouve que dans cet intervalle de tems ils doivent avoir eu un mouvement de plus de 38 dégrés, ce qui excede beaucoup le mouvement

des nœuds de toutes nos Planetes, si on en excepte la Lune. Cette exception, qui seule suffit pour empêcher décisivement qu'on ne croye qu'un si grand mouvement des nœuds ne convient pas à une Planete, ne seroit pourtant pas ici absolument nécessaire ; car il est bien naturel qu'une Comete qui traverse tant d'orbes dont les vitesses sont différentes, n'ait pas des mouvemens aussi simples, & ne s'écarte pas aussi peu d'une certaine route, qu'une autre Planete qui est toûjours à très-peu près dans le même orbe, & nage dans un fluide d'une même vitesse. Il est seulement surprenant que les Cometes conservent encore tant de régularité.

A cette occasion M. de Mairan proposa une idée qui lui est particuliere, & qui sauveroit la difficulté qui nait des mouvemens des Cometes contraires en tous sens à celui de notre tourbillon ; car quoiqu'il soit possible, comme on vient de le voir, de ramener quelques Cometes à n'être que des Planetes du système solaire rétrogrades ou stationnaires selon que leurs mouvemens apparens contraires à celui de notre tourbillon l'exigent, il n'est pas sûr qu'on les y puisse ramener toutes. De plus cette hypothese a quelque chose de forcé, & de peu conforme à l'analogie des Planetes, qui le sont incontestablement. Les orbites de ces Planetes les plus excentriques au Soleil, telles que celles de Mercure & de Mars ne le seroient presque pas en comparaison de celles des Cometes qui doivent par leur prodigieux éloignement du Soleil nous être invisibles pendant la plus grande partie de leur cours, & de beaucoup la plus grande. Enfin il semble que de leur donner à toutes le Soleil pour centre ou pour foyer de leurs mouvemens, ce soit un reste du penchant naturel qu'on a au système Ptolemaïque, qui nous met au centre de tout. Ce seroit seulement substituer notre Soleil à notre terre.

D'un autre côté faire mouvoir dans un vuide tous les corps célestes pour se débarrasser de la difficulté des mouvemens des Cometes, c'est un expédient sujet lui-même à de terribles difficultés. L'Univers n'est presque plus qu'un vuide général.

Pour

Pour conserver les tourbillons & le plein, M. de Mairan imagine que les Cometes n'entrent point dans notre tourbillon. Certainement toute la difficulté est levée, si cela peut être.

Supposé qu'on ne vît jamais les Cometes qu'au-dessus de Saturne, il n'y auroit nulle nécessité de concevoir qu'elles fussent entrées dans notre tourbillon, elles pourroient appartenir à quelque tourbillon voisin, dont elles seroient des Planettes, qu'on ne verroit que dans la partie de leur orbite la plus proche de nous, ou la plus basse par rapport à la terre. Mais il est constant que les Cometes sont quelquefois moins élevées que nos Planetes supérieures; il faut donc que, si elles ne sont pas entrées dans notre tourbillon, elles se soient pourtant approchées de nous jusqu'à cette distance sans y entrer, & pour cela, il est nécessaire que ce tourbillon ne soit pas de figure sphérique, mais enfoncé par les tourbillons voisins en certains endroits, autant que le demandera la proximité des Cometes.

Cela est plus que vrai-semblable dans le systême des tourbillons, qui doivent agir mutuellement les uns sur les autres, se presser, se donner des figures irreguliéres, s'engrainer entr'eux comme les roues d'une horloge. Ils ont & par eux-mêmes, & encore plus par cet engrainement, des mouvemens d'une direction particuliere; le mouvement général du nôtre est d'Occident en Orient, celui de quelque autre sera d'Orient en Occident, ou du Midi au Septentrion, &c. Enfin, on peut imaginer pour ces autres tourbillons toutes les directions possibles, sans même en exclure celle d'Occident en Orient, qui peut être répétée plusieurs fois.

Toutes nos Planetes se meuvent dans des plans peu éloignés de celui de l'écliptique, de sorte que tous ces plans ensemble forment une zone assez étroite. C'est dans cette zone que toutes les Planetes ont été chassées par l'action des tourbillons environnans, & par conséquent c'est là l'endroit où le mouvement général du tourbillon s'exerce avec le plus de liberté, &, ce qui revient au même, le tourbillon

moins pressé en ce sens-là l'est davantage du sens opposé, ou enfin le tourbillon est plus applati selon la direction d'une ligne perpendiculaire à la zone *planétaire*, le petit diametre du tourbillon est en ce sens-là, & le grand est à peu près dans le plan de l'écliptique.

Autant que notre tourbillon est applati, autant des Planetes de tourbillons voisins peuvent s'approcher du nôtre sans sortir du leur, & ce sont là les Cometes selon la conjecture de M. de Mairan. On voit assez qu'elles ne sont nullement assujetties à notre mouvement d'Occident en Orient, mais qu'elles peuvent l'avoir par elles-mêmes, & qu'en général elles conserveront sans altération celui qu'elles ont naturellement.

Dans ce systême toutes les Cometes étant des Planetes de tourbillons voisins, qui se meuvent chacune autour de son Soleil, en décrivant, ainsi qu'il est vraisemblable, des éllipses, les plans de toutes leurs orbites sont nécessairement dans toute leur étendue posés loin hors du plan de la nôtre, & de plus il n'y a qu'une certaine partie de ces orbites ou ellipses, convexe par rapport à nous, dans laquelle les Cometes nous soient visibles. Dans le systême, qui commence à s'établir, les Cometes étant des Planetes de notre tourbillon extrèmement excentriques au Soleil, le plan de notre orbite est presque toûjours entiérement intérieur au plan de la leur, & nous les voyons se mouvoir dans la concavité de leur ellipse. Mais on a reconnu qu'il y a des Cometes dont le plan de l'orbite est absolument posé hors du plan de la nôtre, ce qui ne s'accorde qu'avec la pensée de M. de Mairan. De plus, si nous voyons les Cometes dans la concavité de leurs orbites, il est difficile que nous voyions une grande différence entre la vitesse qu'elles auront à leur périgée, & celle qu'elles auront en deçà ou au delà, & cependant il est certain que cette différence est assez souvent très-grande. Mais si nous ne voyons qu'une extrémité convexe de l'ellipse d'une Comete, il est aisé de concevoir que cette ellipse sera posée de façon par rapport à notre œil, ou au centre de la

terre, ou, ce qui eſt le même, que notre rayon viſuel ſera ſi incliné au plan de l'ellipſe, que la Comete ne ſera preſque rapportée qu'aux mêmes points du ciel, ou ne paroîtra ſe mouvoir que très-lentement, tant qu'elle ſera à une certaine diſtance du ſommet de ſa courbe où ſera le périgée, & que vers ce périgée ſon mouvement apparent ſera beaucoup plus grand, à cauſe de la courbure de l'ellipſe beaucoup plus grande.

Si l'on imagine que le plan de l'ellipſe, au lieu d'être fort incliné au rayon viſuel, le ſoit infiniment, ou paſſe par l'œil, ſi de plus on ſuppoſe que l'ellipſe ſoit extrèmement allongée, & que ſon grand axe ſoit dirigé à notre œil, en ce cas l'ellipſe peut ne nous paroître qu'une ligne droite, la Comete qui la décrit eſt toûjours rapportée au même point du ciel, ou eſt vûe immobile, ſeulement elle paroît plus grande à meſure qu'elle s'approche réellement de nous, ou plus petite à meſure qu'elle s'en éloigne. C'eſt la même apparence que ſi elle décrivoit en s'approchant de nous une ligne droite qui paſſât par notre œil, & enſuite la même droite en rétrogradant.

Cela même conduit encore M. de Mairan plus loin. Ces étoiles qui paroiſſent & diſparoiſſent ſelon des périodes aſſez réglées, & qui dans le tems de leur apparition augmentent toûjours de grandeur juſqu'à un certain point, & enſuite diminuent, * pourroient être de vraies Cometes, que l'on prend pour des étoiles fixes, & non pour des Cometes, à cauſe de leur immobilité apparente produite de la maniere qu'on vient d'expliquer. Il eſt manifeſte que ces étoiles, par la même cauſe qui les rend Cometes, doivent avoir des retours périodiques, & qu'en général il ſera eſſentiel à toutes les Cometes d'en avoir. Il ne ſeroit pas impoſſible cependant qu'elles n'en euſſent pas toûjours; par exemple une Planete d'un tourbillon voiſin pourroit ne nous être viſible que dans le tems de ſon aphélie, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle ſeroit dans ſon plus grand éloignement à l'égard de ſon Soleil, enſuite ſon aphélie ayant un mouvement comme celui de nos

* Voyez les Hiſt. de 1707. p. 112 & ſuiv. de 1709. p. 80 & ſuiv. de 1719. p. 66. & ſuiv.

Planetes, il viendroit à la place du périhélie, & le périhélie à la sienne, de sorte que la Planete trop proche de son Soleil & trop éloignée de nous, lorsqu'elle seroit la plus proche de nous, ne nous seroit plus visible, sur-tout si on suppose que son excentricité à son Soleil soit fort grande, & par conséquent sa différence de distance à notre égard assez grande de l'aphélie au périhélie. Il est vrai qu'elle reparoîtroit à la fin, quand son aphélie auroit repris sa premiere place, mais ce ne seroit qu'après un tems beaucoup plus long que celui qu'on auroit déterminé par ses apparitions vers l'aphélie.

On peut même entrevoir que peut-être seroit-il plus facile d'expliquer le phénomene de la queue des Cometes dans l'hypothèse où elles seroient Planetes des tourbillons voisins, que dans celles où elles ne seroient Planetes que du nôtre. quand la lumiere traverse un espace où deux tourbillons se choquent par des mouvemens contraires, on peut imaginer un certain éparpillement de rayons, qui n'arriveroit pas dans un fluide plus tranquille & mû uniformément : mais il n'est pas tems d'approfondir, & de suivre dans un si grand détail une pensée que M. de Mairan ne fait encore que hasarder. Il faut pourtant que ces pensées hasardées soient conditionnées d'une certaine façon, autrement on en hasarderoit trop, & la science d'imaginer seroit excessive.

V. les M. p. 67. NOus renvoyons entierement aux Mémoires

La description d'une machine de M. du Fay, pour connoître l'heure vraie tous les jours de l'année.



GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires
L'écrit de M. Delisle sur la grandeur de quelques villes anciennes & modernes. V. les M. p. 48.





MECHANIQUE.

SUR UNE POMPE A ETEINDRE LES INCENDIES.

V. les M. p. 35.

C'EST ici une espece d'énigme de méchanique, devinée par M. du Fay. Il vit à Strasbourg une petite pompe très-portative & très-légere, puisqu'elle ne pesoit que 15 ou 16 livres, qu'un homme seul faisoit agir, par laquelle on élevoit l'eau à 20 ou 30 pieds, qui dardoit l'eau sans interruption, quoiqu'elle n'eût qu'un seul corps de pompe, & un seul piston, & qui en fournissoit une assez grande quantité, quoique moins que les pompes doubles ordinaires, pareilles à celles dont on se sert ici dans les incendies. On ne voyoit que les effets de cette machine; l'inventeur, M. Jacob Leupold, ne la montroit, ne la vendoit même, que dans un état où sa construction intérieure étoit entierement cachée. M. du Fay, frappé de l'utilité & des avantages de l'invention, voulut ou la découvrir, ou du moins l'imiter si parfaitement, qu'il n'eût pas mieux valu l'avoir découverte, & il y a réussi.

Le plus fin de la Machine consiste en ce qu'avec un seul corps de pompe, & un seul piston, le jet d'eau n'est point interrompu. Quand on éleve le piston d'une pompe simple, l'eau le suit, & s'éleve aussi dans le corps de pompe, mais elle n'est lancée hors de là que par l'impulsion du piston qui s'abaisse ensuite, & il arrive qu'un feu vivement allumé ne fait que s'éteindre, & se rallumer alternativement dans des tems égaux, & ne s'éteint point. Aussi n'employe-t-on ordinairement que des pompes doubles, c'est-à-dire, qui ont

deux corps de pompe aboutissans au même tuyau, & deux pistons, dont l'un s'éleve, tandis que l'autre s'abaisse, ce qui rend le jet d'eau continu. Mais elles sont d'ailleurs d'un grand volume, d'un transport difficile, d'un grand entretien, incommodités dont celle de M. Leupold est exempte.

Pour la copier, ou la contrefaire, M. du Fay a imaginé qu'il falloit avoir un assez grand vaisseau ou balon bien fermé, d'abord rempli d'air, & où l'on feroit ensuite entrer la quantité d'eau nécessaire pour comprimer cet air jusqu'à un certain point, & bander son ressort. Cela fait, que du bas de ce balon il sorte un tuyau, il est évident que l'eau pressée par l'action du ressort de l'air, sortira par ce tuyau qu'on suppose alors ouvert, & jaillira avec d'autant plus de force que l'air intérieur du balon aura été plus comprimé par la quantité d'eau introduite. Mais la force de l'eau jaillissante diminueroit toûjours, parce que la quantité de l'eau du balon diminuant, l'air, qui se mettroit toûjours plus au large, auroit moins de force de ressort, & enfin l'eau jaillissante seroit bientôt épuisée. Il faut donc entretenir le balon toûjours plein de la même quantité d'eau. Pour cela il est traversé d'un corps de pompe qui y est bien soudé, & dont les deux extrémités sortent hors du balon. Un piston entre dans la supérieure, & l'inférieure, où est une soûpape, prend de l'eau dans un grand baquet, lorsque le piston s'éleve, & par un petit tuyau fort court, qui est au bas du corps de pompe, & a aussi une soûpape, la verse dans le balon. On ne commence à faire jaillir l'eau au dehors, ou à ouvrir le tuyau par où elle jaillit, que quand le balon en est suffisamment plein, ce que l'on sent par la difficulté qu'on auroit à pomper plus long-tems, & qui vient de la résistance que l'air assez comprimé apporteroit à une plus grande compression. Après cela, le tuyau du jet étant ouvert, on ne pompe plus que pour entretenir le balon également plein d'eau, ce qui donne & un jet continu, & une force toûjours égale de ce jet. Il est visible que l'extrème précision d'égalité seroit inutile ici, & que si elle n'y est pas, il s'en faut très-peu.

Cette ſimple expoſition du principe de la Machine ſuffira pour ceux qui n'y apporteront qu'un eſprit de curioſité & de recherche. Il ſeroit à ſouhaiter qu'on allât plus loin, & M. du Fay donne beaucoup de vûes pour faciliter ou perfectionner l'exécution, & pour rendre l'uſage le plus commode & le plus avantageux qu'il ſe puiſſe. Mais une malheureuſe fatalité veut que d'anciennes habitudes, une mauvaiſe ſécurité, l'indifférence pour le bien public, prévalent preſque toûjours.

SUR LES MACHINES MUES PAR L'EAU.

V. les M. p. 78.

COMME les Mathématiques, & en général les obſervations & les recherches devenues plus communes dans ce ſiecle, font naître beaucoup de projets de machines, & ſur-tout de machines telles que celles qui ſont mûes par l'eau, & qui par leur grand uſage ſeroient utiles aux inventeurs, M. Pitot a cru qu'il ſeroit à propos de fixer par des regles générales tout ce qu'on en peut attendre, & d'empêcher par là que les Auteurs ou ne ſe laiſſent ſéduire par l'amour de l'invention, ou n'entrainent les autres dans leur erreur. Toutes les promeſſes trop magnifiques vont diſparoître. Feu M. Parent avoit déja eu la même idée, * mais exécutée différemment.

* Voyez les Hiſt. de 1704. p. 116. & ſuiv. & de 1714. p. 93. & ſuiv.

Dans toute machine on a un poids à vaincre, à mettre en mouvement, & une force à y employer, qui doit par conſéquent ſe mouvoir auſſi. De-là vient l'égalité générale, & ſi connue du produit du poids par la vîteſſe qu'il prend, ou plutôt qu'il prendroit, & du produit de la force par la viteſſe qu'elle ſeroit obligée de prendre, ou qu'elle ſeroit diſpoſée à prendre pour être ſeulement en équilibre avec le poids.

On ſçait aſſez que l'algebre peut exprimer ces quatre grandeurs d'une maniere indéterminée, qui comprendra toutes leurs variations ou combinaiſons poſſibles à l'infini, & que

que trois de ces grandeurs étant déterminées ou connues, la quatriéme viendra nécessairement. Mais pour nous renfermer ici dans ce qui est le plus d'usage, je supposerai ordinairement que le poids est déterminé, aussi bien qu'une certaine vitesse qu'il faut lui donner pour l'effet qu'on demande. Dans un moulin, par exemple, il y a ou une meule d'un certain poids qu'il faut faire tourner, ou un marteau qu'il faut élever, &c. Et il faut que ces mouvemens ayent une certaine vitesse pour moudre, pour battre, &c. Car des mouvemens trop lents, ou seroient inutiles, ou consumeroient trop de tems.

Si ce moulin est mû par une eau courante, qui sera la force motrice, reste donc à évaluer & cette force, & sa vitesse, nécessaires l'une & l'autre pour l'effet proposé.

L'eau courante est une force d'autant plus grande qu'elle a plus de vitesse, & il ne faut pas prendre cette vitesse pour celle par laquelle on multiplie toûjours une force motrice. Celle-ci est la vitesse que la force prend par son application à une machine, & l'eau courante a une certaine vitesse par elle-même, & indépendamment de toute machine. On verra bientôt qu'effectivement elle en prendra une autre par rapport au moulin.

L'eau courante a encore d'autant plus de force qu'elle frappe une plus grande aile, ou aube, ou vanne du moulin. Il est clair que c'est la même force plus répétée.

Nous avons dit en 1702 * comment feu M. de la Hire avoit déterminé en livres la force d'une eau courante, dont la vitesse est connue, & qui frappe directement une aube ou vanne immobile dont la surface est connue en pieds quarrés. La vitesse de l'eau est nécessairement celle qu'elle auroit acquise en tombant de la hauteur d'un certain nombre de pieds, qui se détermine par le systême connu de la chûte des corps pesants. Cette hauteur est celle d'un solide d'eau qui auroit pour base l'aube du moulin. On sçait donc le nombre de pieds cubes de ce solide, & chaque pied cube d'eau pese 72 livres. L'expression algébrique de ce solide

* p. 127. & 128.

d'eau eſt celle de la force motrice priſe en elle-même, ou abſolument.

Dès que l'aube tourne, elle fuit devant l'eau, & n'en eſt plus frappée avec tant de force, d'où il ſuit que la viteſſe par laquelle l'eau fait impreſſion ſur l'aube n'eſt que l'excès de ſa viteſſe abſolue ſur celle que l'aube a priſe. Cet excès ſera la viteſſe de l'eau en tant qu'appliquée à la machine, ou la viteſſe par laquelle on multipliera le ſolide d'eau trouvé.

* p. 97. Il a été dit en 1714 * *que puiſque d'un côté le fluide agit ſur l'aube avec d'autant plus de force qu'il la frappe avec plus de viteſſe, & que de l'autre elle reçoit d'autant moins d'impreſſion du fluide qu'elle eſt frappée avec plus de viteſſe, parce qu'elle ſe dérobe davantage à ſon action, il doit y avoir un certain point moyen, où ces deux effets contraires ſe détruiront le moins qu'il ſoit poſſible, & ſe combineront le plus avantageuſement*, ce qui donnera *le plus grand* de viteſſe que l'aube puiſſe prendre dans une machine parfaite. Ce *plus grand* trouvé par M. Pitot ſelon les méthodes géométriques eſt $\frac{1}{3}$ de la viteſſe de l'eau courante, comme M. Parent l'avoit déja déterminé. La viteſſe par laquelle l'eau agit ſur l'aube, ou ſa viteſſe reſpective, n'eſt donc que les $\frac{2}{3}$ de ſa viteſſe abſolue, & c'eſt par ce $\frac{2}{3}$ qu'il faut multiplier le ſolide d'eau.

La viteſſe d'une eau courante dont il faut ſe ſervir étant néceſſairement déterminée, il ne reſte plus rien de libre dans la machine que la grandeur des aubes qu'on peut augmenter pour parvenir à l'effet qu'on ſe propoſe. Cette augmentation cependant a ſes bornes dans la pratique.

Il y a un moyen communément pratiqué, & fort bon pour augmenter la force ou la viteſſe de l'eau. C'eſt de lui ménager une chûte. Une médiocre chûte augmente beaucoup la viteſſe. Si, par exemple, la viteſſe moyenne de la Seine devant Paris eſt, comme M. Pitot l'a trouvée, de 2 pieds $\frac{1}{2}$ par ſeconde, on conclura aiſément qu'elle auroit acquis cette viteſſe en tombant de $\frac{1}{9}$ de pied de haut à très-peu près, car les différentes viteſſes acquiſes par l'eau ou par

tout autre corps pesant qui sera tombé de différentes hauteurs, sont entre elles comme les racines quarrées de ces hauteurs, & l'on sçait par une expérience fondamentale que l'eau tombe de 14 pieds en une seconde, ce qui lui donne une vitesse uniforme de 28 pieds. Maintenant pour comparer la vitesse de l'eau de la Seine à celle d'une eau qui auroit seulement 1 pied de chûte, il ne faut que considerer que les hauteurs des chûtes étant $\frac{1}{9}$ & 1, les vitesses seront comme les racines $\frac{1}{3}$ & 1, ou comme 1 & 3, & que par conséquent la vitesse de l'eau qui tombera de 1 pied sera 3 fois plus grande que celle de la Seine, ou de 7 pieds & demi par seconde, ce qui est très-considérable & capable d'un grand effort.

C'est depuis un tems un objet assez commun des Machinistes que de chercher à faire remonter les batteaux contre le courant des Rivieres, en employant la force de ce courant même. Alors il faut que le batteau qu'on veut remonter ait de chaque côté un moulin, dont les aubes frappées par le courant fassent tourner à contre-sens autour d'un Treuil une corde attachée à quelque point fixe, vers lequel elle tirera le batteau.

Ici il se met de la part du batteau, qui est le poids à vaincre, une nouvelle difficulté qu'il faut surmonter, c'est la surface qu'il présente à l'eau. Plus elle est grande, plus il est difficile à tirer. On entend assez que ce n'est que la surface antérieure.

Le batteau à remonter par la machine est une espece de poids qu'on évaluera en livres, pourvû qu'on sçache combien il faudroit de chevaux pour tirer ce même batteau en remontant. Un cheval peut tirer environ 175 livres, & faire 1 pied $\frac{1}{2}$ par séconde ou $\frac{9}{24}$ de lieue en une heure, & s'il faut 10 chevaux pour tirer ce batteau avec cette même vitesse, on a la quantité du poids qu'il faut mouvoir, & sa vitesse.

En faisant cette évaluation, on doit avoir égard à ce que la force de 175 livres qu'on donne à un cheval pour tirer

ſuppoſe la traction directe, & qu'elle eſt néceſſairement oblique quand le cheval tire un batteau, ce qui oblige la force abſolue des chevaux à être plus grande.

On peut encore évaluer mieux le poids du batteau en le conſidérant comme égal à un ſolide d'eau trouvé à la maniere de M. de la Hire. La viteſſe dont le batteau eſt mû, & c'eſt elle qui ſert à déterminer la hauteur de ce ſolide, eſt celle du courant, plus celle du batteau, puiſque le batteau va contre le courant. On a d'ailleurs la ſurface que le batteau préſente, & on ſçait quelle viteſſe on veut lui donner.

De l'autre côté la force motrice eſt un ſolide d'eau de la même hauteur que le précédent, puiſque la viteſſe reſpective de l'eau eſt la même, c'eſt-à-dire, que celle dont l'eau frappe le batteau, qui va contre le courant, eſt la même que celle dont elle frappe les aubes des deux moulins pour les faire tourner, & dans l'inſtant, où elles ne tournent pas encore. La baſe du ſolide eſt la ſurface des aubes, & ce ſolide doit être multiplié par la viteſſe qu'a la force motrice, quand les aubes tournent, c'eſt-à-dire, par l'excès de la viteſſe de l'eau ſur celle des aubes, ou par les $\frac{2}{3}$ de la premiere viteſſe reſpective de l'eau.

Il eſt viſible par-là que ſi on veut par des machines faire remonter la Seine, par exemple, à des batteaux tels que ceux que des chevaux tirent ordinairement, & avec la même viteſſe, tout étant déterminé hormis la grandeur des aubes, il n'y a que ce ſeul point dont on puiſſe eſpérer quelque avantage machinal. Mais M. Pitot fait voir par un calcul, qui devient très-facile ſelon ſa théorie générale, qu'en ce cas-là, c'eſt-à-dire, pour avoir en vertu de la machine un effet égal à celui qu'on a ſans machine par les chevaux, il faudroit des aubes de 1120 pieds quarrés, ce qui certainement eſt impratiquable. Si on réduiſoit cette énorme grandeur à celle de 64 pieds, qui a été employée depuis peu, la machine n'auroit pas plus de force ou d'effet que le tirage d'un ſeul cheval. Les Machiniſtes ſont ſujets à prendre des eſpérances trompeuſes ſur des idées fort confuſes, & ils

auroient grand beſoin de conſulter les formules algébriques pour ſçavoir préciſément ce qu'ils peuvent, & ce qu'ils feront.

Nous avons dit que dans le cas de machines fixes mûes par l'eau, telles que des moulins à bled, la viteſſe de l'eau, qui eſt la force motrice, n'eſt que l'excès de cette viteſſe ſur celle des aubes, & que dans le cas des machines mobiles ou batteaux qui remontent contre le courant vers un point fixe, cette viteſſe de la force motrice eſt la ſomme de celle du courant, & de celle des aubes. Cela eſt inconteſtable. Donc la force motrice eſt moindre dans le 1er cas que dans le 2^d^, le reſte étant égal. Cependant M. Pitot la donne pour égale dans ſes formules, & traite les machines mobiles comme les fixes. Voici d'où cela vient.

Dans la machine fixe la force motrice appliquée à l'aube pour la faire tourner, elle & la roue qui porte toutes les aubes, agit par un bras de lévier qui eſt le rayon de cette roue, ou du moins la partie de ce rayon compriſe entre le centre, & le point de l'aube où eſt le centre d'action de cette force. Il eſt viſible que le centre de la roue eſt le point d'appui. Plus le rayon de la roue eſt long, car il ſuffit de le conſidérer ici, plus la force motrice agit avantageuſement.

Dans la machine mobile un treuil d'un certain rayon, & concentrique à la roue des aubes, porte une corde qui ſe roule alentour pour faire avancer la machine vers le point fixe. Cette corde eſt tirée en arriere par le poids ou batteau qui réſiſte à ſa traction, & elle eſt tirée en avant par l'effort de la force motrice. Donc les deux efforts oppoſés du poids & de la force ſe font ſur cette corde, & leur point d'appui eſt le point où la corde touche le treuil. Donc le bras de lévier par lequel le poids agit, eſt le rayon du treuil, & le bras de la force motrice eſt le reſte du rayon de la roue des aubes.

Donc les roues des aubes étant égales dans une machine fixe, & dans une mobile, la force motrice agit par un plus

long bras de lévier dans la fixe que dans la mobile, & M. Pitot démontre que cette inégalité d'action tirée des bras de lévier inégaux, compense précisément l'inégalité qui venoit aux forces motrices de ce que l'une étoit une différence, & l'autre une somme des mêmes vitesses. C'est ainsi qu'il faut entendre la théorie de M. Pitot, & de-là vient qu'il n'a pas eû besoin de faire entrer dans ses formules les bras de lévier des différentes actions.

Il résulte du raisonnement qu'on vient de faire que la machine fixe a plus de vitesse, & moins de force, & que si on lui vouloit égaler en vitesse une machine mobile, il en faudroit faire le rayon de la roue des aubes plus long, ce qui seroit encore une incommodité dans la pratique, où l'on a déja vû que des aubes ne pourroient faire un médiocre effet sans être d'une excessive grandeur. Tout conclut contre ces machines mobiles, si souvent proposées cependant, & qui flattent tant l'imagination des Machinistes, même habiles.

Les formules de M. Pitot s'appliquent sans peine aux machines mûes par le vent, pourvû qu'on y apporte les modifications nécessaires. 1°. M. Mariotte a fait voir par expérience qu'afin que la force du choc du vent soit égale à celle du choc de l'eau, il faut que le vent ait 24 fois plus de vitesse que l'eau, & comme les forces des chocs de différents fluides sont entre elles en raison des quarrés de leurs vitesses, parce que plus la vitesse d'un fluide est grande, plus il a aussi de parties qui choquent en même tems, il ne faudra pour égaler la force d'une eau courante à celle d'un vent, que diviser celle de l'eau par le quarré de 24 qui est 576. Ainsi toutes les formules trouvées par l'eau deviendront des formules pour le vent. 2°. On prend toûjours une eau courante qui choque ou est supposée choquer directement : mais le choc du vent, dont on se servira dans des machines à voiles, ou à ailes, comme les moulins, sera presque toûjours oblique par la nécessité de la route, & cette obliquité diminue toûjours la force du choc, & plus ou moins selon qu'elle est plus ou moins grande.

Ces deux changemens étant apportés aux formules, M. Pivot trouve qu'afin qu'un charriot à 4 ailes, fit $\frac{1}{2}$ lieue par heure, chargé comme une charrette ordinaire, tirée par 3 chevaux, & avec un vent dont la viteſſe fut de 14 pieds par ſeconde, il faudroit que chacune de ces ailes eût plus de 38 pieds de longueur. A moins que d'aller juſqu'à ces déterminations préciſes, on eſt toûjours dans l'attente vague d'un effet conſidérable & facile.

CETTE année parut la nouvelle méchanique de M. Varignon en deux Volumes in 4°. Cet ouvrage étoit celui dont le projet avoit été publié en 1687. L'Auteur qui mourut en 1722 l'avoit laiſſé en état d'être imprimé.

La théorie de la méchanique a été traitée par un grand nombre d'habiles gens, dont quelques-uns ont été des génies du premier ordre. Mais ſelon la deſtinée immuable de toutes les Sciences, il a fallu qu'il ſe ſoit paſſé un tems aſſez long, où l'on n'a pris que des vûes particulieres & limitées, qui ne convenoient qu'aux cas les plus ſimples, qui n'euſſent pû être appliquées aux autres, du moins ſans être extrèmement forcées, & qui ſouvent devenoient différentes pour différentes machines, quoique certainement tous les mouvemens doivent dépendre de principes abſolument généraux & par-tout les mêmes.

Quand on vint à concevoir que deux corps inégaux mis en mouvement ont des forces égales ſi la viteſſe du plus petit eſt plus grande que celle du grand, préciſément en même raiſon que celui-ci eſt plus grand, il fut fort naturel de croire qu'on étoit arrivé à un premier principe qui dominoit dans toute la méchanique, & en effet on verra ſans peine dans le lévier, dans la poulie ou mouffle, dans le tour, dans la vis, que lorſqu'une petite puiſſance ſurmonte & enleve un grand poids quelconque, elle a une viteſſe, ou fait un chemin, dont la longueur ſurpaſſe plus celle du chemin fait par le poids en même tems, que la force abſo-

lue du poids ne ſurpaſſe celle de cette puiſſance.

Mais quoique ſelon ce principe appliqué à ces machines, car il ne s'appliqueroit pas ſi aiſément à toutes les autres, on conçoive bien d'où naît l'avantage d'une petite puiſſance ſur un grand poids, tous deux en mouvement, on ne conçoit pas ſi nettement leur équilibre, qui eſt l'état où la théorie de la méchanique les conſidere toûjours. Si, par exemple, un grand poids, & une petite puiſſance, ou un petit poids ſont appliqués des deux côtés de l'appui fixe d'un levier, de ſorte que leurs diſtances & cet appui ſoient en raiſon renverſée de leurs forces abſolues ou maſſes, ils ſont en équilibre. Il eſt bien vrai que ſi les deux points ainſi poſés ſe mettoient en mouvement, ils auroient néceſſairement en vertu de leur poſition par rapport au point fixe des viteſſes dont la plus grande appartiendroit au plus petit, & compenſeroit préciſément ſa petiteſſe; & leurs forces, ou quantités de mouvement ſeroient égales. Cette égalité qui ſuivroit de leur mouvement, empêche, dit-on, le mouvement, & les tient en équilibre; car pourquoi l'un deſcendra-t-il plûtôt que l'autre? ni l'un, ni l'autre ne deſcendra, ſoit: mais ce qui les en empêche, ce n'eſt pas un inconvénient à venir, & qui n'exiſte point, puiſqu'ils ne ſe meuvent pas.

Il eſt certain qu'une cauſe phyſique & réelle, qui s'oppoſeroit à leur mouvement, ſatisferoit infiniment plus l'Eſprit, & ſeroit bien plutôt le moyen employé par la Nature. Or c'eſt là l'idée de feu M. Varignon, que nous allons développer, c'eſt la nouvelle clef qu'il a trouvée pour toute la Méchanique.

Suppoſons d'abord pour plus de facilité deux forces égales, l'une plus élevée par rapport à l'horiſon, ou *ſupérieure*, l'autre *inférieure*, qui toutes deux tirent un même corps ou point ſelon une direction verticale, la ſupérieure de bas en haut, l'inférieure de haut en bas; il eſt certain que le point ne ſera point mû, & que les deux forces ne feront qu'agir l'une contre l'autre, & ſe détruire à cauſe de leur égalité & de leur oppoſition directe. Si l'on conçoit que la ſupérieure

ait

ait changé de place jusqu'à venir joindre l'inférieur immobile, de sorte que leurs deux directions soient confondues en une, le point qu'elles tireront sera mû par les deux forces conspirantes pleinement au même effet, & il sera mû de haut en bas verticalement avec la vitesse que doit produire la somme de ces deux forces. Donc dans tout le chemin que la supérieure aura fait pour venir joindre l'inférieure immobile, cette supérieure ayant toûjours tiré le point de maniere que sa direction n'aura point été directement & entiérement opposée à celle de l'inférieure, mais seulement en partie, le point aura été mû, toûjours davantage, & avec plus de vitesse, à mesure que les deux directions s'éloignoient davantage de leur premiere & entiere opposition, & se rapprochoient.

Pendant tout ce chemin de la force supérieure, le point n'a pû être mû selon la direction de l'une ni de l'autre force, car les deux forces se détruisoient toûjours entant qu'elles étoient opposées, & ne pouvoient produire de mouvement dans le point qu'entant qu'elles ne se détruisoient pas, & par ce qui leur restoit de commun, & de propre à concourir à un même effet. Le point dans tous les cas moyens a donc toûjours été mû par des lignes moyennes entre les deux directions.

Il n'y a que deux manieres d'arrêter un corps en mouvement, il faut ou lui opposer un obstacle invincible dans la ligne de sa direction, ou le tirer avec une force égale selon une direction parfaitement opposée. Quand on ne suppose que deux forces qui agissent, il ne reste que l'obstacle invincible. Ainsi dans l'hypothese où nous sommes le point mû ne peut être arrêté que par cet obstacle. Mais il doit lui être opposé dans sa ligne de direction, & alors comme il ne peut suivre cette ligne que les deux forces tendent à lui faire décrire, elles demeurent sans effet malgré l'action réelle qu'elles continuent toûjours d'avoir, elles ne font impression toutes deux que sur un obstacle qui n'y peut céder, rien ne se meut, & c'est ce qu'on appelle *Equilibre*.

L'Equilibre du lévier ſera dans ce cas, ſi les deux poids qui y ſont immobiles, ſont tels que la direction qui réſulte de leurs deux directions paſſe par le point d'appui du lévier, en tirant de haut en bas verticalement; car cet appui étant immobile, les deux poids y perdront toute leur action. On verra alors bien ſenſiblement qu'une véritable cauſe phyſique produira cet équilibre.

Mais les deux poids ayant des directions paralleles, on ne voit point que du concours de ces directions il en puiſſe réſulter une moyenne, puiſqu'elles ne concourent point, & s'il réſulte quelque direction moyenne, ce ſera encore une parallele poſée ſeulement entre les deux premieres, & qui dans cette étendue paſſera par un point quelconque du lévier, auſſi-bien que par le point d'appui. Et pourquoi faudra-t-il alors que les bras de lévier ſoient en raiſon renverſée des poids? c'eſt ce qui va être éclairci.

Dans tous les cas où le point mû par deux forces égales prend une ligne moyenne entre leurs directions, & ce ſont tous les cas poſſibles, excepté les deux extrêmes, cette ligne moyenne eſt la diagonale d'un rhombe, dont les deux angles, complémens l'un de l'autre à deux droits, ſeroient en raiſon quelconque. Car les directions des deux forces étant néceſſairement par la ſuppoſition concourantes en quelque point, ſi de ce point on prend ſur ces directions deux lignes égales d'une grandeur quelconque, elles repréſenteront les deux forces, ou, ce qui revient au même, les viteſſes égales que chacune ſéparément feroit prendre au point mobile, ou les chemins qu'il parcourroit en un même tems; ſi l'on tire une parallele à chacune de ces deux lignes déterminées, on aura un rhombe, dont la diagonale repréſentera la viteſſe qu'aura le point mû, ou le chemin qu'il fera dans le tems qu'il auroit fait chacun des deux autres chemins correſpondants à chaque force. L'angle ſous lequel les directions des deux forces ſe rencontreront ſera un des angles du rhombe, & déterminera l'autre qui ſera ſon complément. Si les directions des deux forces égales concouroient ſous un angle droit,

que l'une fût horifontale, par exemple, & l'autre verticale, le rhombe deviendroit un quarré. Ce cas-là eſt préciſément le cas moyen entre les deux extrèmes poſés ci-devant. La diagonale de ce quarré ſera le chemin du point mû.

Les angles que deux côtés contigus du quarré font avec cette diagonale, ſont de 45, & égaux. Ils ſont de 45, parce que ce quadrilatere eſt un quarré, & ils ſont égaux, parce que le quadrilatere a ſes 4 côtés égaux, & tout rhombe les auroit égaux pareillement. Or ici nous ne trouvons un rhombe, que parce que les deux forces ont été ſuppoſées égales avec des directions indéterminées, & ſi on les ſuppoſoit inégales, on trouveroit un rhomboïde, dont deux côtés contigus ſeroient inégaux en même raiſon que les forces, & feroient des angles inégaux avec la diagonale.

En effet, puiſque la diagonale du parallelogramme quelconque eſt le chemin que les deux forces quelconques s'accordent à faire tenir au point mû, il faut que, ſi les deux forces ſont inégales, la plus grande ait la plus grande part à l'effet commun, c'eſt-à-dire, que la diagonale ſoit une ligne plus approchante de la direction particuliére de cette plus grande force. Il eſt évident que ſi elle étoit infiniment plus grande que l'autre, la diagonale ne ſeroit plus que ſa direction particuliere. Donc quand les deux forces ſont inégales, la diagonale du rhomboïde qui ſe forme alors fait un plus petit angle avec la direction de la grande force, ou avec le côté qui la repréſente, qu'avec l'autre.

Comme c'eſt l'inégalité des deux forces qui fait l'inégalité de ces angles, ces deux choſes ſont proportionnées, & les angles ſont d'autant plus inégaux que les forces le ſont davantage. Les ſinus ſont la meſure des angles, & par conſéquent le rapport qui ſera entre les ſinus des deux angles ſera le même que celui des deux forces, pourvû qu'il ſoit renverſé; car le plus petit angle appartient à la plus grande force. C'eſt là le Theorème fondamental de tout l'ouvrage de M. Varignon. Il s'étend à tout, il regne par-tout, & il paroît tiré du fond le plus intime de la choſe.

Si l'on imagine présentement que deux forces inégales avec des directions non-paralleles, appliquées des deux côtés de l'appui fixe d'un lévier, le tirent de haut en bas, il est clair par tout ce qui a été dit que de leurs deux directions concourantes en un point quelconque, il s'en formera une troisieme resultante des deux, qui passera par ce point de concours, & par quelque point du lévier, & de plus, que tous les point du lévier étant mobiles, hormis le point d'appui, il y aura du mouvement, & par conséquent point d'équilibre, à moins que la direction composée ne passe justement par le point d'appui, auquel cas les deux forces qui n'agissent que sur ce point inébranlable perdent leur action, & demeurent immobiles, ou contrebalancées l'une par l'autre. Or la direction composée est toûjours la diagonale du parallélogramme qui se forme des deux forces composantes, & dans ce parallélogramme les sinus des angles que font avec la diagonale les côtés qui représentent les forces sont en raison renversée de ces forces. Quand la diagonale passe par le point d'appui, ce qui est le cas unique de l'équilibre, ces sinus sont des perpendiculaires tirées du point d'appui sur les directions des deux forces, & ces perpendiculaires sont aussi les distances du point d'appui à ces directions. Donc dans l'équilibre les distances du point d'appui aux directions non-paralleles des forces sont en raison renversée des forces, & réciproquement quand ces distances sont en cette raison, il y a équilibre.

Plus le point de concours des deux directions est éloigné, plus les sinus des deux angles dont il s'agit, ou les distances du point d'appui aux deux directions, s'approchent d'être & de la même grandeur & dans la même position que les deux bras de lévier auxquels les deux forces sont appliquées, & enfin quand ce point de concours des deux directions est infiniment éloigné, ce qui les rend paralleles, les sinus, ou les distances du point d'appui aux directions, ne sont plus que les bras de lévier mêmes. Si l'on conçoit selon la nouvelle Géométrie deux lignes paralleles comme concourantes

à une diſtance infinie, & y faiſant un angle entre elles, cet angle eſt infiniment aigu, ſa baſe, qui eſt la diſtance finie des deux paralleles, eſt infiniment petite par rapport à ſes côtés, & elle eſt en même tems ſon ſinus à cauſe qu'elle eſt perpendiculaire aux côtés. Si de plus on conçoit que cet angle quoiqu'infiniment petit, ſoit diviſé ſelon une raiſon quelconque, par une 3me parallele infinie, qui paſſe entre les deux 1res, le ſinus de chacun de ces deux nouveaux angles, ſera la partie correſpondante de la baſe ou ſinus du premier, & le ſinus de ce 1er ou total ſera la ſomme des ſinus des deux partiaux.

Ce cas du parallèliſme des directions eſt le dernier qui vienne par la théorie de M. Varignon, il n'eſt le fruit que d'une aſſez longue ſuite d'idées, & c'eſt au contraire le premier qui ſe préſente naturellement dans cette recherche, c'eſt celui que les Auteurs ont conſidéré d'abord, & auquel ils ont voulu ramener les autres. Cela a produit deux inconvéniens, l'un qu'on a été obligé à faire de grands efforts & à prendre des circuits embarraſſans pour paſſer du parallèliſme au non-parallèliſme, l'autre qu'on eſt arrivé, ſinon quelquefois à des concluſions fauſſes, du moins toûjours à des concluſions tirées des principes qui n'étoient pas les vrais, & les plus naturels. Tout rentre dans l'ordre quand on eſt parti d'où il faut, hors de là on ſent toûjours une certaine contorſion dans les applications qu'on eſt obligé de faire de principes mal choiſis.

Puiſque ſelon l'idée que nous ſuivons, un obſtacle invincible s'oppoſe à l'action réunie des deux forces, qui tombe entierement ſur lui, il porte tout l'effort commun qu'elles font, & s'il s'agit d'un lévier, cet effort eſt *la charge* de l'appui du lévier. Si les directions des deux forces ſont paralleles, elles ne perdent rien de leur force abſolue, & par conſéquent le point d'appui porte ſeul la ſomme des deux forces. Nous venons de voir que dans ce même cas le ſinus de l'angle infiniment petit des deux forces eſt la ſomme des ſinus des deux angles partiaux qui ſont en raiſon renverſée

de ces forces. Donc ici le ſinus de l'angle de concours des deux forces repréſente *la charge* qui en réſulte ſur l'appui, comme les ſinus des angles partiaux des directions des forces avec la diagonale repréſentent ces forces. Donc en ce cas les trois puiſſances qui entrent dans l'équilibre, c'eſt à-dire, les deux forces agiſſantes, & la réſiſtance ou charge de l'appui, ſont repréſentées par ces trois ſinus. La réſiſtance de l'appui peut bien être contée pour une puiſſance; car ſi on vouloit conſerver l'équilibre en ôtant l'appui, il faudroit mettre à ſa place une force égale à la ſomme des deux premieres forces, & qui tirât verticalement de bas en haut.

De-là il eſt aiſé de juger que quand les directions des deux forces ne ſont pas paralleles, l'appui ne porte pas la ſomme des deux forces, car alors elles ont quelque choſe d'oppoſé qui ſe détruit, tout ce qu'il y a d'horiſontal dans la direction de l'une, par exemple, eſt détruit par une quantité égale de l'horiſontal de l'autre qui eſt en ſens contraire, & elles ne conſpirent à agir ſur l'appui que par ce qui reſte d'horiſontal à celle qui en a le plus, & par ce qu'elles ont toutes deux de vertical, qui n'eſt ſelon l'hypotheſe que de haut en bas. L'appui ne peut jamais être plus chargé que de la ſomme des deux forces ou poids, ce qui n'arrive que dans le cas du paralélliſme, & il eſt toûjours moins chargé à meſure que les directions des deux forces ſont entre elles un angle moins aigu, ou plus grand, juſqu'à ce qu'enfin elles en faſſent un infiniment obtus, c'eſt-à-dire, ſoient toutes deux en ligne droite & horiſontale, auquel cas l'appui n'eſt plus du tout chargé par une impreſſion de haut en bas, mais tiré inutilement, puiſqu'il eſt inébranlable, par deux directions horiſontales contraires, qui même ſe détruiſent abſolument, ſi elles ſont égales, ou dont il ne reſte que la différence, ſi elles ne le ſont pas. Ce n'eſt plus là un équilibre, quoique ce ſoit un repos. Ce repos n'eſt produit que par la ſeule immobilité de l'appui, ſi les forces ſont inégales, & non par leur contrebalancement mutuel, & leurs diſtances à l'appui deviennent abſolument indifférentes, ſoit qu'elles ſoient égales ou inégales.

Ce dernier cas eſt le cas extrême des directions non-paralleles. Il eſt viſible que le ſinus de l'angle du concours des deux forces y eſt nul, auſſi-bien que la charge de l'appui; d'ailleurs dans le cas du parallélisme le ſinus de l'angle de concours repréſentoit auſſi la charge de l'appui, & par conſéquent dans tous les cas moyens il en ira toûjours de même, & la charge de l'appui ſera toûjours repréſentée par le ſinus de l'angle de concours des deux forces, de ſorte que le ſinus de cet angle, le ſinus de l'angle de la grande force avec la diagonale, le ſinus de l'angle de la petite force avec la même diagonale, ſeront toûjours en même raiſon que la charge ou reſiſtance de l'appui ou la puiſſance qu'il faudroit mettre à ſa place en conſervant l'équilibre, la petite force, & la grande, & comme la diagonale qui dans l'équilibre paſſe par le point d'appui à une poſition ou direction neceſſairement déterminée par celles des deux forces, elle donne en même tems la direction du point d'appui, c'eſt-à-dire, le ſens dont il tend à ſe mouvoir, & dont il ſe mouvroit, s'il n'étoit immuable. Un des grands avantages de la théorie de M. Varignon eſt cette détermination ſi facile & ſi heureuſe de la charge de l'appui & de ſa direction. Tous les autres Auteurs n'avoient touché, ni l'une, ni l'autre, quoique fort néceſſaires & fort importantes toutes deux, & les routes qu'ils prenoient ne les y auroient pas conduits.

Dans ce que nous venons de dire nous avons employé le lévier ſeulement pour exemple, & parce que c'eſt une image familiere: mais nous n'avons point prétendu que ce fût la machine primitive & originale, à laquelle il fallût rapporter toutes les autres, ainſi que font ordinairement les traités de méchanique, & avec aſſez de peine. Les principes que nous avons établis d'après M. Varignon ſont généraux. Ce ſont ceux des mouvemens compoſés par leſquels tout ſe fait dans la nature; on peut aſſûrer que s'il y a des exceptions, elles ſont très-rares. Auſſi M. Varignon traite-t-il toutes les machines indépendamment les unes des autres; la machine qu'il appelle *funiculaire*, & qu'il a traitée

le premier, c'eſt-à-dire, les poids ſuſpendus par des cordes, qui les tirent en différens ſens, les poulies ou mouffles, le tour de lévier, les poids ſoûtenus ſur des plans inclinés, le coin, la vis. Tout cela tient à la même cauſe générale, mais différemment modifiée. Ce n'eſt pas qu'il n'y eût peut-être quelques transformations aſſez faciles, par exemple, tout ce que nous avons dit du lévier pourroit s'appliquer à la machine funiculaire, en mettant au lieu de l'appui une puiſſance égale à ſa charge & de même direction : mais il eſt certain que ces transformations ſont des preuves moins directes, & qu'on n'y a recours que par la difficulté d'aller droit à la ſource.

On ſçait aſſez que le génie de M. Varignon étoit toûjours de monter à la plus grande univerſalité poſſible, & d'en deſcendre pour diſcuter les cas particuliers avec une grande exactitude, & un grand ſcrupule d'en négliger aucun. C'eſt ce qui eſt bien marqué dans tout le cours de cet ouvrage, où il ſemble rechercher exprès les difficultés, & les plus grandes complications, pour faire voir que ſa méthode ne les craint pas, ou plûtôt s'en joue.

Ordinairement on conſidere le lévier comme une ligne droite, poſée horiſontalement, tirée de haut en bas par deux poids dont les directions ſont paralleles. Nous avons déja vû que ce paralléliſme ſi commode aux autres Auteurs, loin de l'être à M. Varignon, détruiroit l'univerſalité & les avantages de ſa théorie. Il rejette de même les autres limitations, & conſidere des léviers de figures, & de poſitions quelconques, ce qui rend ſouvent néceſſaire un aſſez grand appareil de Géométrie toûjours inſtructif, & même agréable par l'application variée des principes dominans. On peut bien juger qu'il en uſe de la même maniere à l'égard de toutes les autres machines.

Nous donnerons ſeulement ici un exemple très-abrégé des applications particulieres dont ſa méthode eſt ſuſceptible. Si au lieu qu'un lévier eſt regardé comme une ligne ſans peſanteur, chargée de deux poids étrangers, qui ſont en équilibre,

équilibre, on regarde ces deux poids comme parties de cette ligne, que de même elle ſoit chargée de deux autres poids encore en équilibre, & toûjours ainſi tant qu'on voudra, il ſe formera un corps peſant, & ce qui étoit le point d'appui du levier ſera le *centre de gravité* de ce corps, un point autour duquel toutes ſes parties ſeront en équilibre, de ſorte que le corps ſuſpendu ou appuyé par ce point demeurera parfaitement immobile. Tout le monde le ſçait, & en convient. Mais cela ſuppoſe que les directions des poids ſoient paralleles ; or elles ne le ſont que ſenſiblement à cauſe de la grande diſtance du centre de la terre, où réellement elles concourent. Si on prend le réel, il arrive beaucoup de changemens à la théorie du *centre de gravité.*

Dans l'hypotheſe du parallélisme le corps peſe toûjours également à quelque diſtance qu'il ſoit du centre de la terre : car d'abord il eſt viſible qu'il n'a plus aucun rapport à ce centre, & de plus un levier tiré par deux poids en équilibre, dont les directions ſont paralleles, a toûjours ſon point d'appui chargé de la ſomme des deux poids, & par conſéquent le centre de gravité du corps peſant eſt auſſi toûjours chargé de la même ſomme des poids de toutes les parties. Mais ſi un levier eſt tiré par deux forces dont les directions ſoient concourantes, nous avons vû que plus l'angle de leur concours eſt obtus, ou, ce qui revient au même, moins leur point de concours eſt éloigné du levier, moins elles agiſſent ſur l'appui pour le tirer en embas, & par conſéquent ſi le corps peſant s'approche du centre de la terre, où les directions de toutes ſes parties concourent, elles tireront moins le centre de gravité en embas, il ſera donc moins chargé, & le corps total moins peſant, juſqu'à ce qu'enfin poſé au centre de la terre, il ne peſât plus.

Cette propoſition renferme une condition ſous-entendue, qu'il ſera bon d'exprimer. En conſidérant les leviers, on a toûjours conçû que les poids qui les tiroient étoient conſtants & invariables en eux-mêmes, quelles que fuſſent leurs diſtances au centre de la terre, & que leur action ſur le

point d'appui varioit ſeulement ſelon leurs directions, ou leurs diſtances à ce point, & on a tranſporté cette idée au corps peſant conçû comme un levier, & à ſon centre de gravité conçû comme un appui, de ſorte que l'action ou plutôt le réſultat de l'action des parties du corps ſur le centre de gravité n'a dû varier que comme auroit fait celle du poids conſtant d'un levier, qui ſe feroit toûjours approché du point où les directions de ces poids concouroient. Mais ſi les poids devenoient plus peſans en eux-mêmes par une plus grande proximité du centre de la terre, & indépendamment du réſultat de leur action ſur un appui de levier, alors un corps peſant qui s'approcheroit du centre de la terre deviendroit plus peſant par cette ſeule raiſon, & en même tems il le deviendroit moins par la raiſon du levier. Il faudroit en ce cas-là conſidérer ſelon quelle proportion ſe feroit l'augmentation & la diminution de la peſanteur, & ce qui réſulteroit de cette combinaiſon.

M. Varignon a démontré que ſi un levier poſé horiſontalement eſt chargé de deux poids en équilibre, dont les directions ſoient paralleles, l'équilibre ſubſiſtera encore, quoique l'on tire le levier de ſa poſition horiſontale, pour lui en donner une autre quelconque inclinée à l'horiſon ; & en effet on voit bien que les diſtances des directions au point d'appui conſerveront toûjours leur premier rapport. De-là il ſuit qu'un corps peſant ſuſpendu ou appuyé par ſon centre de gravité demeurera toûjours immobile, quelque ſituation qu'on donne d'ailleurs à ſes autres parties, c'eſt-à-dire, ſoit qu'on rende ſupérieures celles qui étoient inférieures, ou au contraire. Mais tout cela n'eſt que dans l'hypotheſe du parallélíſme des directions des poids ; hors de là les poids qui étoient en équilibre ſur le levier horiſontal n'y ſeront plus s'il prend une autre poſition, & le corps peſant ne ſera immobile ſur ſon centre de gravité que dans une ſituation unique, à moins que ce corps ne fût une ſphere, car alors la parfaite uniformité de ſa figure rendroit toute ſituation indifférente.

Voilà un léger échantillon des différences qu'un seul changement de supposition apporte dans un sujet, qui n'est que très-particulier par rapport à tout ce que M. Varignon embrasse, il poursuit tout avec le même soin.

Quoique son dessein ne comprît que la Méchanique des solides, il ne laisse pas d'y faire entrer celle des liqueurs, ou leur équilibre, tant parce que des principes aussi universels que les siens, & autant *premiers*, pour ainsi dire, s'y devoient étendre, que parce qu'il n'étoit pas pleinement satisfait de quelques-uns de ceux qui ont cours en cette matiere. Par exemple, quand on veut démontrer qu'une liqueur doit se mettre de niveau dans les deux branches inégalement grosses d'un siphon, on dit que si la plus grosse élevoit la liqueur dans l'autre au-dessus de son niveau, il arriveroit nécessairement que les deux portions de liqueur contenues dans les deux branches auroient l'une en descendant, l'autre en montant, des vitesses en raison renversée de leurs masses, & que par conséquent de deux forces égales l'une l'emporteroit sur l'autre, ce qui est absurde. Cela est vrai : mais ce raisonnement peche par le même endroit que celui qui a été rapporté sur le levier. Ce n'est pas la crainte d'une absurdité qui produit un équilibre dans la nature, c'est une cause actuelle, & M. Varignon a prouvé bien clairement que dans le cas présent il ne faut pas regarder la grosse colonne comme agissant contre la petite, mais seulement une portion de cette grosse colonne égale à la petite, ce qui réduit les deux forces à être parfaitement égales, & en repos, sans leur chercher l'inconvénient d'un mouvement qu'elles n'ont pas. On s'en convaincra facilement avec un peu d'attention.

Les liqueurs ont une sorte de mouvement, qui leur est particulier. Il seroit fort naturel de les concevoir comme formées d'une infinité de particules, ou, pour plus de facilité, de globules solides, presqu'infiniment petits. Si l'on conçoit que des globules égaux en masse à des grains de bled remplissent un vaisseau cylindrique, on conçoit que le fond de ce vaisseau est pressé par le poids de tous ces globules,

& que s'ils peuvent ſurmonter la réſiſtance de ce fond, ils tomberont avec toute la viteſſe verticale que leur donnera leur peſanteur. Mais ſi on ſuppoſe une ouverture aſſez large faite à un des côtés du vaiſſeau, & à une hauteur quelconque, on ne conçoit point que tout ce qu'il y a de globules au-deſſus de l'ouverture doivent s'échapper par là avec une viteſſe horiſontale, proportionnée à la hauteur de l'ouverture. Peut-être s'en échappera-t-il quelques-uns, qui étoient en quelque ſorte hors de leur rang: mais en général les inférieurs ne ſont preſſés que de haut en bas par les ſupérieurs, & l'on ne découvre aucun effort horiſontal ou latéral qui agiſſe ſur les côtés du vaiſſeau. Que l'on imagine les globules toûjours plus petits juſqu'à devenir enfin ceux d'une liqueur, on ne voit point que leur plus grande petiteſſe change rien à cet effet. Cependant il eſt certain que le vaiſſeau cylindrique étant plein de liqueur, elle s'échappera horiſontalement par une ouverture latérale, & enfin que les liqueurs contenues dans des vaiſſeaux agiſſent contre leur fond, & contre leurs côtés en tous ſens.

M. Varignon ne ſe contente point de la matiere ſubtile, que les Cartéſiens donnent pour cauſe de la fluidité, & à laquelle ils attribuent un mouvement en tous ſens, qui par cela même eſt inutile, & ſans effet, outre que la matiere ſubtile étant fluide, on demanderoit encore la cauſe de ſa fluidité. Il avoue qu'il ne voit rien ſur ce ſujet qui le ſatisfaſſe, & prend le mouvement ou l'action des liqueurs en tous ſens pour un principe d'expérience; plus on veut faire un uſage exact des lumieres de la raiſon, plus on eſt ſouvent obligé d'en revenir à ce que les ſens apprennent.

La compoſition ou décompoſition des mouvemens, fournit ſans peine à M. Varignon tout ce qui lui eſt néceſſaire dans la recherche de l'équilibre des liqueurs.

M. Paſcal a découvert le premier que dans un vaiſſeau plus étroit en haut qu'en bas ſelon telle proportion qu'on voudra, & dont par conſéquent la capacité eſt moindre que celle d'un cylindre, qui auroit la même hauteur & la même

bafe, l'eau dont il fera plein pefera autant fur fon fond qu'elle feroit fur le fond égal du cylindre. Ce n'eft pas qu'il y ait un auffi grand poids d'eau, ni que la main qui foûtiendroit ce vaiffeau de largeur inégale fût auffi chargée que fi elle foûtenoit le cylindre ; il n'y a, pour ainfi dire, que les deux fonds qui s'apperçoivent de cette égalité de preffion, & voici pourquoi. La plus haute colonne de l'eau contenue dans le vaiffeau plus étroit par le haut tend par fon poids à defcendre, & par conféquent à faire monter les autres colonnes plus courtes. Celles-ci en font empêchées par le rétréciffement du vaiffeau, elles s'appuyent donc contre des côtés obliques du vaiffeau qui leur réfiftent, & qui par leur réfiftance renvoyent leur action fur le fond qu'elles preffent, & preffent autant que fi elles étoient auffi hautes, & par conféquent auffi pefantes, que la plus haute. Ce qui manque à leur hauteur eft précifément fuppléé par l'effort dont elles s'arc-boutent, & de-là vient que le fond du vaiffeau inégal eft auffi preffé que celui du cylindre. C'eft à peu-près la même chofe que fi un reffort bandé s'appuyoit contre deux plans qu'il tendît à féparer, & cette comparaifon fait fentir la différence qui doit être entre les fonds des vaiffeaux, & une main qui les porteroit : car en portant une boëte où feroit enfermé ce reffort bandé, on ne fentiroit que le poids de la boëte & du reffort, & nullement fon action contre les deux côtés de la boëte.

Par la raifon contraire, fi un vaiffeau eft plus étroit par le bas que par le haut, fon fond n'eft chargé que de la colonne d'eau la plus haute terminée à ce fond, & nullement de toutes les autres plus courtes, qui feront foûtenues par les côtés obliques du vaiffeau. Tout cela fe peut entendre fans Géométrie, mais non pas fuffifamment au gré des Géometres, qui fe rendent même quelquefois difficiles à plaifir fur la rigueur des démonftrations.

Nous fommes abfolument obligés de paffer fous filence un grand nombre de différens problèmes que M. Varignon fe propofe, qu'il tire de toutes les machines, qu'il tourne

exprès de toutes les manieres, & qu'il résout toûjours par la même théorie des mouvemens composés. Nous ne dirons rien non plus d'une proposition quoique très-belle, très-générale & très-neuve que M. Bernoulli lui envoya sans démonstration, & qu'il démontra aussi-tôt par ses principes, en faisant voir en même tems qu'elle s'appliquoit à tout, & conduisoit à tout ce qu'il avoit trouvé. Mais nous croyons devoir particulierement à sa mémoire de faire remarquer, encore plus que la beauté de l'Ouvrage, l'extrême circonspection qui y est marquée à l'égard des Auteurs qu'il est quelquefois obligé de reprendre. Jamais il ne les nomme & jamais il n'indique leurs livres sans une nécessité indispensable, qu'il represente pour s'excuser. Hors de-là, il dit seulement que quelqu'un s'est mépris sur un tel sujet. Les mœurs peuvent se faire sentir, même dans des livres de Géométrie, & elles manquent si souvent dans tous, qu'on ne doit pas laisser échapper aux Lecteurs un mérite si rare.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXV.

I.

UNE Machine de M. de Mondran Mestre de Camp réformé, pour diminuer considérablement les frottemens. Une roue posée verticalement sur son axe, & soûtenue par les supports dont on se sert d'ordinaire, n'ayant fait que 15 révolutions sur son axe après avoir été mise en mouvement, & s'étant arrêtée au bout de $\frac{1}{2}$ minute, la même roue posée sur les supports de M. de Mondran, & mise en mouvement par la même force à peu près, a fait 300 révolutions, & ne s'est arrêtée qu'au bout de 3 minutes. Les supports qui produisent cet effet sont des rouleaux posés verticalement. Plusieurs Méchaniciens ont déja

imaginé, & pratiqué ce moyen de diminuer les frottemens, avec cette différence que les rouleaux de M. de Mondran sont presque aussi grands que la roue, ce qui cause encore une plus grande diminution, & de plus il compte faire porter l'axe de ces rouleaux sur d'autres plus petits, ce qui peut produire un avantage considérable.

Il doit appliquer cette construction à des machines pour l'élévation des eaux, & se servir de lanternes, dont les fuseaux seront des cylindres mobiles sur leur axe, & par-là les frottemens pourront encore être diminués.

II.

Une machine du S[r]. Fardoüel Horloger, pour tailler de grandes limes. Elle a paru très-simple, très-ingénieuse, & très-utile. L'Académie en avoit déja vû une du même Auteur pour les petites limes.

III.

Une machine d'Arithmétique de M. de l'Epine, qui par une composition plus simple a paru donner une plus grande facilité pour les 4 regles, que celle de M. Pascal, & quelques autres, qui avoient déja paru. Elle contient plusieurs choses nouvelles, & très-ingénieusement pensées.

IV.

Une machine du S[r]. Henry Horloger, pour élever des fardeaux, qui dans ce qu'elle a de particulier consiste en un grand pendule attaché à une verge de fer, par le mouvement duquel on fait tourner une roue, dont l'arbre s'enveloppe de la corde qui soûtient le poids. Pour tout le reste, elle est fort semblable à la machine qu'on appelle le levier de Lagarouste. Elle a paru plus commode que celles dont on s'est servi jusqu'à présent pour élever des fardeaux, lorsque le tems est moins à ménager que la force que l'on a à employer.

V.

Un globe terrestre de cuivre rouge, de 2 pieds de diametre, construit avec toute la précision possible par M. Isaac Broukner. Comme il avoit trouvé beaucoup de difficultés sur la position d'un grand nombre de lieux, différemment

marquée par différens Auteurs ou Observateurs, & assez souvent même différente selon que les différences des Méridiens étoient exprimées en tems ou en degrés, il étoit venu à Paris pour s'éclaircir sur tous ses doutes, & M. Delisle lui en avoit levé la plus grande partie. Le globe de M. Broukner, outre la grande exactitude des positions, a encore cet avantage que par des dispositions nouvelles & très-ingénieuses de certains cercles mobiles, on y peut faire facilement & exactement toutes les opérations qui se font sur les globes, comme de connoître l'heure pour quelque pays que ce soit, l'hémisphere de la terre éclairé par le Soleil à chaque moment, les crépuscules, & leur durée, &c.

S. A. S. M. le Comte de Toulouse Amiral de France, & M. le Comte de Maurepas Secrétaire d'Etat de la Marine, ayant demandé à l'Académie son dernier avis sur le jaugeage des vaisseaux, matiere sur laquelle des Commissaires nommés par elle, avoient déja travaillé à diverses reprises, il y a cinq ans, par l'ordre de feu M. le Duc d'Orleans, à qui le Conseil de Marine & M. l'Amiral l'avoient demandé: la Compagnie a déclaré qu'après avoir vû ce qu'avoient fait ses Commissaires sur plusieurs mémoires, & pieces instructives, qui lui avoient été envoyées avec les méthodes pratiquées jusqu'ici pour le jaugeage dans les différens Ports du Royaume, & chez les étrangers, elle adoptoit le travail fait par M. *de Mairan*, l'un desdits Commissaires, qui avoit rectifié une méthode, dont le fonds étoit de M. *Hocquart* Commissaire de la Marine, que cette pratique ayant été éprouvée par M. *Bouguer* Hydrographe du Roi au Port du Croisic, qui l'avoit trouvée d'une justesse au de-là de celle que demandent les ordonnances, & très-commode, & ensuite par M. *de Mairan*, qui avoit été exprès pour la vérifier & la comparer avec plusieurs autres qui lui avoient été communiquées, dans les Ports de Bordeaux, & d'Agde, elle ne doutoit point que tout considéré, cette pratique, telle que M. *de Mairan* l'a donnée le 30 Août 1724, ne fût aussi juste, aussi claire & aussi facile qu'on le peut désirer.

ELOGE



ELOGE DU CZAR PIERRE I.

COMME il eſt ſans exemple que l'Académie ait fait l'Eloge d'un Souverain, en faiſant, ſi on oſe le dire, celui d'un de ſes Membres, nous ſommes obligés d'avertir, que nous ne regarderons le feu Czar qu'en qualité d'Académicien, mais d'Académicien Roi & Empereur, qui a établi les Sciences & les Arts dans les vaſtes Etats de ſa domination, & quand nous le regarderons comme Guerrier, & comme Conquérant, ce ne ſera que parce que l'art de la guerre eſt un de ceux dont il a donné l'intelligence à ſes ſujets.

Lû à l'Aſſemblée publique du 14. Novembre 1725.

La Moſcovie ou Ruſſie étoit encore dans une ignorance, & dans une groſſiéreté preſque pareilles à celles, qui accompagnent toûjours les premiers âges des Nations. Ce n'eſt pas que l'on ne découvrît dans les Moſcovites de la vivacité, de la pénétration, du génie & de l'adreſſe à imiter ce qu'ils auroient vû : mais toute induſtrie étoit étouffée ; les payſans nés eſclaves, & opprimés par des Seigneurs impitoyables ſe contentoient qu'une agriculture groſſiere leur rapportât préciſément de quoi vivre, ils ne pouvoient, ni n'oſoient s'enrichir. Les Seigneurs eux-mêmes n'oſoient paroître riches, & les Arts ſont enfans de la richeſſe, & de la douceur du Gouvernement. L'art militaire, malheureuſement auſſi indiſpenſable que l'agriculture, n'étoit guere moins négligé, auſſi les Moſcovites n'avoient-ils étendu leur domination que du côté du Nord & de l'Orient, où ils avoient trouvé des peuples plus barbares, & non du côté de l'Occident & du

Midi, où sont les Suédois, les Polonois & les Turcs. La politique des Czars avoit éloigné de la guerre les Seigneurs & les Gentilshommes, qui en étoient venus à regarder comme une exemption honorable cette indigne oisiveté, & si quelques-uns servoient, leur naissance les avoit faits Commandans, & leur tenoit lieu d'expérience. On avoit mis dans les Troupes plusieurs Officiers Allemands, mais qui la plûpart simples Soldats dans leur pays, & Officiers seulement parce qu'ils étoient en Moscovie, n'en sçavoient pas mieux leur nouveau métier. Les armées Russiennes levées par force, composées d'une vile populace, mal disciplinées, mal commandées, ne tenoient guere tête à un ennemi aguerri, & il falloit que des circonstances heureuses & singulieres leur missent entre les mains une victoire qui leur étoit assez indifférente. La principale force de l'Empire consistoit dans les Strelitz, Milice à peu près semblable aux Janissaires Turcs, & redoutables comme eux à ses maîtres, dans le même tems qu'elle les faisoit redouter des peuples. Un commerce foible & languissant étoit tout entier entre les mains de marchands étrangers, que l'ignorance & la paresse des gens du pays n'invitoient que trop à les tromper. La Mer n'avoit jamais vû de vaisseaux Moscovites, soit vaisseaux de Guerre, soit marchands, & tout l'usage du port d'Arkangel étoit pour les Nations étrangeres.

Le Christianisme même qui impose quelque nécessité de sçavoir, du moins au Clergé, laissoit le Clergé dans des ténébres aussi épaisses que le peuple, tous sçavoient seulement qu'ils étoient de la Religion Grecque, & qu'il falloit haïr les Latins; nul Ecclésiastique n'étoit assez habile pour prêcher devant des Auditeurs si peu rédoutables; il n'y avoit presque pas de Livres dans les plus anciens, & les plus riches Monasteres, même à condition de n'y être pas lûs. Il régnoit par-tout une extrême dépravation de mœurs & de sentimens, qui n'étoit pas seulement, comme ailleurs, cachée sous des dehors légers de bienséance, ou revêtue de quelques apparences d'esprit, & de quelques agrémens superficiels.

Cependant ce même peuple étoit souverainement fier, plein de mépris pour tout ce qu'il ne connoissoit point, & c'est le comble de l'ignorance que d'être orgueilleuse. Les Czars y avoient contribué en ne permettant point que leurs sujets voyageassent, peut-être craignoit-on qu'ils ne vinssent à ouvrir les yeux sur leur malheureux état. La Nation Moscovite, peu connue que de ses plus proches voisins, faisoit presque une Nation à part, qui n'entroit point dans le système de l'Europe, qui n'avoit que peu de liaison avec les autres Puissances, & peu de considération chez elles, & dont à peine étoit-on curieux d'apprendre de tems en tems quelques révolutions importantes.

Tel étoit l'état de la Moscovie, lorsque le Prince Pierre naquit le 11e Juin 1672 du Czar Alexis Michaelowits, & de Natalie Kirilouna Nariskin sa seconde femme. Le Czar étant mort en 1676, Fedor ou Théodore son fils aîné lui succéda, & mourut en 1682 après 6 ans de regne. Le Prince Pierre, âgé seulement de 10 ans, fut proclamé Czar en sa place, au préjudice de Jean quoiqu'aîné, dont la santé étoit fort foible, & l'esprit imbécille. Les Strelitz, excités par la Princesse Sophie, qui espéroit plus d'autorité sous Jean son frere de pere & de mere, & incapable de tout, se révolterent en faveur de Jean, & pour éteindre la guerre civile, il fut réglé que les deux freres regneroient ensemble.

Pierre, déja Czar dans un âge si tendre, étoit très-mal élevé, non-seulement par le vice général de l'éducation Moscovite, par celui de l'éducation ordinaire des Princes que la flatterie se hâte de corrompre dans le tems même destiné aux préceptes & à la vérité, mais encore plus par les soins de l'ambitieuse Sophie, qui déja le connoissoit assez pour craindre qu'il ne fût un jour un trop grand Prince & trop difficile à gouverner. Elle l'environna de tout ce qui étoit capable d'étouffer ses lumieres naturelles, de lui gâter le cœur & de l'avilir par ses plaisirs. Mais ni la bonne éducation ne fait les grands caracteres, ni la mauvaise ne les détruit. Les Heros en tout genre sortent tout formés des mains de

la Nature & avec des qualités insurmontables. L'inclination du Czar Pierre pour les exercices militaires se déclara dès sa premiere jeunesse, il se plaisoit à battre le Tambour, & ce qui marque bien qu'il ne vouloit pas s'amuser, comme un enfant, par un vain bruit, mais apprendre une fonction de soldat, c'est qu'il cherchoit à s'y rendre habile, & il le devint effectivement au point d'en donner quelquesfois des leçons à des soldats qui n'y réussissoient pas si bien que lui.

Le Czar Fedor avoit aimé la magnificence en habits & en équipages de chevaux; pour lui, quoique blessé dès-lors de ce faste, qu'il jugeoit inutile & onéreux; il vit cependant avec plaisir que les sujets, qui n'avoient été jusques-là que trop éloignés de toute sorte de magnificence, en prenoient peu à peu le goût.

Il conçut qu'il pouvoit employer à de plus nobles usages, la force de son exemple, il forma une compagnie de cinquante hommes commandés par des Officiers étrangers, & qui étoient habillés & faisoient leurs exercices à l'Allemande. Il prit dans cette troupe le moindre de tous les grades, celui de Tambour. Ce n'étoit pas une représentation frivole qui ne fit que fournir à lui & à sa Cour une matiere de divertissement & de plaisanterie. Il avoit bien défendu à son Capitaine de se souvenir qu'il étoit Czar, il servoit avec toute l'exactitude & toute la soûmission que demandoit son emploi, il ne vivoit que de sa paye, & ne couchoit que dans une tente de Tambour à la suite de sa Compagnie. Il devint Sergent, après l'avoir merité au jugement des Officiers qu'il auroit punis d'un jugement trop favorable, & il ne fut jamais avancé que comme un soldat de fortune, dont ses camarades même auroient approuvé l'élevation. Par-là il vouloit apprendre aux Nobles que la naissance seule n'étoit point un titre suffisant pour obtenir les dignités militaires, & à tous ses sujets que le mérite seul en étoit un. Les bas emplois par où il passoit, la vie dure qu'il y essuyoit, lui donnoient un droit d'en exiger autant plus fort, que celui même qu'il tenoit de son autorité despotique.

A cette premiere compagnie de 50 hommes, il en joignit de nouvelles, toûjours commandées par des Etrangers, toûjours disciplinées à la maniere d'Allemagne, & il forma enfin un corps considérable. Comme il avoit alors la paix, il faisoit combattre une troupe contre une autre, ou représentoit des siéges de places, il donnoit à ses soldats une expérience qui ne coûtoit point encore de sang, il essayoit leur valeur, & préludoit à des victoires.

Les Strelitz regardoient tout cela comme un amusement d'un jeune Prince, & se divertissoient eux-mêmes des nouveaux spectacles qu'on leur donnoit. Ce jeu cependant les intéressoit plus qu'ils ne pensoient. Le Czar qui les voyoit trop puissans, & d'ailleurs uniquement attachés à la Princesse Sophie, cachoit dans le fond de son cœur un dessein formé de les abattre, & il vouloit s'assûrer de troupes & mieux instruites & plus fidelles.

En même tems il suivoit une autre vûe aussi grande, & encore plus difficile. Une Chaloupe Hollandoise, qu'il avoit trouvée sur un Lac d'une de ses maisons de plaisance, où elle demeuroit abandonnée & inutile, l'avoit frappé, & ses pensées s'étoient élevées jusqu'à un projet de Marine, quelque hardi qu'il dût paroître, & qu'il lui parût peut-être à lui-même.

Il fit d'abord construire à Moscou de petits Bâtimens par des Hollandois, ensuite quatre Fregates de 4 piéces de canon sur le Lac de Pereslave. Déja il leur avoit appris à se battre les unes contre les autres. Deux campagnes de suite il partit d'Arkangel sur des vaisseaux Hollandois ou Anglois, pour s'instruire par lui-même de toutes les opérations de la Mer.

Au commencement de 1696 le Czar Jean mourut, & Pierre, seul maître de l'Empire, se vit en état d'exécuter ce qu'il n'eût pû avec une autorité partagée. L'ouverture de son nouveau regne fut le siége d'Azof sur les Turcs. Il ne le prit qu'en 1697, après avoir fait venir des Vénitiens pour construire sur le Don des Galeres qui en fermassent l'embouchure, & empêchassent les Turcs de secourir la Place.

Il connut par là mieux que jamais l'importance d'une Marine, mais il ſentit auſſi l'extrême incommodité de n'avoir des vaiſſeaux que des Etrangers, ou de n'en conſtruire que par leurs mains. Il voulut s'en délivrer, & comme ce qu'il méditoit étoit trop nouveau pour être ſeulement mis en déliberation, & que l'exécution de ſes vûes, confiées à tout autre que lui, étoit plus qu'incertaine, ou du moins très-lente, il prit entiérement ſur lui une démarche hardie, biſarre en apparence, & qui, ſi elle manquoit de ſuccès, nepouvoit être juſtifiée qu'auprès du petit nombre de ceux qui reconnoiſſent le grand par-tout où il ſe trouve. En 1698. n'ayant encore régné ſeul que près de deux ans, il envoya en Hollande une Ambaſſade dont les chefs étoient Mr. le Fort, Genevois, qu'il honoroit d'une grande faveur, & le Comte Golowin grand Chancelier, & il ſe mit dans leur ſuite *incognito*, pour aller apprendre lui-même la conſtruction des Vaiſſeaux.

Il entra à Amſterdam dans la maiſon de l'Amirauté des Indes, & ſe fit inſcrire dans le rolle des Charpentiers ſous le nom de Pierre Michaëlof, & non de Pierre Michaelowits, qu'il eût dû prendre par rapport à ſon grand-pere : car dans la langue Ruſſienne cette différence de terminaiſon marque un homme du peuple, ou un homme de condition, & il ne vouloit pas qu'il reſtât aucune trace de ſa ſuprême dignité. Il l'avoit entierement oubliée, ou plutôt il ne s'en étoit jamais ſi bien ſouvenu, ſi elle conſiſte plus dans des fonctions utiles aux peuples, que dans la pompe & l'éclat qui l'accompagne. Il travailloit dans le chantier avec plus d'aſſiduité, & plus d'ardeur que ſes compagnons, qui n'avoient pas des motifs comparables aux ſiens ; tout le monde connoiſſoit le Czar, & on ſe le montroit les uns aux autres avec un reſpect, que s'attiroit moins ce qu'il étoit, que ce qu'il étoit venu faire. Guillaume III. Roi d'Angleterre, qui ſe trouvoit alors en Hollande, & qui ſe connoiſſoit en mérite perſonnel, eut pour lui toute la conſidération réelle, qui lui étoit dûe. *L'Incognito* ne retrancha que la fauſſe & l'apparente.

Avant que de partir de ses Etats, il avoit envoyé les principaux Seigneurs Moscovites voyager en différents endroits de l'Europe, leur marquant à chacun, selon les dispositions qu'il leur connoissoit, ce qu'ils devoient particulierement étudier : il avoit songé aussi à prévenir par la dispersion des Grands les périls de son absence. Quelques-uns obéirent de mauvaise grace, & il y en eut un qui demeura 4 ans enfermé chez lui à Venise, pour en sortir avec la satisfaction de n'avoir rien vû, ni rien appris. Mais en général l'expédient du Czar réussit, les Seigneurs s'instruisirent dans les pays étrangers, & l'Europe fut pour eux un spectacle tout nouveau, dont ils profiterent.

Le Czar voyant en Hollande que la construction des vaisseaux ne se faisoit que par pratique, & par une tradition d'ouvriers, & ayant appris qu'elle se faisoit en Angleterre sur des Plans, où toutes les proportions étoient exactement marquées, jugea cette maniere préférable, & passa en Angleterre. Le Roi Guillaume l'y reçut encore, & pour lui faire un présent, selon son goût, & qui fût un modele de l'art qu'il venoit étudier, il lui donna un Yacht magnifique.

D'Angleterre le Czar repassa en Hollande, pour retourner dans ses Etats par l'Allemagne, remportant avec lui la Science de la construction des vaisseaux acquise en moins de deux ans, parce qu'il l'avoit acquise par lui-même & achetée courageusement par une espece d'abdication de la dignité Royale, prix qui auroit paru exorbitant à tout autre Souverain.

Il fut rappellé brusquement de Vienne par la nouvelle de la révolte de 40000 Strelitz. Arrivé à Moscou à la fin de 1699, il les cassa tous sans hésiter, plus sûr du respect qu'ils auroient pour sa hardiesse, que de celui qu'ils devoient à ses ordres. Dès l'année 1700. il eut remis sur pied 30000 hommes d'Infanterie réglée, dont faisoient partie les troupes qu'il avoit eu déja la prévoyance de former, & de s'attacher particulierement.

Alors se déclara dans toute son étendue le vaste projet qu'il avoit conçû. Tout étoit à faire en Moscovie, & rien à perfectionner. Il s'agissoit de créer une Nation nouvelle, &, ce qui tient encore de la création, il falloit agir seul, sans secours, sans instrumens. L'aveugle politique de ses Prédécesseurs avoit presque entierement détaché la Moscovie du reste du monde; le commerce y étoit ou ignoré, ou négligé au dernier point, & cependant toutes les richesses, & même celles de l'esprit, dépendent du commerce. Le Czar ouvrit ses grands Etats jusques-là fermés; après avoir envoyé ses principaux sujets chercher des connoissances & des lumieres chez les Etrangers, il attira chez lui tout ce qu'il put d'Etrangers capables d'en apporter à ses sujets, Officiers de Terre & de Mer, Matelots, Ingénieurs, Mathématiciens, Architectes, gens habiles dans la découverte des mines & dans le travail des métaux, Médecins, Chirurgiens, Artisans de toutes les especes.

Toutes ces nouveautés cependant, aisées à décrier par le seul nom de nouveautés, faisoient beaucoup de mécontens, & l'autorité despotique, alors si légitimement employée, n'étoit qu'à peine assez puissante. Le Czar avoit affaire à un peuple dur, indocile, devenu paresseux par le peu de fruit de ses travaux, accoûtumé à des châtimens cruels, & souvent injustes, détaché de l'amour de la vie par une affreuse misere, persuadé par une longue expérience qu'on ne pouvoit travailler à son bonheur, insensible à ce bonheur inconnu. Les changemens les plus indifférens, & les plus légers, tels que celui des anciens habits, ou le retranchement des longues barbes, trouvoient une opposition opiniâtre, & suffisoient quelquesfois pour causer des séditions. Aussi pour plier la Nation à des nouveautés utiles, fallut-il porter la vigueur au-delà de celle qui eût sufi avec un peuple plus doux & plus traitable, & le Czar y étoit d'autant plus obligé, que les Moscovites ne connoissoient la grandeur & la supériorité que par le pouvoir de faire du mal, & qu'un Maître indulgent & facile ne leur eût pas paru un grand Prince & à peine un Maître.

En

En 1700 le Czar, soûtenu de l'alliance d'Auguste roi de Pologne, entra en guerre avec Charles XII. roi de Suede, le plus redoutable rival de gloire qu'il pût jamais avoir. Charles étoit un jeune Prince, non pas seulement ennemi de toute mollesse, mais amoureux des plus violentes fatigues, & de la vie la plus dure, recherchant les périls par goût & par volupté, invinciblement opiniâtre dans les extrémités où son courage le portoit; enfin, c'étoit Alexandre, s'il eût eu des vices & plus de fortune. On prétend que le Czar & lui étoient encore fortifiés par l'erreur spéculative d'une prédestination absolue.

Il s'en falloit beaucoup que l'égalité qui pouvoit être entre les deux Souverains ennemis, ne se trouvât entre les deux Nations. Des Moscovites qui n'avoient encore qu'une légere teinture de discipline, nulle ancienne habitude de valeur, nulle réputation qu'ils craignissent de perdre, & qui leur enflât le courage, alloient trouver des Suédois exactement disciplinés depuis long-tems, accoûtumés à combattre sous une longue suite de Rois guerriers leurs Généraux, animés par le seul souvenir de leur histoire. Aussi le Czar disoit-il en commençant cette guerre : *Je sçai bien que mes troupes seront long-tems battues, mais cela même leur apprendra enfin à vaincre.* Il s'armoit d'une patience plus héroïque que la valeur même, & sacrifioit l'intérêt de sa gloire à celui qu'avoient ses peuples de s'aguerrir.

Cependant après que les mauvais succès des premiers commencemens eurent été essuyés, il remporta quelques avantages assez considérables, & la fortune varia, ce qui honoroit déja assez ses armes. On put espérer de se mesurer bientôt avec les Suédois sans inégalité, tant les Moscovites se formoient rapidement. Au bout de quatre ans le Czar avoit déja fait d'assez grands progrès dans la Livonie & dans l'Ingrie, provinces dépendantes de la Suede, pour être en état de songer à bâtir une place, dont le port situé sur la mer Baltique, pût contenir une flotte, & il commença en effet le fameux Petersbourg en 1704. Jamais tous les efforts des

Suédois n'ont pû l'en chasser, & il a rendu Petersbourg une des meilleures forteresses de l'Europe.

Selon la loi qu'il s'étoit prescrite à lui-même, de n'avancer dans les dignités de la guerre qu'autant qu'il le méritoit, il devoit être avancé. A Grodno en Lithuanie, où se trouvoient le roi de Pologne, & les principaux Seigneurs de ce Royaume, il pria ce Prince de prendre le commandement de son armée, & quelques jours après il lui fit proposer en public par le Général Moscovite Ogilvi, de remplir deux places de Colonel vacante. Le Roi Auguste répondit qu'il ne connoissoit pas encore assez les Officiers Moscovites, & lui dit de lui en nommer quelques-uns des plus dignes de ces emplois. Ogilvi lui nomma le Prince Alexandre Menzicou, le Lieutenant-Colonel Pierre Alexiowits, c'est-à-dire le Czar. Le Roi dit qu'il connoissoit le mérite de Menzicou, & qu'il lui feroit incessamment expédier le brevet, mais que pour l'autre, il n'étoit pas assez informé de ses services. On sollicita pendant cinq ou six jours pour Pierre Alexiowits, & enfin le Roi le fit Colonel. Si c'étoit là une espece de comédie, du moins elle étoit instructive, & méritoit d'être joüée devant tous les Rois.

Après de grands désavantages qu'il eut contre les Suédois depuis 1704, enfin il remporta sur eux en 1709, devant Pultava, une victoire complette ; il s'y montra aussi grand Capitaine, que brave soldat, & il fit sentir à ses ennemis combien ses troupes s'étoient instruites avec eux. Une grande partie de l'armée Suédoise fut prisonniere de guerre, & on vit un Héros, tel que le roi de Suede fugitif sur les terres de Turquie, & ensuite presque captif à Bender. Le Czar se crut digne alors de monter au grade de Lieutenant-Général.

Il faisoit manger à sa table les Généraux Suédois prisonniers, & un jour qu'il but à la santé de ses maîtres dans l'art de la guerre, le Comte de Rhinschild, l'un des plus illustres d'entre ces prisonniers, lui demanda qui étoient ceux à qui il donnoit un si beau titre. *Vous*, dit-il, *Messieurs les Généraux.*

V. M. eſt donc bien ingrate, répliqua le Comte, *d'avoir ſi maltraité ſes Maîtres*. Le Czar, pour réparer en quelque façon cette glorieuſe ingratitude, fit rendre auſſi-tôt une épée à chacun d'eux. Il les traita toûjours comme auroit fait leur Roi, qu'ils auroient rendu victorieux.

Il ne pouvoit manquer de profiter du malheur & de l'éloignement du roi de Suede. Il acheva de conquérir la Livonie & l'Ingrie, & y joignit la Finlande, & une partie de la Poméranie Suédoiſe. Il fut plus en état que jamais de donner ſes ſoins à ſon Petersbourg naiſſant. Il ordonna aux Seigneurs d'y venir bâtir, & le peupla tant des anciens artiſans de Moſcovie, que de ceux qu'il raſſembloit de toutes parts.

Il fit conſtruire des galeres inconnues juſques-là dans ces mers, pour aller ſur les côtes de Suede & de Finlande, pleines de rochers, & inacceſſibles aux bâtimens de haut bord. Il acheta des vaiſſeaux d'Angleterre, & fit travailler ſans relâche à en bâtir encore. Il parvint enfin à en bâtir un de 90 piéces de canon, où il eut le ſenſible plaiſir de n'avoir travaillé qu'avec des ouvriers Moſcovites. Ce grand navire fut lancé en mer en 1718, au milieu des acclamations de tout un peuple, & avec une pompe digne du principal Charpentier.

La défaite des Suédois à Pultava lui produiſit, par rapport à l'établiſſement des Arts, un avantage que certainement il n'attendoit pas lui-même. Près de 3000 Officiers Suédois furent diſperſés dans tous ſes Etats, & principalement en Siberie, vaſte pays, qui s'étend juſqu'aux confins de la Chine, & deſtiné à la punition des Moſcovites exilés. Ces priſonniers qui manquoient de ſubſiſtance, & voyoient leur retour éloigné & incertain, ſe mirent preſque tous à exercer les différens métiers, dont ils pouvoient avoir quelque connoiſſance, & la néceſſité les y rendit promptement aſſez habiles. Il y eut parmi eux juſqu'à des Maîtres de langues & de mathématiques. Ils devinrent une eſpece de Colonie, qui civiliſa les anciens habitans, & tel art, qui quoiqu'établi à Moſcou,

ou à Petersbourg eût pû être long-tems à pénétrer en Siberie, s'y trouva porté tout d'un coup.

L'histoire doit avoüer les fautes des grands hommes, ils en ont eux-mêmes donné l'exemple. Les Turcs ayant rompu la treve qu'ils avoient avec le Czar, il se laissa enfermer en 1712 par leur armée sur les bords de la riviere de Pruth, dans un poste où il étoit perdu sans ressource. Au milieu de la consternation générale de son armée, la Czarine Cathérine, qui avoit voulu le suivre, osa seule imaginer un expédient; elle envoya négocier avec le grand Visir, en lui laissant entrevoir une grosse somme d'argent; il se laissa tenter, & la prudence du Czar acheva le reste. En mémoire de cet évenement, il voulut que la Czarine instituât l'Ordre de sainte Catherine, dont elle seroit Chef, & où il n'entreroit que des femmes. Il éprouva toute la douceur que l'on goûte, non seulement à devoir beaucoup à ce qu'on aime, mais encore à en faire un aveu éclatant, & qui lui soit glorieux.

Le roi de Suede étant sorti enfin des Etats du Turc en 1713. après les actions qu'il fit à Bender, & qu'un Roman n'auroit osé feindre, le Czar se retrouva ce formidable ennemi en tête : mais il étoit fortifié de l'alliance du roi de Dannemarck. Il porta la guerre dans le Duché de Holstein allié de la Suede, & en même tems il y porta ses observations continuelles, & ses études politiques. Il faisoit prendre par des Ingénieurs le plan de chaque ville, & les desseins des différens moulins & des machines qu'il n'avoit pas encore; il s'informoit de toutes les particularités du labourage, & des métiers, & par-tout il engageoit d'habiles artisans qu'il envoyoit chez lui. A Gottorp, dont le roi de Dannemarck étoit alors maître, il vit un grand globe céleste en dedans, & terrestre en dehors, fait sur un dessein de Ticho-Brahé. Douze personnes peuvent s'asseoir dedans autour d'une table, & y faire des observations célestes, en faisant tourner cet énorme globe. La curiosité du Czar en fut frappée, il le demanda au roi de Dannemarck, & fit venir

exprès de Petersbourg une frégate qui l'y porta. Des Aſtronomes le placerent dans une grande maiſon bâtie pour cet uſage.

La Moſcovie vit en 1714 un ſpectacle tout nouveau, & que le Czar étoit peut-être ſurpris de lui donner ſi-tôt, un triomphe pour une victoire navale remportée ſur les Suédois à Gango vers les côtes de Finlande. La flotte Moſcovite entra dans le port de Petersbourg, avec les vaiſſeaux ennemis qu'elle amenoit, & le Contre-Amiral Suédois Ockrenskield priſonnier, chargé de ſept bleſſures. Les troupes débarquées paſſerent avec pompe ſous un arc de triomphe qu'on avoit élevé, & le Czar qui avoit combattu en perſonne, & qui étoit le vrai triomphateur, moins par ſa qualité de Souverain, que par celle de premier Inſtituteur de la marine, ne parut dans cette marche qu'à ſon rang de Contre-Amiral, dont il avoit alors le titre. Il alla à la citadelle, où le Vice-Czar Romanodofski aſſis ſur un thrône, au milieu d'un grand nombre de Sénateurs, le fit appeller, reçut de ſa main une rélation du combat, & après l'avoir aſſez long-tems interrogé, l'éleva, par l'avis du Conſeil, à la dignité de Vice-Amiral. Ce Prince n'avoit pas beſoin de l'eſclave des triomphateurs Romains, il ſçavoit aſſez lui ſeul preſcrire de la modeſtie à ſon triomphe.

Il y joignit encore beaucoup de douceur & de généroſité en traitant le Contre-Amiral Suédois Ockrenskield comme il avoit fait auparavant le Général Rinſchild. Il n'y a que la vraie valeur qui aime à ſe retrouver dans un ennemi, & qui s'y reſpecte.

Nous ſupprimerons déſormais preſque tout ce qui appartient à la guerre. Tous les obſtacles ſont ſurmontés, & d'aſſez beaux commencemens établis.

Le Czar en 1716 alla avec la Czarine voir le roi de Dannemarck à Copenhague, & y paſſa trois mois. Là il viſita tous les Colléges, toutes les Académies, & vit tous les Sçavans. Il lui étoit indifférent de les faire venir chez lui, ou d'aller chez eux. Tous les jours il alloit dans une

chaloupe avec deux Ingénieurs côtoyer les deux royaumes de Dannemarck & de Suede, pour mesurer toutes les sinuosités, sonder tous les fonds, & porter ensuite le tout sur des cartes si exactes, que le moindre banc de sable ne leur a pas échappé. Il falloit qu'il fût bien respecté de ses Alliés pour n'être pas traversé par eux-mêmes dans ce grand soin de s'instruire si particulierement.

Ils lui donnerent encore une marque de considération plus éclatante. L'Angleterre étoit son alliée aussi bien que le Dannemarck, & ces deux Puissances ayant joint leurs flottes à la sienne, lui déférerent le commandement en chef. Les Nations les plus expérimentées sur la mer vouloient bien déja obéir au premier de tous les Russes qui eût connu la mer.

De Dannemarck il alla à Hambourg, de Hambourg à Hanovre, & à Volfembutel, toûjours observant, & de-là en Hollande, où il laissa la Czarine, & vint en France en 1717. Il n'avoit plus rien d'essentiel à apprendre, ni à transporter chez lui : mais il lui restoit à voir la France, un pays où les connoissances ont été portées aussi loin, & les agrémens de la société plus loin que par-tout ailleurs : seulement est-il à craindre que l'on n'y prenne à la fin un bisarre mépris du bon devenu trop familier.

Le Czar fut fort touché de la personne du Roi encore enfant. On le vit qui traversoit avec lui les appartemens du Louvre, le conduisant par la main, & le prenant presque entre ses bras pour le garantir de la foule, aussi occupé de ce soin & d'une maniere aussi tendre que son propre Gouverneur.

Le 19 Juin 1717 il fit l'honneur à l'Académie des Sciences d'y venir. Elle se para de ce qu'elle avoit de plus nouveau & de plus curieux en fait d'expériences ou de machines. Dès qu'il fut retourné dans ses Etats, il fit écrire à Mr. l'Abbé Bignon par Mr. Areskins Ecossois, son premier médecin, qu'il vouloit bien être membre de cette Compagnie, & quand elle lui en eut rendu graces avec tout le respect &

toute la reconnoiſſance qu'elle devoit, il lui en écrivit lui-même une lettre, qu'on n'oſe appeller une lettre de remerciment, quoiqu'elle vint d'un Souverain, qui s'étoit accoûtumé depuis long-tems à être homme. Tout cela eſt imprimé dans l'Hiſtoire de 1720, * & tout glorieux qu'il eſt à l'Académie, nous ne le répeterons pas. On étoit ici fort régulier à lui envoyer chaque année le volume qui lui étoit dû en qualité d'Académicien, & il le recevoit avec plaiſir de la part de ſes Confreres. Les ſciences en faveur deſquelles il s'abaiſſoit au rang de ſimple particulier, doivent l'élever en récompenſe au rang des Auguſtes & des Charlemagnes, qui leur ont accordé auſſi leur familiarité. * p. 125.

Pour porter la puiſſance d'un Etat auſſi loin qu'elle puiſſe aller, il faudroit que le Maître étudiât ſon pays, preſque en Géographe & en Phyſicien, qu'il en connût parfaitement tous les avantages naturels, & qu'il eût l'art de les faire valoir. Le Czar travailla ſans relâche à acquérir cette connoiſſance, & à pratiquer cet art. Il ne s'en fioit point à des Miniſtres peu accoûtumés à rechercher ſi ſoigneuſement le bien public, il n'en croyoit que ſes yeux, & des voyages de 3 ou 400 lieues ne lui coûtoient rien, pour s'inſtruire par lui-même. Il les faiſoit accompagné ſeulement de trois ou quatre perſonnes, & avec cette intrépidité, qui ſuffit ſeule pour éloigner les périls. Auſſi le Czar poſſédoit-il ſi exactement la carte de ſon vaſte Empire, qu'il conçut ſans crainte de ſe tromper les grands projets qu'il pouvoit fonder, tant ſur la ſituation en général, que ſur les détails particuliers des pays.

Comme tous les méridiens ſe raſſemblent ſous le Pole en un ſeul point, les François & les Chinois, par exemple, ſe trouveroient voiſins du côté du ſeptentrion, ſi leurs Royaumes s'étendoient beaucoup davantage de ce côté-là. Ainſi la ſituation fort ſeptentrionale de l'Empire Moſcovite jointe à ſa grande étendue, fait que par ſes parties méridionales il touche aux parties ſeptentrionales de grands Etats fort éloignés les uns des autres vers le Midi. Il eſt le voiſin d'une grande partie de l'Europe & de toute l'Aſie; il a d'ailleurs

de grandes rivieres, qui tombent en différentes mers, la Duvine dans la mer Blanche, partie de l'Océan ; le Don dans la mer Noire, partie de la Méditerranée ; le Volga dans la mer Caſpienne. Le Czar comprit que ces rivieres, juſque-là preſque inutiles, réuniroient chez lui tout ce qu'il y a de plus ſéparé, s'il les faiſoit communiquer entr'elles, ſoit par de moindres rivieres qui s'y jettent, ſoit par des canaux qu'il tireroit. Il entreprit ces grands travaux, fit faire tous les nivellemens néceſſaires, choiſit lui-même les lieux où les canaux devoient être creuſés, & régla le nombre des écluſes.

La jonction de la riviere de Volkoua, qui paſſe à Peterſbourg, avec la Volga, eſt préſentement finie, & l'on fait par eau à travers toute la Ruſſie un chemin de plus de 800 lieues, depuis Petersbourg juſqu'à la mer Caſpienne, ou en Perſe. Le Czar envoya à l'Académie le plan de cette grande communication, où il avoit tant de part comme Ingénieur ; il ſemble qu'il voulût faire ſes preuves d'Académicien.

Il y a encore un autre canal fini qui joint le Don avec le Volga. Mais les Turcs ayant repris la ville d'Aſof, ſituée à l'embouchure du Don, la grande utilité de ce canal attend une nouvelle conquête.

Vers l'Orient la domination du Czar s'étend dans un eſpace de plus de 1500 lieues juſqu'aux frontieres de la Chine, & au voiſinage des mers du Japon. Les caravanes Moſcovites, qui alloient trafiquer à la Chine, mettoient une année entiere à leur voyage. C'étoit là une ample matiere à exercer un génie tel que le ſien, car ce long chemin pouvoit être & abrégé & facilité, ſoit par des communications de rivieres, ſoit par d'autres travaux, ſoit par des traités avec des Princes Tartares, qui auroient donné paſſage dans leurs pays. Le voyage pouvoit n'être que de quatre mois. Selon ſon deſſein, tout doit aboutir à Petersbourg, qui par ſa ſituation ſeroit un entrepôt du monde. Cette ville, à qui il avoit donné la naiſſance & ſon nom, étoit pour lui ce qu'étoit Alexandrie pour Alexandre ſon fondateur, & comme

Alexandrie

Alexandrie ſe trouva ſi heureuſement ſituée, qu'elle changea la face du commerce d'alors, & en devint la capitale à la place de Tyr, de même Petersbourg changeroit les routes d'aujourd'hui, & deviendroit le centre d'un des plus grands commerces de l'Univers.

Le Czar porta encore ſes vûes plus loin. Il voulut ſçavoir quelle étoit ſa ſituation à l'égard de l'Amérique, ſi elle tient à la Tartarie, ou ſi la mer du Septentrion donnoit un paſſage dans ce grand Continent, ce qui lui auroit encore ouvert le nouveau Monde. De deux vaiſſeaux qui partirent d'Arkangel pour cette découverte, juſqu'à préſent impoſſible, l'un fut arrêté par les glaces, & on n'a point eu de nouvelles de l'autre, qui apparemment a péri. Au commencement de cette année il a encore donné ordre à un habile Capitaine de marine d'en conſtruire deux autres pour le même deſſein, il falloit que dans de pareilles entrepriſes l'opiniâtreté de ſon courage ſe communiquât à ceux qu'il employoit.

La révolution arrivée en Perſe par la révolte de Mahmoud attira de ce côté-là les armes du Czar & du Grand-Seigneur. Le Czar s'empara de la ville de Derbent ſur la côte occidentale de la mer Caſpienne, & de tout ce qui lui convenoit, par rapport au projet d'étendre le commerce de Moſcovie, il fit lever un plan de cette mer, & grace à ce Conquérant Académicien, on en connut enfin la véritable figure, fort différente de celles qu'on lui donnoit communément. L'Académie reçut auſſi du Czar une carte de ſa nouvelle mer Caſpienne.

La Moſcovie avoit beaucoup de mines, mais ou inconnues, ou négligées par l'ancienne pareſſe & le découragement général de la Nation. Il n'étoit pas poſſible qu'elles échappaſſent à la vive attention que le Souverain portoit ſur tout. Il fit venir d'Allemagne des gens habiles dans la ſcience des métaux, & mit en valeur tous ces tréſors enfouis; il lui vint de la poudre d'or des bords de la mer Caſpienne, & du fond de la Siberie; on dit qu'une livre de cette derniere poudre rendoit 14 onces d'or pur. Du moins le fer beaucoup

plus nécessaire que l'or, devint commun en Moscovie, & avec lui tous les Arts qui le préparent ou qui l'employent.

On ne peut que parcourir les différens établissemens que lui doit la Moscovie, & seulement les principaux.

Une Infanterie de cent mille hommes, aussi belle & aussi aguerrie qu'il y en ait en Europe, dont une assez grande partie des Officiers sont déja Moscovites; on convient que la Cavalerie n'est pas si bonne, faute de bons chevaux.

Une Marine de 40 vaisseaux de ligne, & de 200 galeres.

Des fortifications selon les dernieres regles à toutes les places qui en méritent.

Une excellente Police dans les grandes villes, qui auparavant étoient aussi dangereuses pendant la nuit que les bois les plus écartés.

Une Académie de Marine & de Navigation, où toutes les familles nobles sont obligées d'envoyer quelques-uns de leurs enfans.

Des Colléges à Moscou, à Petersbourg & à Kiof pour les Langues, les Belles Lettres, & les Mathématiques; de petites Ecoles dans les villages, où les enfans des paysans apprennent à lire & à écrire.

Un Collége de Médecine, & une belle Apoticairerie publique à Moscou, qui fournit de remedes les grandes villes & les armées; jusques-là il n'y avoit eu dans tout l'Empire aucun Médecin que pour le Czar, nul Apoticaire.

Des leçons publiques d'anatomie, dont le nom n'étoit seulement pas connu, & ce qu'on peut compter pour une excellente leçon toûjours subsistante, le Cabinet du fameux M. Ruisch acheté par le Czar, où sont rassemblées tant de dissections si fines, si instructives & si rares.

Un Observatoire, où des Astronomes ne s'occupent pas seulement à étudier le Ciel, mais où l'on renferme toutes les curiosités d'Histoire naturelle, qui apparemment donneront naissance à un long & ingénieux travail de recherches physiques.

Un Jardin des plantes, où des Botaniſtes qu'il a appellés, raſſembleront avec notre Europe connue, tout le Nord inconnu de l'Europe, celui de l'Aſie, la Perſe & la Chine.

Des Imprimeries, dont il a changé les anciens caracteres trop barbares, & preſque indéchiffrables à cauſe des fréquentes abbréviations; d'ailleurs des livres ſi difficiles à lire étoient plus rares qu'aucune marchandiſe étrangere.

Des Interprétes pour toutes les Langues des Etats de l'Europe, & de plus pour la Latine, pour la Grecque, pour la Turque, pour la Calmouque, pour la Mongule & pour la Chinoiſe, marque de la grande étendue de cet Empire, & peut-être préſage d'une plus grande.

Une Bibliotheque Royale, formée de trois grandes Bibliotheques, qu'il avoit achetées en Angleterre, en Holſtein & en Allemagne.

Après avoir donné à ſon ouvrage des fondemens ſolides & néceſſaires, il y ajoûta ce qui n'eſt que de parure & d'ornement. Il changea l'ancienne architecture groſſiere & difforme au dernier point, ou plutôt il fit naître chez lui l'architecture. On vit s'élever un grand nombre de Maiſons régulieres & commodes, quelques Palais, des Bâtimens publics, & ſur-tout une Amirauté qu'il n'a fait auſſi ſuperbe, & auſſi magnifique, que parce que ce n'eſt pas un Edifice deſtiné à une ſimple oſtentation de magnificence. Il a fait venir d'Italie & de France beaucoup de tableaux qui apprennent ce que c'eſt que la peinture à des gens qui ne la connoiſſoient que par de très-mauvaiſes repréſentations de leurs Saints. Il envoyoit à Gennes & à Livourne des vaiſſeaux chargés de marchandiſes, qui lui rapportoient du marbre & des ſtatues. Le Pape Clément XI. touché de ſon goût, lui donna une Antique, qu'il fit venir par terre à Petersbourg, de peur de la riſquer ſur mer. Il a même fait un Cabinet de médailles, curioſité qui n'eſt pas ancienne en ces pays-ci. Il aura eu l'avantage de prendre tout dans l'état où l'ont mis juſqu'à préſent les Nations les plus ſçavantes & les plus polies, & elles lui auront épargné cette ſuite ſi

lente de progrès qu'elles ont eue à essuyer; bien-tôt elles verront la nation Russienne arriver à leur niveau, & y arriver d'autant plus glorieusement, qu'elle sera partie de plus loin.

Les vûes du Czar embrassoient si généralement tout, qu'il lui passa dans l'esprit de faire voyager dans quelques villes principales d'Allemagne les jeunes Demoiselles Moscovites, afin qu'elles prissent une politesse & des manieres dont la privation les défiguroit entierement. Il avoit vû ailleurs combien l'art des agrémens aide à la nature à faire des personnes aimables, & combien même il en fait sans elle. Mais les inconveniens de ces voyages se présenterent bien vîte, il fallut y renoncer, & attendre que les hommes devenus polis, fussent en état de polir les femmes; elles surpasseront bien tôt leurs maîtres.

Le changement général comprit aussi la religion, qui à peine méritoit le nom de religion Chrétienne. Les Moscovites observoient plusieurs carêmes comme tous les Grecs, & ces jeûnes, pourvû qu'ils fussent très-rigoureusement gardés, leur tenoient lieu de tout. Le culte des Saints avoit dégénéré en une superstition honteuse, chacun avoit le sien dans sa maison pour en avoir la protection particuliere, & on prêtoit à son ami le Saint domestique dont on s'étoit bien trouvé; les miracles ne dépendoient que de la volonté & de l'avarice des Prêtres. Les Pasteurs qui ne sçavoient rien, n'enseignoient rien à leurs peuples, & la corruption des mœurs, qui peut se maintenir jusqu'à un certain point malgré l'instruction, étoient infiniment favorisée & accrue par l'ignorance. Le Czar osa entreprendre la réforme de tant d'abus, sa politique même y étoit intéressée. Les jeûnes, par exemple, si fréquens & si rigoureux incommodoient trop les troupes, & les rendoient souvent incapables d'agir. Ses prédécesseurs s'étoient soustraits à l'obéissance du Patriarche de Constantinople & s'en étoient fait un particulier. Il abolit cette dignité, quoiqu'assez dépendante de lui, & par là se trouva plus maître de son Eglise. Il fit divers réglemens Ecclésiastiques sages &

utiles, & ce qui n'arrive pas toûjours, tint la main à l'exécution. On prêche aujourd'hui en Moscovite dans Petersbourg, ce nouveau prodige suppléera ici pour les autres. Le Czar osa encore plus, il retrancha aux Eglises & aux Monasteres trop riches l'excès de leurs biens, & l'appliqua à son Domaine. On ne sçauroit loüer que sa politique, & non pas son zele de religion, quoique la religion bien épurée pût se consoler de ce retranchement. Il a aussi établi une pleine liberté de conscience dans ses Etats, article dont le pour & le contre peut être soûtenu en général, & par la politique, & par la religion.

Il n'avoit que 53 ans, lorsqu'il mourut le 28e Janvier 1725, d'une retention d'urine, causée par un abscès dans le col de la vessie. Il souffrit d'extrèmes douleurs pendant douze jours, & ne se mit au lit que dans les trois derniers. Il quitta la vie avec tout le courage d'un héros, & toute la piété d'un Chrétien. Comme il avoit déclaré par Edit trois ans auparavant qu'il étoit maître de disposer de sa succession, il la laissa à la Czarine sa veuve, qui fut reconnue par tous les Ordres de l'Etat souveraine Impératrice de Russie. Il avoit toûjours eu pour elle une vive passion, qu'elle avoit justifiée par un mérite rare, par une intelligence capable d'entrer dans toutes ses vûes & de les seconder, par une intrépidité presque égale à la sienne, par une inclination bienfaisante, qui ne demandoit qu'à connoître des malheureux pour les soulager.

La domination de l'Imperatrice Catherine est encore affermie par la profonde vénération que tous les sujets du Czar avoient conçue pour lui. Ils ont honoré sa mort de larmes sinceres, toute sa gloire leur avoit été utile. Si Auguste se vantoit d'avoir trouvé Rome de brique, & de la laisser de marbre, on voit assez combien à cet égard l'Empereur Romain est inférieur à celui de la Russie. On vient de lui frapper des Médailles, où il est appellé Pierre le Grand, & sans doute le nom de Grand lui sera confirmé par le consentement des Etrangers, nécessaire pour ratifier ces titres d'honneur donnés par des sujets à leurs maîtres.

Son caractere est assez connu par tout ce qui a été dit, on ne peut plus qu'y ajoûter quelques particularités des plus remarquables. Il jugeoit indigne de lui toute la pompe & tout le faste qui n'eût fait qu'environner sa personne, & il laissoit au Prince Menzicou représenter par la magnificence du Favori la grandeur du Maître. Il l'avoit chargé des dehors brillans, pour ne se réserver que les fonctions laborieuses. Il les poussoit à tel point, qu'il alloit lui-même aux incendies qui sont en Moscovie très-communs, & font beaucoup de ravages, parce que les maisons y sont ordinairement de bois. Il avoit créé des Officiers obligés à porter du secours, il avoit pris une de ces charges; & pour donner l'exemple il montoit au haut des maisons en feu, quel que fût le péril, & ce que nous admirerions ici dans un Officier subalterne, étoit pratiqué par l'Empereur. Aussi les incendies sont-ils aujourd'hui beaucoup plus promptement éteints. Nous devons toûjours nous souvenir de ne pas prendre pour regle de nos jugemens des mœurs aussi délicates, pour ainsi dire, & aussi adoucies que les nôtres, elles condamneroient trop vîte des mœurs plus fortes & plus vigoureuses. Il n'étoit pas exempt d'une certaine dureté naturelle à toute sa Nation, & à laquelle l'autorité absolue ne remédioit pas. Il s'étoit corrigé des excès du vin, très-ordinaires en Moscovie, & dont les suites peuvent être terribles dans celui à qui on ne resiste jamais. La Czarine sçavoit l'adoucir, s'opposer à propos aux emportemens de sa colere, ou fléchir sa sévérité, & il joüissoit de ce rare bonheur que le dangereux pouvoir de l'amour sur lui, ce pouvoir qui a deshonoré tant de grands hommes, n'étoit employé qu'à le rendre plus grand. Il a publié avec toutes les pieces originales la malheureuse histoire du Prince Alexis son fils, & la confiance avec laquelle il a fait l'Univers juge de sa conduite, prouve assez qu'il ne se reprochoit rien. Des trais éclatans de clémence à l'égard de personnes moins cheres & moins importantes, font voir aussi que sa sévérité pour son fils dût être nécessaire. Il sçavoit parfaitement honorer le mérite, cequi étoit l'unique moyen d'en

faire naître dans ses Etats, & de l'y multiplier. Il ne se contentoit pas d'accorder des bienfaits, de donner des pensions, faveurs indispensables & absolument dûes selon les desseins qu'il avoit formés, il marquoit par d'autres voies une considération plus flatteuse pour les personnes, & quelquefois il la marquoit même en core après la mort. Il fit faire des funérailles magnifiques à M^r. Areskins son premier Médecin, & y assista portant une torche allumée à la main. Il a fait le même honneur à deux Anglois, l'un Contre-Amiral de sa flotte, l'autre Interprete de Langues.

Nous avons dit en 1716.* qu'ayant consulté sur ses grands desseins l'illustre M. Leibnitz, il lui avoit donné un titre d'honneur & une pension considérable, qui alloit chercher dans son cabinet un sçavant Etranger, à qui l'honneur d'avoir été consulté eût suffi. Le Czar a composé lui-même des Traités de Marine, & l'on augmentera de son nom la liste peu nombreuse des Souverains qui ont écrit. Il se divertissoit à travailler au tour; il a envoyé de ses ouvrages à l'Empereur de la Chine, & il a eu la bonté d'en donner un à M^r. d'Onzembrai, dont il jugea le Cabinet digne d'un si grand ornement. Dans les divertissemens qu'il prenoit avec sa Cour, tels que quelques relations nous les ont exposés, on peut trouver des restes de l'ancienne Moscovie, mais il lui suffisoit de se relâcher l'esprit, & il n'avoit pas le tems de mettre beaucoup de soin à raffiner sur les plaisirs. Cet art vient assez-tôt de lui-même après les autres.

* p. 124.

Sa vie ayant été assez courte, ses projets, qui avoient besoin d'une longue suite d'exécution ferme & soûtenue, auroient péri presque en naissant, & tout seroit retombé par son propre poids dans l'ancien cahos, si l'Impératrice Catherine n'avoit succédé à la Couronne. Pleinement instruite de toutes les vûes de Pierre le Grand, elle en a pris le fil, & le suit; c'est toûjours lui qui agit par elle. Il lui avoit particulierement recommandé en mourant de protéger les Etrangers, & de les attirer. M^r. Delisle Astronome de cette Académie, vient de partir pour Petersbourg, engagé par

les graces de l'Impératrice. Mrs. Nicolas & Daniel Bernoulli, fils de Jean, dont le nom ſera immortel dans les Mathématiques, l'ont devancé de quelques mois, & ils ont été devancés auſſi par le célebre M. Herman, dont nous avons de ſi beaux Ouvrages. Quelle Colonie pour Petersbourg! La ſublime Géométrie des Infiniment petits va pénétrer avec ces grands Géometres dans un pays où les élemens d'Euclide étoient abſolument inconnus il y a 25 ans. Nous ne parlerons point des autres Sujets de l'Académie de Peterſbourg; ils ſe feront aſſez connoître, excités & favoriſés comme ils le feront par l'autorité ſouveraine. Le Dannemarck a eu une Reine qu'on a nommée la Semiramis du Nord, il faudra que la Moſcovie trouve quelque nom auſſi glorieux pour ſon Impératrice.



ELOGE

DE M. LITTRE.

ALEXIS LITTRE naquit le 21 Juillet 1658 à Cordes en Albigeois. Son pere Marchand de cette petite ville, eut douze enfans, qui vécurent tous, & il ne fut soulagé d'aucun d'eux par l'Eglise.

Rien ne donne une meilleure éducation qu'une petite fortune, pourvû qu'elle soit aidée de quelque talent. La force de l'inclination, le besoin de parvenir, le peu de secours même, aiguisent le desir & l'industrie, & mettent en œuvre tout ce qui est en nous. M. Littre joignit à ces avantages un caractere très-sérieux, très-appliqué & qui n'avoit rien de jeune que le pouvoir de soûtenir beaucoup de travail. Sans tout cela il n'eût pas subsisté dans ses études qu'il fit à Villefranche en Rouergue chez les P. P. de la Doctrine. Une grande œconomie n'eût pas suffi, il fallut qu'il répétât à d'autres écoliers plus riches, & plus paresseux ce qu'on venoit presque dans l'instant de leur enseigner à tous, & il en tiroit la double utilité de vivre plus commodément, & de sçavoir mieux. La promenade eût été une débauche pour lui; dans les tems où il étoit libre, il suivoit un Medecin chez ses malades, & au retour il s'enfermoit pour écrire les raisonnemens qu'il avoit entendus.

Ses études de Villefranche finies, il se trouva un petit fonds pour aller à Montpellier, où l'attiroit la grande réputation des écoles de Medecine, & il fit si bien qu'il fut encore en état de venir de-là à Paris, il y a plus de 42 ans.

Sa plus forte inclination étoit pour l'Anatomie: mais de toutes les inclinations qui ont une science pour objet, c'est la plus difficile à satisfaire. Les sortes de livres qui seuls enseignent sûrement l'Anatomie, ceux qu'il faut le plus étudier,

ſont rares, & on ne les a pas ſous ſa main en auſſi grand nombre, ni dans les tems qu'on voudroit. Un certain ſentiment confus à la vérité, mais très-fort, & ſi général qu'il peut paſſer pour naturel, fait reſpecter les cadavres humains, & la France n'eſt pas à cet égard autant au-deſſus de la ſuperſtition Chinoiſe, que les Anatomiſtes le deſireroient. Chaque famille veut que ſon mort n'ait plus qu'à joüir de ſes obſeques, & ne ſouffre point qu'il ſoit ſacrifié à l'inſtruction publique, ſeulement permettra-t-elle en quelques occaſions qu'il le ſoit à ſon intérêt particulier. La Police reſtreint extrèmement la permiſſion de diſſéquer des morts, & ceux à qui elle l'accorde pour l'utilité commune en ſont beaucoup plus jaloux que cette utilité ne demanderoit. Quand on n'eſt pas de leur nombre, on ne fait guere de grands progrès en Anatomie qui ne ſoient en quelque ſorte illégitimes, on eſt réduit à frauder les loix, & à ne s'inſtruire que par artifice, par ſurpriſe, à force de larcins toûjours un peu dangereux, & qui ne ſont jamais aſſez fréquens. M. Littre étant à Paris éprouva les inconvéniens de ſon amour pour l'Anatomie. Il eſt vrai qu'il eut un tems aſſez tranquille, grace à la liaiſon qu'il fit avec un Chirurgien de la Salpétriere, qui avoit tous les cadavres de l'Hôpital à ſa diſpoſition. Il s'enferma avec lui pendant l'hyver de 1684, qui heureuſement fut fort long, & fort froid, & ils diſſéquerent enſemble plus de 200 cadavres. Mais le ſçavoir qu'il acquit par là, le grand nombre d'étudians qui coururent à lui, exciterent des envieux, qui le traverſerent. Il ſe réfugia dans le Temple, où de plus grands criminels ſe mettent quelquefois à l'abri des priviléges du lieu, il crut y pouvoir travailler en ſûreté avec la permiſſion de M. le Grand Prieur de Vendoſme : mais un Officier ſubalterne avec qui il n'avoit pas ſongé à prendre les meſures néceſſaires, permit qu'on lui enlevât le thréſor qu'il tenoit caché dans cet aſyle, un cadavre qui l'occupoit alors. Cet enlevement ſe fit avec une pompe inſultante, on triomphoit d'avoir arrêté les progrès d'un jeune homme, qui n'avoit pas droit de devenir ſi habile.

Il essuya encore, en vertu d'une sentence de M. de la Reynie Lieutenant de Police, obtenue par les Chirurgiens, un second affront, si ç'en étoit un, ou du moins une seconde perte aussi douloureuse. Il fut souvent réduit à se rabattre sur les Animaux, & principalement sur les chiens qui sont les plus exposés au scalpel, lorsqu'il n'a rien de mieux à faire.

Malgré ses malheurs, & peut-être par ces malheurs même, sa réputation croissoit, & les écoliers se multiplioient. Ils n'attendoient point de lui les graces du discours, ni une agréable facilité de débiter son sçavoir, mais une exactitude scrupuleuse à démontrer, une extrème timidité à conjecturer, de simples faits bien vûs. De plus ils s'attachoient à lui par la part qu'il leur donnoit à la gloire de ses découvertes, dès qu'ils le méritoient, ou pour avoir heureusement apperçû quelque chose de nouveau, ou pour avoir eû quelque idée singuliere & juste. Ce n'étoit point qu'il affectât de mettre leur vanité dans ses intérêts, il n'étoit pas si fin, ni si adroit, il ne songeoit qu'à leur rendre loyalement ce qui leur étoit dû.

Content de Paris, & de sa fortune, il y avoit plus de 15 ans qu'il n'avoit donné de ses nouvelles à sa famille. Ceux qui l'ont connu, croiront aisément que les affections communes, le sang, le nom n'avoient pas beaucoup de pouvoir sur lui, & qu'il se tenoit isolé de tout sans se faire violence. Ses parens le presserent fort de retourner s'établir à Cordes: mais quelle proposition pour quelqu'un qui pouvoit demeurer à Paris, & qui sur tout avoit aussi peu de besoin de parenté? il continua donc ici sa forme de vie ordinaire; pour s'instruire toûjours de plus en plus il assistoit à toutes les conférences qu'on tenoit sur les matieres qui l'intéressoient, il se trouvoit aux pansemens des Hôpitaux, il suivoit les Medecins dans leurs visites, enfin il fut reçû Docteur Régent de la Faculté de Paris.

L'éloquence lui manquoit absolument, un simple Anatomiste peut s'en passer: mais un Medecin ne le peut guere.

L'un n'a que des faits à découvrir, & à expofer aux yeux, mais l'autre éternellement obligé de conjecturer fur des matieres très-douteufes, l'eft auffi d'appuyer fes conjectures par des raifonnemens affez folides, ou qui du moins raffûrent & flattent l'imagination effrayée; il doit quelquefois parler prefque fans autre but que de parler, car il a le malheur de ne traiter avec les hommes que dans le tems précifément où ils font plus foibles & plus enfans que jamais. Cette puérilité de la maladie regne principalement dans le grand monde, & fur-tout dans une moitié de ce grand monde, qui occupe plus les Medecins, qui fçait mieux les mettre à la mode, & qui a fouvent plus de befoin d'être amufée que guérie; un Medecin peut agir plus raifonnablement avec le peuple. Mais en général, s'il n'a pas le don de la parole, il faut prefque qu'il ait en récompenfe celui des miracles.

Auffi ne fut-ce qu'à force d'habileté que M. Littre réuffit dans cette profeffion, encore ne réuffit-il que parmi ceux qui fe contentoient de l'art de la Medecine dénué de celui du Medecin. Sa vogue ne s'étendit point jufqu'à la Cour, ni jufqu'aux femmes du monde. Son laconifme peu confolant n'étoit d'ailleurs réparé ni par fa figure, ni par fes manieres.

Feu M. du Hamel, qui ne jugeoit pas les hommes par la fuperficie, ayant paffé dans la claffe des Anatomiftes au renouvellement de *1699*, nomma M. Littre Docteur en Medecine pour fon éleve, titre qui fe donnoit alors, & qu'on a eû la délicateffe d'abolir, quoique perfonne ne le dédaignât. On connut bien-tôt M. Littre dans la Compagnie, non par fon empreffement à fe faire connoître, à dire fon fentiment, à combattre celui des autres, à étaler un fçavoir impofant, quoiqu'inutile, mais par fa circonfpection à propofer fes penfées, par fon refpect pour celles d'autrui, par la jufteffe & la précifion des ouvrages qu'il donnoit, par fon filence même.

En 1702 n'étant encore monté qu'au grade d'affocié, il lui paffa par les mains une maladie, où l'on peut dire fans fortir de la plus exacte fimplicité hiftorique, qu'il fit un

Chef-d'œuvre de Chirurgie & de Medecine. * Nous n'en pouvons donner ici qu'une idée très-légere & très-éloignée de ce que demanderoit la justice dûe à M. Littre. La merveille grossiroit infiniment par les détails que nous supprimerons.

* V. les M. de 1702. p. 241. & suiv.

Une femme qui n'avoit nuls signes de grossesse, accablée d'ailleurs d'un grand nombre de différentes incommodités très-cruelles, réduite à un état déplorable, & presque entierement désesperée, jettoit par les selles du pus, du sang, des chairs pourries, des cheveux, & enfin il vint un os, que l'on reconnut sûrement pour être celui du bras d'un fœtus d'environ six mois. Ce fut alors que M. Littre la vit, appellé par la seule curiosité. Il trouva en introduisant son doigt *index* dans l'Anus, qu'à la plus grande distance où ce doigt pût aller, l'intestin *rectum* étoit percé d'un trou, par où sortoient les matieres extraordinaires, que ce trou étoit large d'environ un pouce & demi, & que l'ouverture en étoit alors exactement bouchée en dehors par la tête d'un fœtus, qui y appliquoit sa face; aussi ne sortoit-il plus rien que de naturel. Il conçut qu'un fœtus s'étoit formé dans la trompe ou dans l'ovaire de ce côté-là, qu'il avoit rompu la poche qui le renfermoit, qu'il étoit tombé dans la cavité du ventre, y étoit mort, s'y étoit pourri, qu'un de ses bras dépouillé de chair, & détaché du reste du squelete par la corruption avoit percé l'intestin, & étoit sorti par la plaie. Quelques autres os eussent pû sortir de même, supposé que la mere eût pû vivre, & attendre pendant tout le tems nécessaire, mais les 4 grands os du crane ne pouvoient jamais sortir par une ouverture de beaucoup trop petite. Tout condamnoit donc la mere à la mort, elle ne pouvoit nullement soûtenir une incision au ventre, presque sûrement mortelle pour la personne la plus saine. M. Littre osa imaginer comme possible de faire passer les 4 os du crane par la petite plaie de l'intestin. Il inventa des ciseaux d'une construction nouvelle, car aucun instrument connu de Chirurgie n'étoit convenable. Avec ces ciseaux introduits par le fondement jusqu'à la

plaie de l'inteſtin, il alloit couper le crane en parties aſſez petites pour paſſer par l'ouverture, & il les tiroit avec d'autres ciſeaux qui ne coupoient point, inventés auſſi par lui. On juge bien que cette opération ſe devoit repéter bien des fois, & dans certains intervalles pour ménager les forces preſque éteintes de la malade; que de plus il falloit s'y conduire avec une extrème dextérité pour n'adreſſer qu'au fœtus des inſtrumens tranchans & très-fins qui euſſent pû la bleſſer mortellement. M. Littre diſpoſoit ſur une table les morceaux du crane déja tirés, afin de voir ce qui lui manquoit encore, & ce qui lui reſtoit à faire. Enfin il eut la joie de voir tout heureuſement tiré, ſans que ſa main ſe fût jamais égarée, ni eût porté le moindre coup aux parties de la mere. Cependant il s'en falloit beaucoup que tout ne fût fait: l'inteſtin étoit percé d'une plaie très-conſidérable, par le long ſéjour du fœtus pourri dans la cavité du ventre; ce qui y reſtoit encore de ſes chairs fondues, y avoit produit une corruption capable elle ſeule de cauſer la mort. Il vint à bout de la corruption par des injections qu'il fit encore d'une maniere particuliere; il lava, il nettoya ou plutôt il ranima tout, il referma même la plaie, & la malade qui après avoir été naturellement fort graſſe n'avoit plus que des os abſolument décharnés, reprit juſqu'à ſon premier embonpoint. On a dit même qu'elle étoit redevenue groſſe.

Cette cure couta à M Littre quatre mois de ſoins les plus aſſidus & les plus fatiguans, d'une attention la plus pénible, & d'une patience la plus opiniâtre. Il n'étoit pourtant pas animé par l'eſpoir de la récompenſe: tout le bien de la malade, tout le bien de ſon mari, qui n'étoit qu'un ſimple ouvrier en inſtrumens de Mathématique, n'y auroit pas ſuffi. L'extrème ſingularité du cas avoit piqué ſa curioſité; de plus la confiance que ſa malade avoit priſe en lui, l'attachoit à elle, il croyoit avoir contracté avec elle un engagement indiſpenſable de la ſecourir, parce qu'elle n'eſpéroit qu'en ſon ſecours. Lorſqu'il a raconté toute cette hiſtoire en 1702, il ne s'y eſt donné ſimplement que la

gloire d'avoir marché sans guide, & usé de beaucoup de précautions & de ménagement. Du reste loin de vouloir s'emparer de toute notre admiration, il la tourna lui-même sur les ressources imprévûes de la nature. Un autre auroit bien pû éloigner cette idée, même sans penser trop à l'éloigner.

Il fut choisi pour être Medecin du Châtelet. Le grand agrément de cette place pour lui étoit de lui fournir des accidens rares, & plus d'occasions de disséquer.

Il a toûjours été d'une assiduité exemplaire à l'Académie, fort exact à s'acquitter des travaux qu'il lui devoit, si ce n'est qu'il s'en affranchit les trois ou quatre dernieres années de sa vie, parce qu'il perdoit la vûe de jour en jour: mais il ne se relâcha point sur l'assiduité. Alors il se mit à garder dans les assemblées un silence, dont il n'est jamais sorti, il paroissoit un disciple de Pythagore, quoiqu'il pût toûjours parler en Maître sur les matieres qui l'avoient occupé. On le voyoit plongé dans une mélancolie profonde, qu'il eût été inutile de combattre, & dont on ne pouvoit que le plaindre.

Le 1er Février 1725 il fut frappé d'apoplexie, & mourut le 3, sans avoir eû aucune connoissance dans tout cet espace de tems. Cependant cette mort subite ne l'avoit pas surpris, 15 jours auparavant il avoit fait de son propre mouvement ses dévotions à sa Paroisse.

Ceux d'entre les gens de bien qui condamnent tant les spectacles, l'auroient trouvé bien net sur cet article, jamais il n'en avoit vû aucun. Il n'y a pas de mémoire qu'il se soit diverti. Il n'avoit de sa vie songé au mariage, & ceux qui l'ont vû de plus près, prétendent que les raisons de conscience n'avoient jamais dû être assez pressantes pour l'y porter. Presque tous les hommes ne songent qu'à étendre leur sphere, & à y faire entrer tout ce qu'ils peuvent d'étranger; pour lui il avoit réduit la sienne à n'être guere que lui seul. Il avoit fait de sa main plusieurs préparations Ana-

tomiques, que des Medecins ou Chirurgiens Anglois & Hollandois vinrent acheter de lui quelque tems avant sa mort, lorsqu'il n'en pouvoit plus faire d'usage. Les Etrangers le connoissoient mieux que ne faisoit une partie d'entre nous, il arrive quelquefois qu'ils nous apprennent le merite de nos propres Concitoyens, que nous négligions, peut-être parce que leur modestie leur nuisoit de près.

Il a laissé son Légataire universel M. Littre son neveu, Lieutenant général de Cordes.



ELOGE

ELOGE

DE M. HARTSOEKER.

NICOLAS HARTSOEKER nâquit à Goude en Hollande le 26 Mars 1656, de Christian Hartsoeker Ministre Remontrant, & d'Anne Vander-My. Cette famille étoit ancienne dans le pays de Drenthe, qui est des Provinces-Unies.

Son pere eut sur lui les vûes communes des peres, il le fit étudier pour le mettre dans sa profession, ou dans quelque autre également utile, mais il ne s'attendoit pas que ses projets dûssent être traversés par où ils le furent, par le Ciel & par les Etoiles, que le jeune homme considéroit avec beaucoup de plaisir & de curiosité. Il alloit chercher dans les Almanachs tout ce qu'ils rapportoient sur ce sujet, & ayant entendu dire à l'âge de 12 ou 13 ans que tout cela s'apprenoit dans les Mathématiques, il voulut donc étudier les Mathématiques: mais son pere s'y opposoit absolument. Ces sciences ont eu jusqu'à présent si peu de réputation d'utilité, que la plûpart de ceux qui s'y sont appliqués ont été des rebelles à l'autorité de leurs parens. Nos éloges en ont fourni plusieurs exemples.

Le jeune Hartsoeker amassa en secret le plus d'argent qu'il put, il le déroboit aux divertissemens qu'il eût pris avec ses camarades, enfin il se mit en état d'aller trouver un Maître de Mathématiques qui lui promit de le mener vîte, & lui tint parole. Il fallut cependant commencer par les premieres regles d'Arithmétique, il n'avoit de l'argent que pour sept mois, & il étudioit avec toute l'ardeur que demandoit un fonds si court. De peur que son pere ne découvrît par la lumiere qui étoit dans sa chambre toutes les nuits, qu'il les passoit à travailler, il étendoit devant sa fenêtre les couver-

tures de son lit, qui ne lui servoient plus qu'à cacher qu'il ne dormoit pas. . . . .

Son maître avoit des bassins de fer, dans lesquels il polissoit assez bien des verres de 6 pieds de foyer, & le disciple en apprit la pratique. Un jour qu'en badinant & sans dessein il présentoit un fil de verre à la flamme d'une chandelle, il vit que le bout de ce fil s'arrondissoit, & comme il sçavoit déja qu'une boule de verre grossissoit les objets placés à son foyer, & qu'il avoit vû chez M. Leuvenhoeck des Microscopes, dont il avoit remarqué la construction, il prit la petite boule qui s'étoit formée & détachée du reste du fil, & il en fit un microscope qu'il essaya d'abord sur un cheveu. Il fut ravi de le trouver bon, & d'avoir l'art d'en faire à si peu de frais.

Cette invention de voir contre le jour de petits objets transparens par le moyen de petites boules de verre, est dûe à M. Leuvenhoeck, & M. Hudde Bourg-mestre d'Amsterdam, grand Mathématicien, a dit à M. Hartsoeker qu'il étoit étonnant que cette découverte eût échappé à tous tant qu'ils étoient de Géometres & de Philosophes, & eût été reservée à un homme sans lettres, tel que Leuvenhoeck. Apparemment il vouloit relever le génie de l'ignorant, ou réprimer l'orgueil des sçavans sur des découvertes fortuites.

M. Hartsoeker âgé alors de 18 ans, s'occupa beaucoup de ses Microscopes. Tout ce qui pouvoit y être observé, l'étoit. Il fut le premier à qui se dévoila le spectacle du monde le plus imprévû pour les Physiciens même les plus hardis en conjectures, ces petits animaux jusques-là invisibles, qui doivent se transformer en hommes, qui nagent en une quantité prodigieuse dans la liqueur destinée à les porter, qui ne sont que dans celle des mâles, qui ont la figure de Grenouilles naissantes, de grosses têtes & de longues queues, & des mouvemens très-vifs. Cette étrange nouveauté étonna l'observateur, & il n'en osa rien dire. Il crut même que ce qu'il voyoit pouvoit être l'effet de quelque maladie, & il ne suivit point l'observation.

Vers la fin de 1674, en 1675 & 1676 ſon pere l'envoya étudier en Littérature, en Grec, en Philoſophie, en Anatomie ſous les plus habiles Profeſſeurs de Leyde, & d'Amſterdam. Ses maîtres en Philoſophie étoient des Carteſiens auſſi entêtés de Deſcartes, que les Scholaſtiques précédens l'avoient été d'Ariſtote. On n'avoit fait dans ces écoles que changer d'eſclavage. M. Hartſoeker devint Carteſien à outrance : mais il s'en corrigea dans la ſuite. Il faut admirer toûjours Deſcartes, & le ſuivre quelquefois.

M. Hartſoeker alla en 1677 de Leyde à Amſterdam, ayant deſſein de paſſer en France, pour y achever ſes études. Il reprit les obſervations du microſcope interrompues depuis deux ans, & revit ces animaux qui lui avoient été ſuſpects. Alors il eut la hardieſſe de communiquer ſon obſervation à ſon maître de Mathématiques, & à un autre ami. Ils s'en aſſûrerent tous trois enſemble. Ils virent de plus ces mêmes animaux ſortis d'un chien, & de la même figure à peu près que les animaux humains. Ils virent ceux du coq & du pigeon, mais comme des vers ou des anguilles. L'obſervation s'affermiſſoit & s'étendoit, & les trois confidens de ce ſecret de la nature ne doutoient preſque plus que tous les animaux ne naquiſſent par des métamorphoſes inviſibles & cachées, comme toutes les eſpeces de mouches & de papillons viennent de métamorphoſes ſenſibles & connues.

Ces trois hommes ſeuls ſçavoient quelle liqueur renfermoit les animaux, & quand on les faiſoit voir à d'autres, on leur diſoit que c'étoit de la ſalive, quoique certainement elle n'en contienne point. Comme M. Leuvenhoeck a écrit dans quelqu'une de ſes lettres qu'il avoit vû dans de la ſalive une infinité de petits animaux, on pourroit le ſoupçonner d'avoir été trompé par le bruit qui s'en étoit répandu. Il n'aura peut-être pas voulu ne point voir ce que d'autres voyoient, lui qui étoit en poſſeſſion des obſervations microſcopiques les plus fines, & à qui tous les objets inviſibles appartenoient.

L'illuſtre M. Huguens étant venu à la Haye pour rétablir ſa ſanté, il entendit parler des animaux de la ſalive qu'un jeune homme faiſoit voir à Rotterdam, & il marqua beaucoup d'envie d'en être convaincu par ſes propres yeux. Auſſi-tôt M. Hartſoeker, ravi d'entrer en liaiſon avec ce grand homme, alla à la Haye. Il lui confia & à quelques autres perſonnes ce que c'étoit que la liqueur où nageoient les animaux, car à meſure que l'obſervation s'établiſſoit, la timidité & les ſcrupules diminuoient naturellement; de plus la beauté de la découverte ſeroit demeurée trop imparfaite, & les conſéquences philoſophiques, qui en pouvoient naître, demandoient que le myſtere ceſſât. M. Huguens, qui avoit promis très-obligeamment à Hartſoeker des lettres de recommand.tion pour ſon voyage de Paris, fit encore mieux, & l'amena avec lui à Paris, où il revint en 1678. Le nouveau venu alla voir d'abord l'Obſervatoire, les Hôpitaux, les Sçavans; il ne lui étoit pas inutile de pouvoir citer le nom de M. Huguens. Celui-ci fit mettre alors dans le Journal des Sçavans qu'il avoit fait avec un microſcope de nouvelle invention des obſervations très-curieuſes, & principalement celle des petits animaux, & cela ſans parler de M. Hartſoeker. Le bruit en fut grand parmi ceux qui s'intéreſſent à ces ſortes de nouvelles, & M. Hartſoeker ne réſiſta point à la tentation de dire que le nouveau microſcope venoit de lui, & qu'il étoit le premier auteur des obſervations. Le ſilence en cette occaſion étoit au-deſſus de l'humanité. M. Huguens étoit vivant, d'un rare mérite, & par conſéquent il avoit des ennemis. On anima M. Hartſoeker à revendiquer ſon bien par un mémoire qui paroîtroit dans le Journal. Il ne ſçavoit pas encore aſſez de Français pour le compoſer, différentes plumes le ſervirent, & chacune lança ſon trait contre M. Huguens.

L'Auteur du Journal fut trop ſage pour publier cette piece, & il la renvoya à M. Huguens. Celui-ci fit à M. Hartſoeker une réprimande aſſez bien méritée, ſelon M. Hartſoeker lui-même qui l'a écrit; il lui dit qu'il ne ſe prenoit point à

lui d'une piece qu'il voyoit bien qui partoit de ſes ennemis, & qu'il s'offroit à dreſſer lui-même pour le Journal un mémoire où il lui rendroit toute la juſtice qu'il deſireroit. M. Hartſoeker y conſentit, honteux du procedé de M. Huguens, & heureux d'en être quitte à ſi bon marché. L'importance dont il lui étoit de ſe faire connoître, l'amour de ce qu'on a trouvé, ſa jeuneſſe, de mauvais conſeils donnés avec chaleur, ſurtout l'aveu ingénu de ſa faute, dont nous ne tenons l'hiſtoire que de lui, peuvent lui ſervir d'excuſes aſſez légitimes.

Il ſe confirmoit de plus en plus dans la découverte des petits animaux primitifs, qu'il trouva toûjours dans toutes les eſpeces, ſur leſquelles il pût étendre ſes expériences. Il imagina qu'ils devoient être répandus dans l'air, où ils voltigeoient, que tous les animaux viſibles les prenoient tous confuſément, ou par la reſpiration, ou avec les alimens, que de-là ceux qui convenoient à chaque eſpece alloient ſe rendre dans les parties des mâles propres à les renfermer, ou à les nourrir, & qu'ils paſſoient enſuite dans les femelles, où ils trouvoient des œufs, dont ils ſe faiſiſſoient pour s'y développer Selon cette idée, quel nombre prodigieux d'animaux primitifs de toutes les eſpeces? Tout ce qui reſpire, tout ce qui ſe nourrit, ne reſpire qu'eux, ne ſe nourrit que d'eux. Il ſemble cependant qu'à la fin leur nombre viendroit néceſſairement à diminuer, & que les eſpeces ne ſeroient pas toûjours également fécondes. Peut-être cette difficulté aura-t-elle contribué à faire croire à M. Leibnits que les animaux primitifs ne périſſoient point, & qu'après s'être dépouillés de l'enveloppe groſſiere, de cette eſpece de maſque, qui en faiſoit, par exemple, des hommes, ils ſubſiſtoient vivans dans leur premiere forme, & ſe remettoient à voltiger dans l'air, juſqu'à ce que des accidens favorables les fiſſent de nouveau redevenir hommes.

M. Hartſoeker demeura à Paris juſqu'à la fin de 1679. Il retourna en Hollande, où il ſe maria Il revint à Paris, ſeulement pour le faire voir pendant quelques ſemaines à ſa femme, qui goûta tant ce ſéjour, qu'ils y revinrent en 1684,

& y furent 14 années de ſuite, les plus agréables, au rapport de M. Hartſoeker, qu'il ait paſſées en toute ſa vie.

Les verres de Teleſcopes, qui avoient été ſa premiere occupation, lui donnerent beaucoup d'accès à l'Obſervatoire, où il n'y en avoit que de Campani, excellens à la vérité, mais pas aſſez grands. M. Hartſoeker en fit un qu'il porta à feu M. Caſſini, & il ſe trouva très-mauvais. Un ſecond ne valut pas mieux, enfin un troiſieme fut paſſable. Cette perſéverance, qui partoit du fonds de connoiſſances qu'il ſe ſentoit, fit prédire à M. Caſſini que ce jeune homme, s'il continuoit, réuſſiroit infailliblement. La prédiction fut peut-être elle-même la cauſe de ſon accompliſſement, le jeune homme encouragé fit de bons verres de toutes ſortes de grandeurs, & enfin un de 600 pieds de foyer, dont il n'a jamais voulu ſe défaire à cauſe de ſa rareté. Il eut l'avantage de gagner l'amitié de M. Caſſini, qui ſeule eût été une preuve de mérite.

Sur ces verres d'un ſi long foyer, il dit un jour à feu M. Varignon & à M. l'Abbé de St. Pierre, qui l'allerent voir, qu'il ne croyoit pas poſſible de les travailler dans des Baſſins, mais qu'en faiſant des eſſais ſur des morceaux de diverſes glaces faites pour être plattes, on en trouvoit qui avoient une très-petite courbure ſphérique, & par conſéquent un long foyer, qu'il avoit même trouvé un foyer de 1200 piés, que cela dépendoit en partie d'un peu de courbure inſenſible dans les tables de fer poli, ſur leſquelles on étend le verre fondu, ou de la maniere dont on chargeoit les glaces pour les polir les unes contre les autres, que ces eſſais étoient plus longs que difficiles : mais il ne voulut point s'expliquer plus à fond.

En 1694 il fit imprimer à Paris où il étoit, ſon premier ouvrage, l'*Eſſai de Dioptrique*. Il y donne cette ſcience démontrée géométriquement, & avec clarté, tout ce qui appartient aux foyers des verres ſphériques, car il rejette les autres figures comme inutiles, tout ce qui regarde l'augmentation des objets, le rapport des objectifs & des ocu-

laires, les ouvertures qu'il faut laiſſer aux Lunettes, le *champ* qu'on peut leur donner, le différent nombre de verres qu'on y peut mettre. Il y joint pour l'art de tailler les verres, & ſur les conditions que leur matiere doit avoir, une pratique qui lui appartenoit en partie, & dont cependant il ne diſſimule rien. Le titre de ſon Livre eût été rempli, quand il n'eût donné rien de plus, mais il va beaucoup plus loin. Un ſyſtème général de la réfraction, & ſes expériences le conduiſent à la différente refrangibilité des rayons, propriété que M. Newton avoit trouvée pluſieurs années auparavant, & ſur laquelle il a fondé ſon ingénieuſe théorie des couleurs, l'une des plus belles découvertes de la Phyſique moderne. M. Hartſoeker prétend du moins avoir avancé le premier que la différente refrangibilité venoit de la différente viteſſe, qui effectivement en paroît être la véritable cauſe, & parce qu'elle étoit inconnue, il a donné comme un paradoxe inoüi en Dioptrique, que l'angle de la réfraction ne dépende pas de la ſeule inégalité de réſiſtance des deux milieux. Plus le rayon a de viteſſe, moins il ſe rompt.

L'eſſai de Dioptrique eſt même un eſſai de Phyſique générale. Il y poſe les premiers principes, tels qu'il les conçoit, deux uniques élémens. L'un eſt une ſubſtance parfaitement fluide, infinie, toûjours en mouvement, dont aucune partie n'eſt jamais entierement détachée de ſon tout; l'autre, ce ſont de petits corps différens en grandeur, & en figure, parfaitement durs & inaltérables, qui nagent confuſément dans ce grand fluide, s'y rencontrent, s'y aſſemblent, & deviennent les différens corps ſenſibles. Avec ces deux élémens il forme tout, & tire de cette hypotheſe juſqu'à la peſanteur, & à la dureté des corps compoſés. Ailleurs il en a tiré auſſi le reſſort.

Un aſſez grand nombre de phénomenes de Phyſique générale qu'il explique, l'amenent à la formation du Soleil, des Planetes & même des Cometes. Il conçoit que les Cometes ſont des taches du Soleil aſſez maſſives pour avoir

été chaſſées impétueuſement hors de ce grand globe de feu ; elles s'élevent juſqu'à une certaine diſtance, & retombent enſuite dans le Soleil, qui les abſorbe de nouveau, & les diſſout, ou les repouſſe encore hors de lui, s'il ne les diſſout pas. On tache préſentement à aller plus loin ſur la théorie des Cometes, & ce ne ſont plus des générations fortuites.

L'hiſtoire des découvertes faites dans le ciel par les Teleſcopes appartenoit aſſez naturellement à la Dioptrique, M. Hartſoeker la donne accompagnée de ſes réflexions ſur tant de ſingularités nouvelles & imprévûes. Il finit par les obſervations du microſcope, & l'on peut juger que les petits animaux, qui ſe transforment en tous les autres, n'y ſont pas oubliés.

Cet ouvrage lui attira l'eſtime des Sçavans, & l'amitié de quelques-uns, comme M. l'Abbé Galois, qui conſerva toûjours pour lui les mêmes ſentimens. Le P. Mallebranche, & M. le Marquis de l'Hôpital, qui reconnurent qu'il étoit bon Géometre, voulurent le gagner à la nouvelle géometrie des Infiniment petits, dont ils étoient pleins : mais il la jugeoit peu utile pour la Phyſique, à laquelle il s'étoit dévoüé. Il dédaignoit aſſez par la même raiſon les profondeurs de l'Algebre, qui ſelon lui ne ſervoient à quelques ſçavans qu'à leur procurer la gloire d'être inintelligibles pour la plûpart du monde. Il eſt vrai qu'en ne regardant la géometrie que comme inſtrument de la Phyſique, il pouvoit ſouvent n'avoir pas beſoin que l'inſtrument fût ſi fin : mais la géometrie n'eſt pas un pur inſtrument, elle a par elle-même une beauté ſublime, indépendante de tout uſage. S'il ne vouloit pas, comme il l'a dit auſſi, ſe laiſſer détourner de la Phyſique, il avoit raiſon de craindre les charmes de la géometrie nouvelle.

Animé par le ſuccès de ſa Dioptrique, il publia deux ans après ſes *principes de Phyſique* à Paris. Là il expoſe avec plus d'étendue le ſyſtème qu'il avoit déja donné en raccourci, & y joignant ſur les différens ſujets auxquels ſon titre l'engage, un

un grand nombre, soit de ses pensées particulieres, soit de celles qu'il adopte, il forme un corps de Physique assez complet, parce qu'il y traite presque de tout, & assez clair, parce qu'il évite les grands détails, qui en approfondissant les matieres les obscurcissent pour une grande partie des Lecteurs.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, tems où il étoit retourné en Hollande avec sa famille, il fut nommé associé étranger, c'étoit le fruit de la réputation qu'il laissoit à Paris. Quelque tems après il fut aussi aggregé à la Société Royale de Berlin, & l'on peut remarquer que dans tous les ouvrages qu'il a imprimés depuis, il ne s'est paré ni de ces titres d'honneur, ni d'aucun autre. Il a toûjours mis simplement & à l'antique *par Nicolas Hartsoeker*, bien différent de ceux qui rassemblent le plus de titres qu'ils peuvent, & qui croyent augmenter leur mérite à force d'enfler leur nom.

Le feu Czar étant allé à Amsterdam pour ces grands desseins, dont nous admirons aujourd'hui les suites, il demanda aux Magistrats de cette Ville quelqu'un qui pût l'instruire, & lui ouvrir le chemin des connoissances qu'il cherchoit. Ils firent venir de Rotterdam M. Hartsoeker, qui n'épargna rien pour se montrer digne de ce choix, & de l'honneur d'avoir un tel disciple. Le Czar, qui prit beaucoup d'affection pour lui, voulut l'emmener en Moscovie : mais ce pays étoit trop éloigné, & de mœurs trop différentes, l'incertitude des évenemens encore trop grande, une famille trop difficile à transporter. M^rs^. d'Amsterdam pour le dédommager en quelque sorte des dépenses qu'il avoit été obligé de faire pendant sa demeure auprès du Czar, lui firent dresser une petite espece d'Observatoire sur un des bastions de leur ville. Ils sçavoient bien que c'étoit là le récompenser magnifiquement, quoiqu'à peu de frais.

Il entreprit dans cet Observatoire un grand miroir ardent composé de pieces rapportées, pareil à celui dont quelques-uns prétendent qu'Archimede se servit. M. le Landgrave de Hesse-Cassel alla le voir travailler, & pour lui faire un

honneur encore plus marqué, il alla chez lui. Comme les Sçavans ſont ordinairement trop heureux que les Princes daignent les admettre à leur faire la cour, les hiſtoires n'oublient pas les viſites rendues aux Sçavans par les Princes; elles honorent les uns & les autres, & peut-être également.

Dans le même tems le feu Electeur Palatin Jean Guillaume avoit jetté les yeux ſur M. Hartſoeker, pour ſe l'attacher: mais ce qui eſt rare, le Philoſophe réſiſtoit aux ſollicitations de l'Electeur, & ce qui eſt plus rare encore, l'Electeur perſévera pendant trois ans, & enfin en 1704 le Philoſophe ſe réſolut à s'engager dans une Cour. Il fut premier Mathematicien de S. A. E. & en même tems Profeſſeur honoraire en Philoſophie dans l'Univerſité d'Heidelberg.

Ce n'eſt pas aſſez pour un Sçavant attaché à un Prince, d'en recevoir regulierement & magnifiquement même, ſi l'on veut, ces recompenſes indiſpenſables que reçoivent ſans diſtinction tous ſes autres Officiers, il lui en faut de plus délicates; il faut que le Prince ait du goût pour les talens & pour les connoiſſances du Sçavant, il faut qu'il en faſſe uſage; & plus cet uſage eſt fréquent, & éclairé en même tems, plus le Sçavant eſt bien payé. M. Hartſoeker eut ce bonheur avec ſon Maître, qui avoit beaucoup d'inclination pour la Phyſique, & s'y appliquoit plus ſérieuſement qu'en Prince.

Le Phyſicien prétendoit même être obligé au Prince d'une obſervation ſinguliere qui le fit changer de ſentiment ſur une matiere importante. L'Electeur lui apprit la reproduction merveilleuſe des jambes d'Ecreviſſe.* Sur cela, M. Hartſoeker qui ne put concevoir que cette reproduction de parties perdues ou retranchées, qui eſt ſans exemple dans tous les animaux connus, s'exécutât par le ſeul mechaniſme, imagina qu'il y avoit dans les Ecreviſſes une ame *Plaſtique* ou *formatrice*, qui ſçavoit leur refaire de nouvelles jambes, qu'il devoit y en avoir une pareille dans les autres animaux & dans l'homme même, & parce que la fonction de ces ames plaſtiques n'eſt pas de reproduire des membres perdus, il leur donna

* V. l'Hiſt. de 1712. p. 35. & ſuiv.

celle de former les petits animaux qui perpétuent les especes. Ce seroient là les *Natures plastiques* de M. Cudvorth, qui ont eu de célebres partisans, si ce n'étoit que celles-ci agissent sans connoissance, & que celles de M. Hartsoeker sont intelligentes. Ce nouveau systême lui plut tant, qu'il se retracta hautement de la premiere pensée qu'il avoit eûe sur les petits animaux, & la traita lui-même de *bisarre & d'absurde*, termes que la plus grande sincerité d'un Auteur n'emploie guere. Quant aux terribles objections qui se presentent bien vîte contre les ames plastiques, il ne se les dissimule pas, & poussé par lui-même aux dernieres extrémités il avoue de bonne foi qu'il ne sçait pas de réponse. Il semble qu'il vaudroit autant n'avoir point fait de systême, que d'être si promptement réduit à en venir là. Il ne s'agit que d'avoüer son ignorance un peu plutôt.

Il rassembla les discours préparés qu'il avoit tenus à l'Electeur, & en forma deux volumes qui parurent en 1707 & 1708, sous le titre de *conjectures Physiques*, dédiés au Prince pour qui ils avoient été faits. Cet ouvrage est dans le même goût que les *Essais de Physique*, dont il ne se cache pas de répéter quelquefois des morceaux en propres termes, aussi-bien que de l'*Essai de Dioptrique*; car à quoi bon cette délicatesse de changer de tours & d'expressions, quand on ne change pas de pensées ?

Du Palatinat, il fit des voyages dans quelques autres Pays de l'Allemagne, ou pour voir les Sçavans, ou pour étudier l'histoire naturelle, sur-tout les Mines. A Cassel il trouva un verre ardent de M. le Landgrave, fait par M. Tshchirnaus, de la même grandeur que celui qu'avoit feu M. le Duc d'Orleans, & tout pareil. Il répéta les expériences de M. Homberg, & n'eut pas le même succès à l'égard de la vitrification de l'or, dont nous avons parlé en 1702 * *p. 34.
& 1707 *, il est le Philosophe Hollandois, aux objections *p. 30.
duquel M. Homberg répondoit en 1707. Il ne s'en est point désisté, & a toûjours soûtenu que ce qui se vitrifioit n'étoit point l'or, mais une matiere sortie du charbon qui

soûtenoit l'or dans le foyer, & mêlée peut-être avec quelques parties hétérogenes de l'or. Il nioit même la vitrification d'aucun métal au verre ardent, jamais il n'avoit seulement pû parvenir à celle du plomb, quelque tems qu'il y eût employé. Il est triste qu'un grand nombre d'expériences délicates soient encore incertaines. Seroit-ce donc trop prétendre que de vouloir du moins avoir des faits bien constans ?

Le Landgrave de Hesse-Cassel dit un jour à M. Hartsoeker qu'il auroit bien souhaité le trouver peu content de la Cour Palatine, il répéta deux fois ce discours que M. Hartsoeker ne vouloit point entendre, & enfin le prenant par la main, il lui dit, *je ne sçai si vous me comprenez.* M. Hartsoeker obligé de répondre l'assûra de son respect, de sa réconnoissance, & en même tems d'une fidélité inviolable pour l'Electeur. Un refus si noble à des avances si flatteuses dût le faire regretter davantage par le Landgrave.

Il alla à la Cour d'Hanovre, où M. Leibnits, ami né de tous les Sçavans, le présenta à l'Electeur, aujourd'hui Roi d'Angleterre, & à la Princesse Electorale, si célebre par son goût, & par ses lumieres. Il reçût un accueil très-favorable, la renommée & M. Leibnits rendoient témoignage à son mérite.

L'Electeur Palatin ayant entendu parler avec admiration du miroir ardent de M. Tschirnhaus, demanda à M. Hartsoeker s'il en pourroit faire un pareil. Celui-ci aussi-tôt en fit jetter trois dans la verrerie de Neubourg, de la plus belle matiere qu'il fût possible. Il les eut bien-tôt mis dans leur perfection, & l'Electeur lui en donna le plus grand, qui a 3 piés 5 pouces rhinlandiques de diametre, & que deux hommes ont de la peine à transporter. Il est de 9 piés de foyer, & ce foyer est parfaitement rond, & de la grandeur d'un Loüis d'or. Le miroir du Palais royal n'est pas si grand.

En 1710 il publia un volume intitulé *Eclaircissemens sur les Conjectures Physiques.* Ce sont des réponses à des objections,

dont il a dit depuis que la plûpart étoient de M. Leibnits. Dans cet ouvrage il devient un homme presque entierement différent de ce qu'il avoit été jusqu'alors. Il n'avoit jamais attaqué personne, ici il est un censeur très-sévere, & c'est principalement sur les volumes donnés tous les ans par l'Académie que tombe sa censure. Il est vrai qu'il a souvent déclaré qu'il ne critiquoit que ce qu'il estimoit, & qu'il se tiendroit honoré de la même marque d'estime. L'Académie, qui ne se croit nullement irrepréhensible, ne fut point offensée, elle le traita toûjours comme un de ses membres, sujet seulement à quelque mauvaise humeur, & les Particuliers attaqués ne voulurent point interrompre le cours de leurs occupations, pour travailler à des réponses, qui le plus souvent sont négligées du public, & tout au plus soulagent un peu la vanité des Auteurs.

Les Eclaircissemens sur les Conjectures Physiques eurent une *Suite* assez ample qui parut en 1712. L'Auteur y étend beaucoup plus loin qu'il n'avoit encore fait le systême des ames plastiques. Dans l'homme, l'ame raisonnable donne les ordres, & une ame *végétative* qui est la plastique, intelligente & plus intelligente que la raisonnable même, exécute dans l'instant & non-seulement exécute les mouvemens volontaires, mais prend soin de toute l'œconomie animale, de la circulation des liqueurs, de la nutrition, de l'accrétion, &c. opérations trop difficiles pour n'être l'effet que du seul méchanisme. Mais, dit-on aussi-tôt, cette ame raisonnable, cette ame végétative, c'est nous-mêmes, & comment faisons-nous tout cela sans en sçavoir rien? M. Hartsoeker répond par une comparaison, qui du moins est assez ingénieuse. Un sourd est seul dans une chambre, & il y a dans des chambres voisines des gens destinés à le servir. On lui a fait comprendre que quand il voudroit manger, il n'avoit qu'à frapper avec un baton. Il frappe, & aussi-tôt des gens viennent qui apportent des plats. Comment peut-il concevoir que ce bruit qu'il n'a pas entendu, & dont il n'a pas l'idée, les ait fait venir?

Après cela on s'attend assez à une ame végétative intelligente dans les bêtes, qui en paroissent effectivement assez dignes. On ne sera pas même trop surpris qu'il y en ait une dans les plantes, où elle réparera, comme dans les Ecrevisses, les parties perdues, aura attention à ne les laisser sortir de terre que par la tige, tiendra cette tige toûjours verticale, sera enfin tout ce que le méchanisme n'explique pas commodément. Mais M. Hartsoeker ne s'en tient pas là. A ce nombre prodigieux d'intelligences répandues par-tout, il en ajoûte qui président aux mouvemens célestes, & qu'on croyoit abolies pour jamais. Ce n'est pas là le seul exemple qui fasse voir qu'aucune idée de la Philosophie ancienne n'a été assez proscrite pour devoir désespérer de revenir dans la moderne.

Cette *Suite des Eclaircissemens*, contient outre plusieurs morceaux de Physique destinés à l'usage de l'Electeur, différens morceaux particuliers, qui sont presque tous des critiques qu'il fait de plusieurs Auteurs célebres, ou des réponses à des critiques qu'on lui avoit faites. Sur-tout il répond à des Journalistes, dont il n'étoit pas content; ce sont des especes de Juges fort sujets à être pris à partie.

L'Electeur Palatin mourut en 1716. M. Hartsoeker ne quitta point la Cour Palatine, tant que l'Electrice veuve, Princesse de la Maison de Médicis, née avec le goût héréditaire de protéger les Sciences, & à laquelle il étoit fort attaché, demeura en Allemagne. Mais elle se retira en Italie au bout d'un an, après avoir fait ses adieux en Princesse par des libéralités qu'elle répandit sur ses anciens Courtisans. M. Hartsoeker n'y fut pas oublié. Dès que le Landgrave de Hesse le vit libre, il recommença à lui faire l'honneur de le solliciter: mais il se crut déja trop avancé en âge pour prendre de nouveaux engagemens, il avoit assez vécu dans une Cour, & quelques agrémens qu'un Philosophe y puisse avoir, il ne peut s'empêcher de sentir qu'il est dans un climat étranger. Il se transporta avec toute sa famille à Utrecht.

Ce fut là qu'il fit imprimer en 1722 un *Recueil de plusieurs*

pieces de Physique, toutes détachées les unes des autres. Le titre annonce ensuite que le principal dessein est de faire voir *l'invalidité* du systême de M. Newton, de ce systême fondé sur la plus sublime géométrie, ou étroitement incorporé avec elle, adopté par tous les Philosophes de toute une nation aussi éclairée que l'Angloise, admiré même & du moins respecté par ceux qui ne l'adoptent pas. M. Hartsoeker sans user de petits ménagemens peu philosophiques entre en lice avec courage, & se déclare nettement contre ces grands espaces vuides où se meuvent les Planetes, obligées à décrire des courbes par des navigations, ou attractions mutuelles. Il y trouve des inconvéniens qu'il ne peut digérer, & quoiqu'il ne soit rien moins que Cartésien, il aime mieux ramener les tourbillons de Descartes. L'idée en est effectivement très-naturelle, & de plus les mouvemens de toutes les Planetes tant principales que subalternes dirigés en même sens, mais principalement le rapport invariable de toutes les distances à toutes les révolutions, indiquent assez fortement que tous les corps célestes qui composent le systême Solaire sont assujettis à suivre le cours d'un même fluide. Il faut convenir néanmoins que les Cometes qui se meuvent en tous sens devroient souvent trouver dans ce grand fluide une résistance qui diminueroit beaucoup leur mouvement propre, & pourroit même ne leur laisser à la fin que le mouvement général du tourbillon. M. Hartsoeker tache à se tirer de cette grande difficulté par son systême particulier des Cometes, qui n'est pas lui-même sans difficulté.

Dans ce même Recueil il attaque trois Dissertations sur lesquelles M. de Mairan étant encore en Province, & avant que d'être de l'Académie des Sciences, avoit en trois années consécutives remporté le prix à l'Académie de Bordeaux. M. de Mairan répondit dans le Journal des Sçavans en 1722. Il y convient en véritable Sçavant de quelques fautes réelles, & par là il acquiert le droit d'être presque crû sur sa parole à l'égard de celles dont il ne convient pas. M. Hartsoeker dit dans sa Préface que s'il eût eû les autres pieces qui dans les

années ſuivantes avoient remporté le prix de Bordeaux, il y auroit fait auſſi ſes remarques. Il prétendoit apparemment faire entendre par là qu'il n'en vouloit point perſonnellement à M. de Mairan, ni à aucun Auteur particulier plus qu'à tout autre : mais il peut paroître que ce diſcours marque quelque inclination à reprendre, & même un peu de deſſein formé. Il proteſte ſouvent, & avec un grand air de ſincérité, qu'il ne prétend donner que de ſimples conjectures, il ſeroit donc aſſez raiſonnable de laiſſer celles des autres en paix; elles ont toutes un droit égal de ſe produire au jour, & ſouvent n'en ont guere de ſe combattre.

Nous paſſerons ſous ſilence le reſte de ce Recueil, deux Diſſertations envoyées à l'Académie pour le prix qu'elle propoſe tous les ans, l'une ſur le principe, l'autre ſur les loix du mouvement, un diſcours ſur la Peſte, où il prend après le P. Kircher l'hypotheſe des Inſectes, un traité des paſſions, &c. Mais nous en exceptons une piece, à cauſe du grand & fameux adverſaire qu'elle a pour objet, M. Bernoulli dont M. Hartſoeker avoit attaqué le ſentiment ſur la lumiere du Barometre expoſé dans l'hiſtoire de 1701.*

* p. 1. & ſuiv.

M. Bernoulli fit ſoûtenir à Baſle ſur ce ſujet une Theſe où l'on ne ménageoit pas M. Hartſoeker qui s'en reſſentit vivement. Il ramaſſe de tous côtés les armes qui pouvoient ſervir ſa colere, & comme il étoit accuſé d'en vouloir toûjours aux plus grands hommes, tels que Mrs. Huguens, Leibnits, Newton, il ſe juſtifie par en parler plus librement que jamais, peut-être pour faire valoir ſa modération paſſée. Sur-tout M. Leibnits, qui n'entre dans la querelle qu'à cette occaſion, & très-incidemment, n'en eſt pas traité avec plus d'égard, & ſon *Harmonie préétablie*, ſes *Monades* & quelques autres penſées particulieres, ſont rudement qualifiées. On croiroit que les Philoſophes devroient être plus modérés dans leurs querelles que les Poëtes, les Théologiens plus que les Philoſophes, cependant tout eſt aſſez égal.

Après que M. Hartſoeker ſe fut établi à Utrecht, il entreprit un Cours de Phyſique, auquel il a beaucoup travaillé.

Il

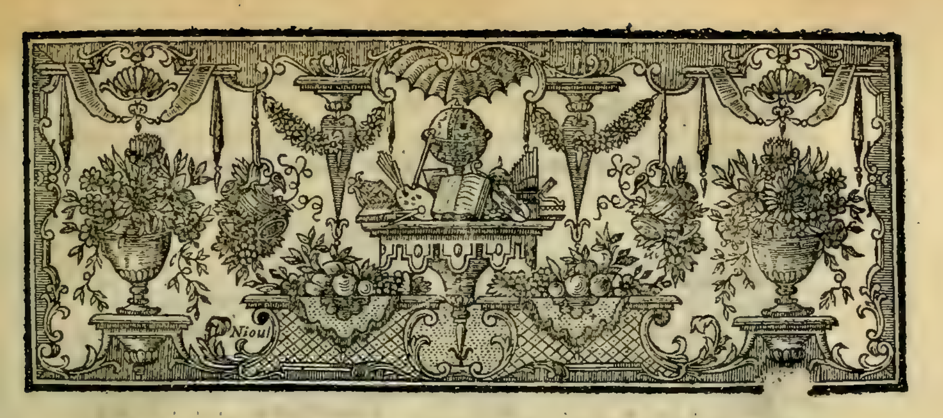
Il y a fait de plus un extrait entier des lettres de M. Leuvenhoeck, parce qu'il trouvoit que dans ce livre beaucoup d'obſervations rares & curieuſes ſe perdoient dans un tas de choſes inutiles qui empêcheroient peut-être qu'on ne ſe donnât la peine de les y aller déterrer. On doit être bien obligé à ceux qui ſont capables de produire, quand ils veulent bien donner leur tems à rendre les productions d'autrui plus utiles au Public.

Son application continuelle au travail altéra enfin ſa ſanté, qui juſques-là s'étoit bien ſoûtenue. Peu de tems avant ſa mort, ſur quelques reproches qui lui étoient revenus de la maniere dont il en avoit uſé à l'égard de l'Académie, il voulut ſe juſtifier par une eſpece d'apologie qu'il n'a pû achever entierement. On s'imagine bien ſur quoi elle roule, tout ce qu'il y dit eſt vrai, & il ne reſte rien à lui reprocher qu'une choſe dont on ne peut le convaincre; c'eſt que l'on ſent dans ſes critiques plus de plaiſir, que de beſoin de critiquer, mais ce ſeroit pouſſer la délicateſſe trop loin que de donner du poids à un ſentiment, qui peut être incertain & trompeur.

Il mourut le 10 Décembre 1725. Il étoit vif, enjoüé, officieux, d'une bonté & d'une facilité, dont de faux amis ont abuſé aſſez ſouvent. Ces qualités, qui s'accordent ſi peu avec un fonds critique, naturellement chagrin & malfaiſant, ſont peut-être ſa meilleure Apologie.



MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXV.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites en 1724.

Par M. MARALDI.



ON a vû encore cette année, dans le printems & dans l'automne, l'aurore boréale, mais plus rarement & avec moins d'éclat que les années précédentes, car elle n'étoit pas aussi étendue que les années précédentes, & elle n'étoit formée que par une lumiere uniforme & constante, sans être accompagnée de 10. Janv. 1725.

ces colomnes de lumiere perpendiculaires à l'horizon qui la rendent plus ſenſible.

Obſervations ſur la quantité de Pluye de 1724.

	lignes		lignes
En Janvier	$8\frac{1}{2}$	En Juillet	5
Février.	$20\frac{1}{3}$	Août	$4\frac{1}{2}$
Mars	$15\frac{1}{3}$	Septembre	2
Avril	12	Octobre	$15\frac{1}{3}$
Mai	$4\frac{1}{2}$	Novembre	8
Juin	$29\frac{1}{2}$	Decembre	$23\frac{1}{6}$

Donc la pluie tombée pendant l'année 1724 a été de 148 lignes, qui font 12 pouces 4 lignes. D'où il paroît que cette année a encore été ſeche par rapport à la moyenne qu'on avoit établie de 19 pouces.

Il y a eu cependant des années moins pluvieuſes, qui ſont 1719, durant laquelle il ne plût que 9 pouces 4 lignes, & 1723 qui n'en donna que 7 pouces 8 lignes, & qui de toutes celles qu'on a obſervées depuis 36 ans a été la plus ſeche.

Il paroît par les obſervations de l'année derniere 1724, que dans les ſix premiers mois la pluie a été de 7 pouces, & qu'elle a été diſtribuée aſſez également, à la réſerve du mois de Mai qui n'en a donné que 4 lignes & demie, mais en récompenſe dans le mois de Juin il en eſt tombé preſque deux pouces & demie. Pour ce qui eſt des ſix derniers mois, la pluie a été fort médiocre, n'y en ayant eu que 4 pouces 10 lignes; le ſeul mois de Décembre en a donné preſque deux pouces, & plus que les quatre mois de Juillet, Août, Septembre & Novembre, qui tous enſemble n'en ont donné qu'un pouce 8 lignes, quoique pour l'ordinaire en Juillet & Août il en tombe plus que dans les quatre mois ſuivans. Dans le mois d'Octobre il a plû un peu plus de 15 lignes; & un ſeul jour, qui fut le 28, en donna 10 lignes & demie, qui font les deux tiers de ce qui eſt tombé dans tout le mois.

En parcourant les obſervations des années précédentes, on

trouve qu'en 1721 il y a eu à peu près la même quantité de pluie qu'en 1724, & que la différence n'est que de trois lignes, dont celle de 1721 a été plus grande. La pluie qui tomba durant les quatre mois, d'Avril, de Mai, Juin & Juillet, & qui contribue beaucoup à l'abondance des grains, en 1721 fut de 4 pouces 5 lignes, & celle qu'il y a eu dans les mêmes mois en 1724 a été de 4 pouces 3 lignes, à deux lignes près de la précédente. Nous remarquames que la récolte de 1721 avoit été abondante en toutes sortes de grains, au lieu qu'elle a été médiocre en 1724, ainsi la même quantité de pluie qui est propre en une année pour produire une recolte abondante, ne l'est pas dans une autre, il faut d'autres circonstances qui y concourent. Nous remarquames que les chaleurs de l'année 1721 ne commencerent que tard, & furent fort moderées, le Thermometre n'ayant monté qu'à 72 degrés au mois d'Août & de Septembre. Nous remarquames encore que les nuages qui durant le cours de l'année 1721 couvrirent souvent le Ciel, n'avoient pas permis d'échauffer la terre, & de la dessécher, ainsi les campagnes n'eurent pas besoin de beaucoup de pluie pour être fécondes, mais en l'année derniere 1724 les chaleurs ayant commencé dès les mois de Juin & de Juillet, & ayant été fort grandes, comme nous le dirons dans la suite, la même quantité de pluie n'a pû rendre les terres aussi fécondes.

Observations sur le Thermometre.

Durant le mois de Janvier 1724 la liqueur du Thermometre est descendue à 30 parties, ce qui arriva le 9 & le 10 par un vent de Sud-est; ensuite s'étant élevé, il descendit au même degré 30, le 25, le 26 & le 27 Février, le vent étant Nord-ouest. Après s'être encore élevé, il descendit de nouveau, & il se trouva au 30me degré le 11, le 13, le 14 & le 15 de Mars par un vent de Nord & de Nord-ouest. C'est là le terme le plus bas où il soit arrivé durant ces trois mois d'hyver, ce qui marque un froid fort moderé.

Le 26 Novembre le Thermometre se trouva à 28 parties,

qui eſt la plus petite hauteur où il ſoit arrivé cette année, & où il ne reſta qu'un jour; ainſi le plus grand froid de cette année, qui a été fort moderé, eſt arrivé ſur la fin du mois de Novembre, le vent étant Nord-eſt. Ces obſervations ont été faites au lever du Soleil, qui eſt le tems du plus grand froid qui arrive pendant le jour.

Pour ce qui eſt des grandes chaleurs, elles ont commencé dès le mois de Juin, & elles ont duré long-tems. Le Thermometre a preſque toûjours été au deſſus de 50 parties au lever du Soleil tout le mois de Juin; & durant les mois de Juillet, d'Août, & une partie de Septembre, il s'eſt tenu entre 53 & 60, ce qui eſt une marque de grande chaleur. Le 3 Juillet, à 3 heures après midi, tems de la plus grande chaleur du jour, il s'éleva à 80 parties, le vent étant Sud-eſt. Le 23 Août ayant été à 60 parties au lever du Soleil, il s'éleva à 80 $\frac{1}{2}$ à 3 heures après midi, le vent étant encore Sud-eſt. Enfin le premier Septembre, à 3 heures après midi, il s'éleva à 82 parties, ce qui marque la plus grande chaleur de l'année, le vent étant Sud-eſt, enſuite Sud. La chaleur de cette année eſt égale aux plus grandes qui ſont arrivées depuis 36 ans, le Thermometre n'ayant jamais ſurmonté ce terme. En 1721 les plus grandes chaleurs arriverent le 7 & le 8 Août, le 7 de Septembre & le 28 du même mois, mais le Thermometre ne ſurpaſſa pas le 72me degré, & reſta 10 degrés plus bas qu'en 1724. La remarque que nous avons faite plusieurs fois, que les plus grandes chaleurs d'été arrivent par un vent de Sud-eſt, a été vérifiée encore l'année derniere; car le 3 Juillet & le 23 Août, lorſque le Thermometre monta au 80me degré, il regnoit un vent de Sud-eſt. De même le premier Septembre, le vent étant Sud-eſt, le Thermometre monta à 82 degrés.

Le Barometre ſimple a été à 28 pouces 4 lignes les ſept premiers jours de Janvier de l'année précédente, & c'eſt la plus grande hauteur où il ſoit arrivé pendant la même année; le Ciel étoit pour lors couvert, & l'air tranquille. Le 19 Décembre dernier il ſe trouva à 26 pouces 4 lignes & demie, qui eſt le terme le plus bas où il ſoit deſcendu. Il fit

ce jour-là & le précédent 18 un vent de Sud violent, qui régna avec la même force pendant ces deux jours, qui furent auſſi pluvieux. Il eſt très-rare que le Barometre deſcende juſqu'à ce point, & dans toutes les obſervations que nous avons examinées depuis 1696, il n'y a que 1702 où le Mercure deſcendit à 26 pouces 5 lignes le 20 Décembre avec un vent de Sud médiocre. La variation du Mercure, entre la plus grande & la plus petite hauteur, en l'année 1724 a donc été de preſque 2 pouces.

Les vents de Sud-eſt qui dans ces climats ſont rares, ont régné plus qu'à l'ordinaire en 1724. On a eu rarement le vent du Nord, & ceux de Sud, Sud-oueſt & Oueſt ont les plus dominé, ſur-tout dans le printems & dans l'hyver, ce qui a contribué à rendre ces deux ſaiſons auſſi temperées que nous les avons eûes dans ce climat. C'eſt principalement à la diverſité des vents qu'on doit attribuer la différente temperature d'air qui regne dans la même ſaiſon en différentes années.

Suivant les nouvelles publiques, ce fut par un vent de Sud-eſt qu'arriva le 19 Novembre dernier en Portugal, le furieux orage qui a cauſé de ſi grandes pertes aux villes & à la campagne par où il a paſſé. A Paris, le 19 du même mois, nous eûmes un air tranquille, & les deux jours précédens, 17 & 18, le vent étoit Eſt-nord-eſt, les deux ſuivans, 20 & 21, il étoit Nord-eſt. Ainſi le vent qu'il fit en Portugal le 19 étoit fort différent de ceux que nous eûmes vers ce tems-là à Paris.

Déclinaiſon de l'Aimant.

La déclinaiſon de l'Aimant obſervée le 9 de Novembre dernier & le 3 de Janvier 1725 avec une Bouſſole de 4 pouces, a été trouvée de 13 degrés, comme nous l'avons obſervée depuis le 16 Octobre 1720, ainſi elle eſt toûjours ſtationaire.

DISSERTATION
SUR
L'OPERATION DE LA CATARACTE.

Par M. PETIT, Medecin.

7 Février 1725.

De toutes les parties de notre corps, il n'y en a point de plus composée que les yeux. Il n'y en a point aussi qui soit sujette à un plus grand nombre de maladies.

Les cils, les paupieres, les points lachrymaux, la cornée, la conjonctive, les glandes, la graisse, les vaisseaux sanguins, les nerfs, les muscles, la sclerotide, la choroïde, l'uvée, la rétine, la membrane crystalline, la membrane hyaloïde, les processus ciliaires, l'humeur vitrée, l'humeur aqueuse, enfin le crystallin, ont chacune leurs maladies particulieres, qui sont en très-grand nombre.

Les Medecins ont presque tous été d'accord sur la nature de ces maladies. Il y a eu peu de différence dans leur sentiment. La Cataracte est celle qui a le plus souffert de contestation.

Ruffus, qui vivoit avant Galien au commencement du second siecle, a dit que les Anciens croyoient que la Cataracte & le Glaucome étoient la même chose. On ne le trouve pourtant point dans aucun des ouvrages qui nous restent de lui, & nous ne le sçavons que sur le rapport d'Oribase, & de Paul d'Egine. Celse, qui vivoit avant Ruffus dans le premier siecle, ne parle point de cette opinion. Il croyoit que la Cataracte étoit une concrétion d'humeur formée entre l'uvée & le crystallin. Galien, qui a parlé plus clairement que Celse sur cette matiere, est de ce sentiment.

Ceux qui leur ont succedé, ont crû que cette concrétion formoit une membrane derriere la prunelle, qui empêchoit le passage des rayons de la lumiere.

Plusieurs observations qu'on a faites sur cette maladie, ont

fait voir qu'elle consiste dans l'opacité du crystallin. Cette découverte s'est faite vers le milieu du siecle passé. Borelli & Rolfincius en ont parlé sur les observations de M. Carré, célébre Medecin de Paris, & presque en même tems Gassendi & Rohaut sur les observations d'un Maître Chirurgien nommé Lasnier.[a]

Toutes ces observations ne firent aucun progrès, & tomberent tellement dans l'oubli, que M[rs]. Brisseau & Antoine qui ont fait la même découverte au commencement de ce siecle, ont crû chacun en particulier être les premiers qui l'avoient fait.

Cette opinion, quoiqu'établie sur de très-bonnes & sûres observations, a été combattue avec d'autant plus de vivacité, que l'on s'imaginoit, qu'on ne pouvoit voir sans crystallin. On ne se souvenoit plus que Plempius a dit, il y a un siecle, sur les observations & les expériences de Scheiner, célébre Mathematicien, qu'on peut voir sans crystallin.

Enfin les difficultés ont été applanies par la quantité d'observations faites au commencement de ce siecle, dont la plûpart sont rapportées dans le sçavant Traité de M. Heister, & une infinité d'autres qu'on a faites depuis. Presque tous les Savans, & principalement les Anatomistes, sont présentement persuadés que la Cataracte n'est point une membrane, c'est le crystallin obscurci.

Ce seroit une chose bien curieuse de sçavoir en quel tems vivoit celui qui le premier a eu l'audace de porter une aiguille dans l'œil d'un homme vivant, pour abbattre la Cataracte. Mais une des choses des plus utiles seroit de sçavoir les raisons qu'il a eu de percer l'œil à un endroit plutôt qu'à un autre, & s'il a fait d'abord l'opération de la maniere que Celse l'a pratiquée? Nous n'avons point de description de cette opération plus ancienne que celle de Celse. Je ferai voir dans la suite de ce Memoire que cette description est très-obscure. Celui qui a inventé cette opération, devoit bien connoître

a Voyez l'excellent Traité *de la Cataracte* de M. Heister, *pag.* 77. & *suivantes*, il cite tous ces Auteurs.

& la ſtructure de l'œil, & la vraie cauſe de la Cataracte.

Cette maladie n'a point été connue devant le tems d'Hyppocrate [a], il ne la connoiſſoit pas bien lui-même. Ce que l'on ſçavoit d'Anatomie en ce tems-là étoit bien peu de choſe, & ſelon quelques Auteurs, on ne l'avoit pas encore démontrée ſur les cadavres humains. On le reconnoît aſſez dans les ouvrages d'Hippocrate. Cette découverte ne s'eſt donc faite qu'après le tems d'Hippocrate. Je ne connois point de Medecins plus capables de l'avoir faite qu'Herophile ou Eraſiſtrate. Ils ont vécu environ 300 ans avant la venue de Notre Seigneur, ſous les Ptolémées Soter & Philadelphe, qui ont favoriſé les ſciences de tout leur pouvoir. Nous n'avons point eu de Medecins qui ſe ſoient plus appliqués à l'Anatomie, & qui ayent diſſéqué un plus grand nombre de corps humains. Ils ont mis à profit l'amour que les Ptolémées avoient pour les ſciences, & ſe ſont ſervis utilement de leur autorité pour avoir des cadavres humains. Ils ont donné le nom à un très-grand nombre de parties de notre corps. Ils ſe ſont tous deux fort appliqués au cerveau, aux nerfs & aux organes des ſens. Herophile ſur-tout a donné le nom à pluſieurs parties de l'œil. Il paroît qu'il a fort examiné cet organe; il y a lieu de croire que c'eſt lui qui a fait la découverte de la Cataracte, & dans les 600 cadavres que l'on dit qu'il a diſſéqués, il en aura ſans doute trouvé un certain nombre attaqué de cette maladie. On n'étoit encore prevenu d'aucune opinion ſur cette matiere, rien ne l'a empêché d'en reconnoître la véritable cauſe, il aura trouvé le cryſtallin obſcurci, & comme il étoit auſſi bon Chirurgien qu'Anatomiſte, (car pour lors les Medecins exerçoient la Chirurgie) il en aura facilement imaginé l'opération. Il l'aura d'abord tentée ſur des criminels attaqués

[a] Rhaſes, *cap.* 3. *p.* 40. dit : *Ariſtoteles in libro Problematum quare patiens Cataractam, ex percuſſione in Oculo non curatur.*

Cette citation pourroit faire croire que la Cataracte étoit connue d'Ariſtote, qui vivoit devant Hippocrate, mais on ne trouve rien de cela dans les Problèmes d'Ariſtote, ni dans ſes autres ouvrages, dans leſquels on l'a cherchée avec beaucoup d'exactitude. Ainſi c'eſt une citation faite après coup, les Arabes y ſont ſujets.

de

de cette maladie; on ne lui refusoit aucun de ces malheureux pour faire ses expériences. Il n'aura point craint d'abbatre le cryſtallin obscurci, puisque c'étoit la partie malade, & d'ailleurs on ne s'étoit pas encore imaginé, comme on a fait depuis, que la vision se faisoit dans cette partie. Il rapportoit toutes les sensations au cerveau, & selon lui la vûe se faisoit par l'impression de la lumiere sur l'expansion du nerf optique, à laquelle il a donné le nom de *Rétine.*

Cette opération une fois inventée, a été depuis pratiquée par ceux qui l'ont suivi. Herophile étant mort, ses écrits se sont dispersés, & se sont entierement perdus. Il y a apparence que le Livre qui contenoit la découverte de la Cataracte & de son opération, s'est perdu des premiers, puisque Galien, ni les autres Auteurs qui nous ont fait connoître Herophile & Erasistrate, & qui ont fait mention de leurs écrits, n'ont point parlé de ce Livre. Voilà ce qu'on peut soupçonner de l'invention de la Cataracte & de son opération; car Hippocrate ne dit rien de positif de l'un ni de l'autre. Celse en parle comme d'une maladie & d'une opération connue, sans nous instruire, ni comment, ni par qui, ni en quel tems on en a fait la découverte. Ainsi nous ne pouvons établir nos conjectures que sur Herophile ou Erasistrate, comme je viens de le dire.

Les puissances qui succéderent aux Ptolemées n'ayant pas la même inclination pour les Sciences, ne favoriserent plus les Medecins pour l'Anatomie. On reprit en Egypte les mêmes idées que l'on avoit sur la dissection des cadavres humains. Pour éclaircir ce point, il faut prendre garde qu'en Italie, en Grece & en Egypte, & peut-être dans toutes les autres parties du Monde; les hommes se trouvoient dans la même pensée; c'étoit une cruauté & même une impiété de disséquer des cadavres humains, on s'en étoit fait une espece de religion, du moins il ne se faisoit point de dissection publique sur les corps humains, & cela est si vrai, que Galien n'a pas osé en disséquer, & s'il l'a fait, comme on ne peut guere en douter, ce ne peut être qu'avec beaucoup de précaution & de secret, & si rarement, que l'on alloit retomber dans une parfaite ignorance

de l'Anatomie, s'il ne l'eût continuée, auſſi bien que Ruffus, en diſſéquant des animaux au défaut des cadavres humains.

Enfin il s'étoit établi une nouvelle hypotheſe toute contraire à la connoiſſance de la véritable cauſe de la Cataracte; on s'étoit imaginé que la viſion ſe faiſoit dans le cryſtallin; on ne ſçait point en quel tems, mais il eſt certain que Galien l'a adoptée, & qu'il l'a ſoûtenue de toutes ſes forces. De-là on a cru que l'on s'étoit trompé ſur le fait de la Cataracte, & que puiſque l'on voyoit après l'opération, ce ne pouvoit être le cryſtallin qu'on abbatoit, l'on s'eſt imaginé que c'étoit quelque concrétion d'humeur formée au devant du cryſtallin. Galien [a] devoit certainement ſe trouver bien embarraſſé, lui qui prétendoit que le cryſtallin étoit ſi fort avancé au devant de l'œil qu'il touchoit à l'uvée; il voyoit bien qu'on ne pouvoit faire l'opération à la maniere ordinaire ſans traverſer le cryſtallin. [b] Il y a peut-être voulu apporter quelque changement, en piquant l'œil plus près de l'Iris, comme on peut le reconnoître dans la deſcription qu'il en donne: mais la choſe ne lui ayant pas réuſſi, il l'a abandonnée, & n'a plus voulu s'en mêler.

Aquapendente [c] s'eſt trouvé dans le même embarras; il croyoit qu'il étoit impoſſible de faire cette opération ſans traverſer le cryſtallin, & le diviſer en deux par le mouvement de l'aiguille; perſonne n'a mieux connu que lui ſa véritable ſituation dans l'œil. L'Anatomie lui [d] avoit appris que les fibres

[a] *De uſu part. cap.* 4. *& cap.* 6.

[b] Il dit pourtant dans le chap. 4. *que lorſque l'on abbat la Cataracte, l'Aiguille agit dans un grand eſpace.* Cela fait voir que malgré ce qu'il avoit vû en diſſéquant des yeux, lorſqu'il ſongeoit à l'opération, il lui étoit impoſſible de ne pas s'imaginer un grand eſpace entre le cryſtallin & l'uvée.

[c] *Chirurgie*, *p.* 58.

[d] Neanmoins dans ſon *Anatomie*, *p.* 105. imprimée après ſa Chirurgie, où il donne une Figure de l'Œil qui approche ſi fort du naturel, il demande ſi le cryſtallin eſt plus vers la partie antérieure que vers la poſtérieure, il abandonne pour lors la vérité que la diſſection lui avoit ſi ſouvent montrée, il conclut que le cryſtallin eſt plus vers la partie poſtérieure, ſemblable en cela à Galien, il varie, & ſe trouve incertain. Enfin l'opération de la Cataracte a fait croire à l'un & à l'autre qu'il doit y avoir un grand eſpace entre le cryſtallin & l'uvée; ils ne pouvoient concilier la maniere dont on faiſoit l'opération, avec la ſituation du cryſtallin ſi près de l'uvée.

qui attachent le cryſtallin ſont attachées elles-même à la cornée. Il a cherché les moyens de faire cette opération ſans toucher au cryſtallin; il a cru peut-être le pouvoir faire en perçant l'œil tout auprès de la cornée, mais il s'eſt trouvé trompé, car en le perçant ſi près de la cornée, il n'eſt guere poſſible d'abbattre la Cataracte avec facilité, les accidens qui ſont arrivés aux opérations qu'il a faites, l'ont abſolument dégoûté, & lui ont fait abandonner cette opération, de ſorte qu'on peut dire que la trop grande connoiſſance que Galien & Aquapendente ont eu de la véritable ſituation des parties de l'œil, les a empêché de réuſſir, parce qu'ils n'ont pas bien connu la cauſe de la Cataracte.

Avant Aquapendente on avoit déja cherché les moyens de rendre cette opération plus facile, mais ſans d'autre raiſon que d'éviter les accidens qui l'accompagnent & qui la ſuivent.

Avicenne, qui vivoit près de 200 ans avant Aquapendente, s'étant apparemment imaginé que la pointe de l'aiguille cauſoit ou en tout, ou en partie, les déſordres qui ſuccedent ſouvent à cette opération, a voulu ſe ſervir de deux aiguilles pour la faire. Il appelloit la premiere *Muca da hati*, avec laquelle il perçoit l'œil, il ne dit point en quel endroit: il la retiroit, & introduiſoit par le même trou une autre aiguille, qu'il appelloit *Almuhec*, qui étoit moins pointue, avec laquelle il abbattoit la Cataracte.

Nuck a ſuivi la même idée ſans y rien changer: mais Albinus s'eſt ſervi d'une aiguille pointue & cannelée, avec laquelle il perçoit l'œil, & introduiſoit une aiguille obtuſe, en la coulant dans la cannelure, & avec laquelle il prétendoit abbattre la Cataracte.

Avant Avicenne, Albucaſis avoit cru pouvoir tirer la Cataracte membraneuſe hors de l'œil en la ſuçant, par le moyen d'une aiguille cannelée: mais Mayerne remarque avec raiſon qu'on ſuceroit plutôt toute l'humeur aqueuſe; il devoit ajoûter que l'humeur aqueuſe devoit s'écouler d'elle-même par le canal de l'aiguille, & ainſi l'œil auroit dû ſe flétrir dans l'inſtant. D'autres ont cru pouvoir tirer la Cataracte avec un

crochet de fil de leton paſſé dans cette aiguille cannelée ; ce qui a peut-être donné lieu à Rocho Mathioli, Chirurgien Italien, d'imaginer un pinceau de fil d'or qu'il prétendoit paſſer à travers une cannule qu'il portoit dans l'œil, & ſe promettoit d'embarraſſer la Cataracte dans ſon pinceau, puis la tirer avec facilité hors de l'œil. Il ſemble que Burrhus ait voulu s'attribuer cette invention.

Blancart vouloit qu'on ouvrît l'œil à ſa partie ſupérieure ; & qu'on tirât la Cataracte avec des pinces : mais il n'eſt pas le premier qui a eu cette idée extraordinaire. Avicenne parle de quelques Operateurs de ſon tems qui ouvroient la partie inférieure de la cornée pour tirer la Cataracte par cette ouverture.

Mais de tous les moyens & les inſtrumens qu'on a inventés pour tirer la Cataracte hors de l'œil, je n'en vois point de mieux imaginé que celui dont parle Albinus, & qu'il dit avoir vû entre les mains de quelques Operateurs qui courent les Provinces pour abbattre la Cataracte. C'eſt une aiguille qui forme une pince à reſſort, qui, lorſqu'elle eſt introduite dans l'œil, peut prendre la Cataracte membraneuſe, & la tirer hors de l'œil. Quoique cet inſtrument puiſſe avoir ſes inconvéniens & ſes difficultés, il en a beaucoup moins qu'aucun de ceux dont nous avons parlé : il auroit dû mieux réuſſir étant conduit par les mains d'un homme adroit & intelligent, ſuppoſé que la Cataracte fût membraneuſe : mais nous ne voyons point qu'il ait jamais réuſſi, non plus qu'aucun de ceux dont nous avons parlé. Je n'ai trouvé que le hardi Freitag, qui oſe aſſûrer que lui & ſon pere ont tiré hors de l'œil des Cataractes membraneuſes avec des aiguilles à crochets. On ne l'en croira pas ſur ſa parole, la Cataracte n'eſt point une membrane, c'eſt le cryſtallin obſcurci. Il n'eſt pas poſſible de tirer le cryſtallin hors de l'œil par aucun des moyens dont nous avons parlé, ſans détruire la ſtructure de cet organe.

Il a donc fallu toûjours en revenir à l'opération de Celſe, qui a paru la meilleure que nous ayons eu juſqu'à préſent pour

abbattre le cryſtallin cataracté, quoiqu'on ait toûjours cru abbattre une membrane. On en ſera pleinement convaincu, après les réflexions que je vais faire ſur cette opération : mais pour avoir plus de facilité d'entendre ce que j'ai à dire ſur cette matiere, faiſons quelques obſervations générales ſur la ſtructure de l'œil ſuivant nos nouvelles découvertes.

Le globe de l'œil de l'homme a dix lignes de diametre juſqu'à onze lignes & demie; j'en ai trouvé quantité qui avoient dix lignes & demie, & dix lignes & trois quarts. *MO* eſt le diametre de l'œil. *A N* eſt l'axe qui, dans beaucoup d'yeux, ſe trouve plus long que le diametre d'un quart de ligne, & quelquefois de demi ligne, à cauſe de la convexité de la cornée *A B B* qui eſt plus grande que celle du globe de l'œil; car cette cornée fait une portion de cercle dont le diametre a ſept lignes ou ſept lignes & demie, & ſouvent huit lignes. La corde *B B* de cette portion de cercle, que j'appelle le *diametre de la cornée*, eſt longue de quatre lignes deux tiers, juſqu'à cinq lignes & demie, on la trouve le plus ſouvent de cinq lignes, c'eſt ce qui fait auſſi le diametre du grand cercle de l'uvée *BDDB*. La fleche de cette corde *A G* eſt de trois quarts de ligne de longueur, juſqu'à une ligne & quart, je l'ai ſouvent trouvé d'une ligne, elle eſt la meſure de la convexité de la cornée *A B B*, & de l'épaiſſeur de la chambre antérieure *CC*, qui a le même diametre de la cornée.

La chambre poſtérieure *EGE* n'a que demi-quart de ligne d'épaiſſeur, vis-à-vis la circonférence de la prunelle *DD* juſqu'à demi-ligne, elle eſt ſouvent d'un quart de ligne, ce qu'il eſt important de remarquer. Cette chambre poſtérieure a le double d'épaiſſeur vers les côtés *EE*, à cauſe de la courbure de la circonférence antérieure du cryſtallin, elle a cinq lignes ou cinq lignes & demie de diametre.

La prunelle *DD* a une ligne & demie de diametre, juſqu'à trois lignes, je l'ai ſouvent trouvé de deux lignes & demie; les jeunes gens l'ont plus dilatée que ceux qui ſont avancés en âge.

Le cryſtallin *H* a trois lignes & demie de diametre *K H L*, juſqu'à quatre lignes & demie, on le rencontre ſouvent de

quatre lignes L'épaiſſeur ou l'axe de cryſtallin *GHI* eſt d'une ligne trois quarts, juſqu'à deux lignes & demie, il eſt pour l'ordinaire de deux lignes. Sa convexité antérieure *EGE* fait la portion d'un cercle qui a quelquefois un pouce de diametre, quelquefois un pouce & demi, & ſa convexité poſtérieure *KIL* fait la portion d'un cercle qui a cinq lignes, juſqu'à ſix lignes de diametre. La ſection de cette convexité poſtérieure m'a paru dans pluſieurs yeux plutôt parabolique que ſphérique, comme on le voit dans la ſeconde figure *KIL*. On lit dans une Theſe ſoûtenue à Altdorff en 1678, à laquelle Jean Chriſtophe Sturmius préſidoit, & qui avoit pour répondant Jean André Wolland, que le cryſtallin eſt plutôt hyperbolique que ſphérique.

L'humeur vitrée remplit tout le reſte de l'œil *IKLMNOP*. Le cryſtallin *H* eſt enchâſſé, comme on le voit, dans la partie antérieure de cette humeur vitrée, & y eſt retenue par une capſule tranſparente; elle eſt plus épaiſſe & plus forte à ſa partie antérieure qu'à la poſtérieure, qui fait une continuité avec la membrane de l'humeur vitrée, & avec les ligamens & les proceſſus ciliaires. Faiſons préſentement l'analyſe de l'opération de Celſe.

Celſe après avoir bien préparé ſon malade, & l'avoir ſitué, écartoit d'une main les paupieres, & tenant ſon aiguille de l'autre, il l'a plongeoit droit à travers les membranes, dans le milieu de l'eſpace qui eſt entre le noir de l'œil & l'angle le plus proche des tempes; il la pouſſoit dans le vuide, après quoi il l'inclinoit du côté de la Cataracte, qu'il abbaiſſoit peu-à-peu au bas de la prunelle, où il la comprimoit: ſi elle reſtoit, l'opération étoit faite; ſi elle remontoit, il la découpoit en pluſieurs parties qui ſe cachoient plus facilement derriere l'uvée.

Paul d'Egine, & la plûpart de ceux qui depuis ont pratiqué cette opération, n'ont différé de Celſe, qu'en ce que ſi la Cataracte remontoit, ils l'abbaiſſoient autant de fois qu'elle ſe trouvoit remontée, & ne la découpoient que lorſqu'ils voyoient qu'ils ne pouvoient la tenir aſſujettie au bas de la prunelle.

Nous avons trois choſes à examiner dans la deſcription de l'opération de Celſe.

La premiere, quel est l'endroit où Celse perce les membranes de l'œil.

La seconde, quel est ce lieu qu'il appelle Lieu vuide, *Locus vacuus*, où il porte l'aiguille.

La troisieme, comment cette Cataracte, ou ce crystallin obscurci & cataracté, s'abbaisse par la pression de l'aiguille, & quel chemin on lui fait prendre.

Il faut voir si nous pourrons découvrir quel est à peu près l'endroit où Celse perce l'œil; il dit que c'est dans le milieu de l'espace qui est entre le noir de l'œil & l'angle le plus proche des tempes. Voilà qui est bien obscur, car il faut deviner ce qu'il entend par le *noir* de l'œil; il a pû prendre le noir de l'œil, ou pour la prunelle seule, qui effectivement paroît toute noire, lorsqu'on l'examine avec attention, ou bien il l'a pris pour toute la cornée, dont la couleur avec celle de l'iris & de la prunelle, la distingue tellement de tout le blanc de l'œil, qu'elle en paroît d'abord brune ou noire, lorsqu'on la regarde sans attention. Nous allons examiner ces deux choses avec toute l'exactitude possible dans les deux premieres figures.

Soient la premiere & la seconde figure. Ce sont deux yeux dont le milieu *A* de la cornée est également éloigné du grand angle que je pose en *Z* pour les deux yeux. Cet éloignement est de huit lignes. Ce même milieu est aussi également éloigné du petit angle dans les deux yeux; cet éloignement est de neuf lignes dans les yeux suffisamment garnis de graisse, mais dans les gens âgés & fort maigres le centre de la cornée n'est éloigné que de six lignes du grand angle, & de sept lignes du petit angle, parce que l'œil est fort enfoncé. Mais prenons un terme moyen, & supposons que ce grand angle est éloigné de sept lignes, & le petit angle de huit lignes, ce que l'on trouve effectivement dans la plûpart des sujets.

Si Celse a pris la prunelle seule pour le noir de l'œil dans cette situation, & qu'on pique l'œil dans le milieu de l'espace qui est entre le rebord de la prunelle *D*, & le petit coin de l'œil *Y*, ou, ce qui est la même chose, de l'endroit de la cornée *C* qui est vis-à-vis le rebord de la prunelle *D*, on le Fig. 2.

piquera en *F*, à trois lignes trois huitiemes de cet endroit, parce qu'en ſuppoſant le diametre de la prunelle de deux lignes, ce ſera une ligne pour ſon demi-diametre qu'il faudra ôter de huit lignes, ainſi il reſtera ſept lignes; dont la moitié eſt trois lignes & demie, & ſi l'on ôte encore une ligne & demie qu'il y a de cet endroit de la cornée *C* juſqu'à ſon rebord *B*, on le piquera donc en *F*, qui ſe trouve à deux lignes de la cornée. Voilà à la rigueur l'endroit le plus près de la cornée où Celſe peut avoir piqué l'œil. Mais ſi l'on prend garde qu'avant de piquer l'œil, l'on recommande au malade de le tourner du côté du grand angle, comme on le voit dans la troiſieme figure, & par ce mouvement on gagne du moins deux lignes & demie, qui eſt le demi diametre de la cornée depuis *A* juſqu'en *B*, il y a pour lors neuf lignes & demie de champ depuis l'endroit de la cornée *E*, qui eſt vis-à-vis le rebord de la prunelle *D*, juſqu'au petit coin de l'œil, dont le milieu eſt de quatre lignes trois quarts. Si l'on ôte une ligne & demie de la cornée, Celſe a dû piquer l'œil à trois lignes un quart du rebord de la cornée, s'il faiſoit tourner l'œil du côté du grand angle, comme je viens de le dire. Il ne parle point de cette circonſtance dans ſa deſcription. Mais ſelon toute apparence Celſe prenoit toute la cornée pour le noir de l'œil. En veut-on une preuve? c'eſt que dans preſque toutes les Cataractes la prunelle n'a plus rien de noir, hors un cercle fort fin qu'il faut regarder avec beaucoup d'attention pour l'appercevoir, & c'eſt ſans doute du rebord de la cornée qu'il dirigeoit ſon eſpace. S'il ne faiſoit point tourner l'œil, il le piquoit à deux lignes trois quarts, tout proche de *F*: mais en le faiſant tourner, il le piquoit à quatre lignes en *G*. L'on voit par tout ce que je viens de dire, qu'il n'eſt guere poſſible de découvrir préciſément l'endroit où Celſe piquoit l'œil.

Fig. 2. Fig. 3.

Tous les Auteurs qui ſont venus après Celſe, & qui ont décrit cette opération, n'ont oſé déterminer l'endroit où il faut piquer l'œil, ils ont tous gardé la même obſcurité que lui, ou bien ils n'en parlent point. Paul d'Egine qui ſemble vouloir le déſigner, dit que cette diſtance de la cornée eſt de l'épaiſſeur

l'épaiſſeur du manche de l'aiguille : mais quelle eſt l'épaiſſeur de ce manche, ceux de moyenne groſſeur ſont de quatre lignes ? Il n'eſt pas aiſé de décider de quelle groſſeur ils étoient du tems de Paul d'Egine. Nuck pique l'œil à la diſtance de l'iris, de la groſſeur d'un tuyau de paille. Theodore de Mayerne, entre la cornée & l'angle externe. Blanco, à la diſtance de deux ou trois teſtons. Ne voilà-t-il pas des endroits bien déterminés ? Avicenne ne marque point l'endroit où il piquoit l'œil. Paré donne la même deſcription que Celſe. Vigier a copié Paré, & Dolé renvoye à Vigier.

M. Heiſter, qui eſt dans la nouvelle hypotheſe, ne paroît pas plus hardi que les Anciens, il s'eſt ſervi des mêmes expreſſions de Celſe. M. Antoine perce l'œil à deux lignes plus ou moins du cercle extérieur de l'iris. Nous voyons dans le Livre de M. Briſſeau trois endroits où il doit avoir piqué l'œil, ſçavoir à deux lignes, à quatre lignes, & à quatre lignes & demie. Mais revenons à Celſe : examinons le ſecond article.

Celſe, après avoir percé les membranes de l'œil, pouſſe ſon aiguille dans un endroit qu'il appelle lieu vuide, *Locus vacuus*, *Locus inanis*, ce qui n'eſt pas moins obſcur que le premier article que nous venons d'examiner. Il eſt vrai pourtant qu'il dit que ce lieu eſt derriere la prunelle. Il s'imaginoit ſans doute un grand eſpace entre l'uvée & le cryſtallin, & tel que l'ont repréſenté Veſale & Brigs ; mais l'endroit le plus ſpacieux n'eſt que de demi-ligne, comme on le voit en *E*, Fig. 1. ainſi moins large que l'aiguille, & pour y parvenir il faut traverſer le cryſtallin. Mais pour bien déterminer l'endroit où Celſe pouſſoit ſon aiguille, on doit prendre garde qu'il dit qu'il faut la pouſſer droite (*recta*) à travers les membranes, ce qui peut ſignifier l'une de ces deux choſes, ou bien l'aiguille eſt pouſſée droite ſuivant la perpendiculaire *SG* à la tangente *QG*, Fig. 2. & pour lors elle doit ſe rendre au centre *R* par la ligne *SGR*, ou bien l'aiguille y eſt pouſſée par une ligne *TGV*, parallele au diametre *ORM*. Si l'on perce l'œil à trois lignes de la cornée en *G*, & qu'on pouſſe l'aiguille par la parallele *GV* au diametre *OM*, l'expérience fait voir qu'elle doit paſſer

auprès de la partie postérieure du cryſtallin, ce qui eſt conforme à la ſituation des parties de l'œil dont nous avons parlé ci-deſſus, & ce que l'on voit très-bien dans cette figure, qui eſt faite ſuivant les proportions naturelles.

Si l'on perce l'œil à trois lignes & demie ou à quatre lignes par la ligne *NP*, les paralleles ſe trouveront d'autant plus près du diametre de l'œil, & plus éloignés du cryſtallin, ainſi le lieu vuide de Celſe doit être au point *R* ou au point *I*, & toûjours à la partie poſtérieure du cryſtallin. Il ne faut pas croire que Celſe ait d'abord porté ſon aiguille vers la partie antérieure de l'œil, il n'auroit pas trouvé ce vuide, il auroit rencontré le cryſtallin. Il dit poſitivement qu'*il faut porter ſon aigüille dans le vuide.* Il l'appelloit ainſi, parce qu'il ne ſentoit point de réſiſtance au mouvement de l'aiguille; effectivement l'humeur vitrée n'y en apporte pas. Lorſque l'aiguille eſt parvenue dans le vuide, *il la faut incliner*, dit-il, *vers la ſuffuſion*, c'eſt-à-dire, de la partie poſtérieure vers la partie antérieure, ce qui prouve bien qu'il n'eſt pas poſſible de trouver ce prétendu vuide que dans l'endroit *I* ou *R* que nous venons de marquer dans l'humeur vitrée, & ſi l'on prend bien garde à l'aiguille de la plûpart de ceux qui font cette opération, on voit bien par la maniere dont ils la dirigent, qu'elle doit d'abord être portée à la partie poſtérieure du cryſtallin.

Examinons préſentement le troiſieme article, ſçavoir de quelle maniere Celſe abbaiſſe la Cataracte par la preſſion de l'aiguille, & quel chemin il lui fait prendre. Il dit qu'*il faut incliner ſon aiguille vers la ſuffuſion, & la pouſſer peu-à-peu vers le bas de la prunelle, & l'y aſſujettir.*

Lorſqu'il fait incliner ſon aiguille vers la ſuffuſion, il la tranſporte de *I* en *L*, qui eſt la partie ſupérieure du cryſtallin *H* (on ne peut la déterminer autrement dans cette figure) ſur lequel il appuie, & le pouſſe en bas. Si en même tems cette partie ſupérieure *L* eſt tant ſoit peu pouſſée en devant, la partie inférieure *K* eſt obligée de ſe pancher un peu en arriere, rompt la membrane cryſtalline en cet endroit *K*, & ſe fait paſſage en parcourant la ligne *HO* dans l'humeur vitrée, où le cryſtallin

Fig. 3.

eſt logé entre *K* & *M*, & pour lors l'opération eſt prompte, heureuſe, & n'eſt ſuivie d'aucun accident fâcheux : mais cette réuſſite eſt rare, c'eſt toûjours le haſard qui la produit, parce qu'on n'a jamais bien ſçû ce que l'on faiſoit, faute de bien connoître la véritable ſituation des parties de l'œil, & c'eſt même contre l'intention de Celſe, & de ceux qui l'ont ſuivie. Ils ont tous recommandé de loger la Cataracte au bas de la prunelle, ce qu'ils ont exécuté très-ſouvent, parce qu'ils ont preſque toûjours pouſſé leur aiguille juſques dans la chambre poſtérieure, ils ont déchiré la partie antérieure de la capſule, & le cryſtallin eſt pouſſé dans la chambre poſtérieure par le mouvement de l'aiguille, & par le reſſort de l'humeur vitrée; pour lors le cryſtallin eſt appuyé ſur la partie poſtérieure de l'uvée, comme on le voit dans la quatriéme figure. *K L* eſt le cryſtallin dans ſa ſituation naturelle, il eſt marqué ſimplement avec des points. *M N* eſt le même cryſtallin pouſſé dans la chambre poſtérieure, & appuyé ſur la partie poſtérieure de l'uvée *D*, & comme il bouche toûjours la prunelle, il faut le tirer de cet endroit, & le loger ailleurs. On appuie ſon aiguille ſur la partie ſupérieure *M* du criſtallin *M N*, on le pouſſe en bas, & peu-à-peu on le loge ſous l'humeur vitrée, entre *N* & *O* : mais pour cela il faut rompre les ligamens ciliaires *E B* qui viennent du rebord de l'uvée ſe rendre à la circonférence de la membrane cryſtalline; il faut ſéparer les proceſſus ciliaires *K F* d'avec la choroïde à laquelle ils ſont attachés, c'eſt avec la partie inférieure du cryſtallin qu'on doit faire cet ouvrage, & que l'on doit forcer l'humeur vitrée, & l'obliger de reculer pour loger le cryſtallin entre elle & la choroïde. Mais l'on ne peut venir à bout de tant de choſes. Si le cryſtallin n'a aſſez de fermeté & de ſolidité pour reſiſter à l'aiguille, les ligamens ciliaires doivent ſe rompre avec facilité, la ſéparation des proceſſus d'avec la choroïde doit être aiſée; enfin il faut appuyer ſur le cryſtallin d'une maniere à pouvoir le faire gliſſer ſur le penchant de la choroïde Voilà bien des choſes à concilier, auxquelles ni Celſe ni pas un de ceux qui ont pratiqué cette opération n'ont jamais penſé, ils

Fig. 2.

ne croyoient pas avoir affaire au cryſtallin, ni être obligés de faire un ſi grand paſſage.

Si le cryſtallin ſe trouve trop mou, l'aiguille paſſe facilement au travers, il ne faut pas s'attendre de loger de tels cryſtallins entiers ſous l'humeur vitrée.

Si les ligamens ciliaires ſont difficiles à rompre, on eſt obligé d'appuyer davantage ſur le cryſtallin, il eſt encore plus en riſque d'être mis en pieces, il en paſſe quelquefois dans la chambre antérieure, qui lorſqu'elles y reſtent, y cauſent de vives douleurs. Mais ſuppoſé qu'il reſiſte, & qu'il ſoit capable de bien preſſer les ligamens ciliaires, comme ces ligamens ſont attachés à l'uvée, ils la tiraillent, ils lui font faire divers mouvemens qui font prendre différentes figures à la prunelle, & pour lors on s'imagine que la Cataracte eſt adhérente à l'uvée; je ferai voir la fauſſeté de cette opinion dans un autre Memoire. Si avec cela on appuie trop perpendiculairement ſur le cryſtallin, il trouve une trop grande réſiſtance par la proximité des membranes ſur leſquelles il s'appuie, & ne peut facilement gliſſer ſur le penchant de la choroïde pour ſe loger ſous la vitrée.

Il arrive ſouvent que l'aiguille, par ſon mouvement de haut en bas, paſſe au côté du cryſtallin, va couper les ligamens ciliaires, & fait un paſſage; pour lors on loge le cryſtallin, ſi l'humeur vitrée ſe ſépare facilement. Mais cette humeur, ou pour mieux dire la membrane qui la contient, reſiſte quelquefois, & a tant de reſſort, que le cryſtallin ne fait que la comprimer, & ne la ſépare pas, ou bien il la ſépare très-peu, ce qui fait que dans le tems qu'on croit la Cataracte abbattue, le reſſort de l'humeur vitrée la releve dans la chambre poſtérieure, & lorſque l'on voit que cela arrive pluſieurs fois, & que l'on ne peut retenir la Cataracte aſſujettie, Celſe & les autres conſeillent de la découper pour la loger plus commodément derriére l'uvée, & c'eſt un grand haſard ſi dans une opération auſſi laborieuſe on ne découpe l'uvée, & ſi l'on n'ouvre quelques vaiſſeaux.

C B E L O Z

Fig. 2.

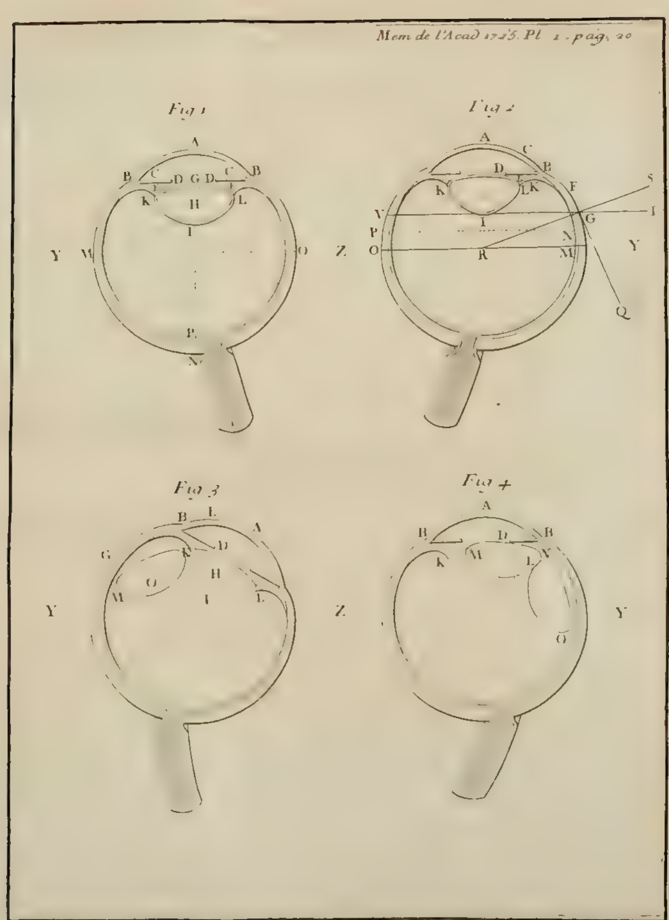
A C D B E K L K F S V T G I P N O R M Y Q

A L Z

Fig. 4.

A B D B M K L N O Y

Ph. Simonneau filius sculp.



Ph. Simonneau filius sculp

PROPOSITION NOUVELLE DE GEOMETRIE ELEMENTAIRE.

Par M. NICOLE.

SI ſur les trois côtés d'un triangle quelconque *ABC*, on fait les trois quarrés *ABED*, *CBFG*, *ACHI*, & que l'on joigne ces trois quarrés par les lignes *FE*, *DI*, *GH*, les trois triangles *BEF*, *ADI*, *GCH*, ſeront chacun égaux au triangle *ABC*. 21 Mars 1725. Fig. 1.

DÉMONSTRATION.

Premier cas. Lorſque le triangle *ABC* eſt rectangle en *C*.

Soit prolongé les deux lignes *EB*, *DA*, & des points *F* & *I* ſoit abbaiſſé les perpendiculaires *FM*, *IN*, ſur ces prolongemens. Soit auſſi abbaiſſé la perpendiculaire *CL* ſur la baſe *AB*.

Les triangles *BMF*, *BLC*, ſont égaux & ſemblables, puiſque les angles *L* & *M* ſont droits; que les angles *LBC* & *MBF*, complémens à un droit du même angle *CBM* ſont auſſi égaux, & que de plus le côté *BC* eſt égal au côté *BF*. La perpendiculaire *FM* eſt donc égale à la perpendiculaire *CL*.

Les triangles *ALC*, *ANI*, ſont auſſi égaux & ſemblables, les angles *L* & *N* étant droits, & les angles *CAL* & *NAI* complémens à un droit du même angle *CAN*, étant égaux; de plus le côté *AI* eſt égal au côté *AC*. La perpendiculaire *IN* eſt donc auſſi égale à la perpendiculaire *CL*. Donc les trois triangles *ABC*, *EBF*, *DAI*, ayant pour baſe les trois lignes égales *AB*, *BE*, *AD*, & pour perpendiculaires les trois lignes égales *CL*, *FM*, *IN*, ſeront égaux, le triangle *HCG* eſt auſſi égal au triangle *ACB*. Donc, &c.

Fig. 2. *Second cas.* Lorſque l'angle *C* eſt obtus.

Soit tiré les mêmes lignes que l'on a tirées dans le premier cas, & de plus ſoit abbaiſſé les perpendiculaires *HP* ſur *CG*, & *AO* ſur *BC* prolongée.

On démontrera, comme dans le premier cas, que les triangles *ACB*, *EBF*, *DAI*, ſeront égaux.

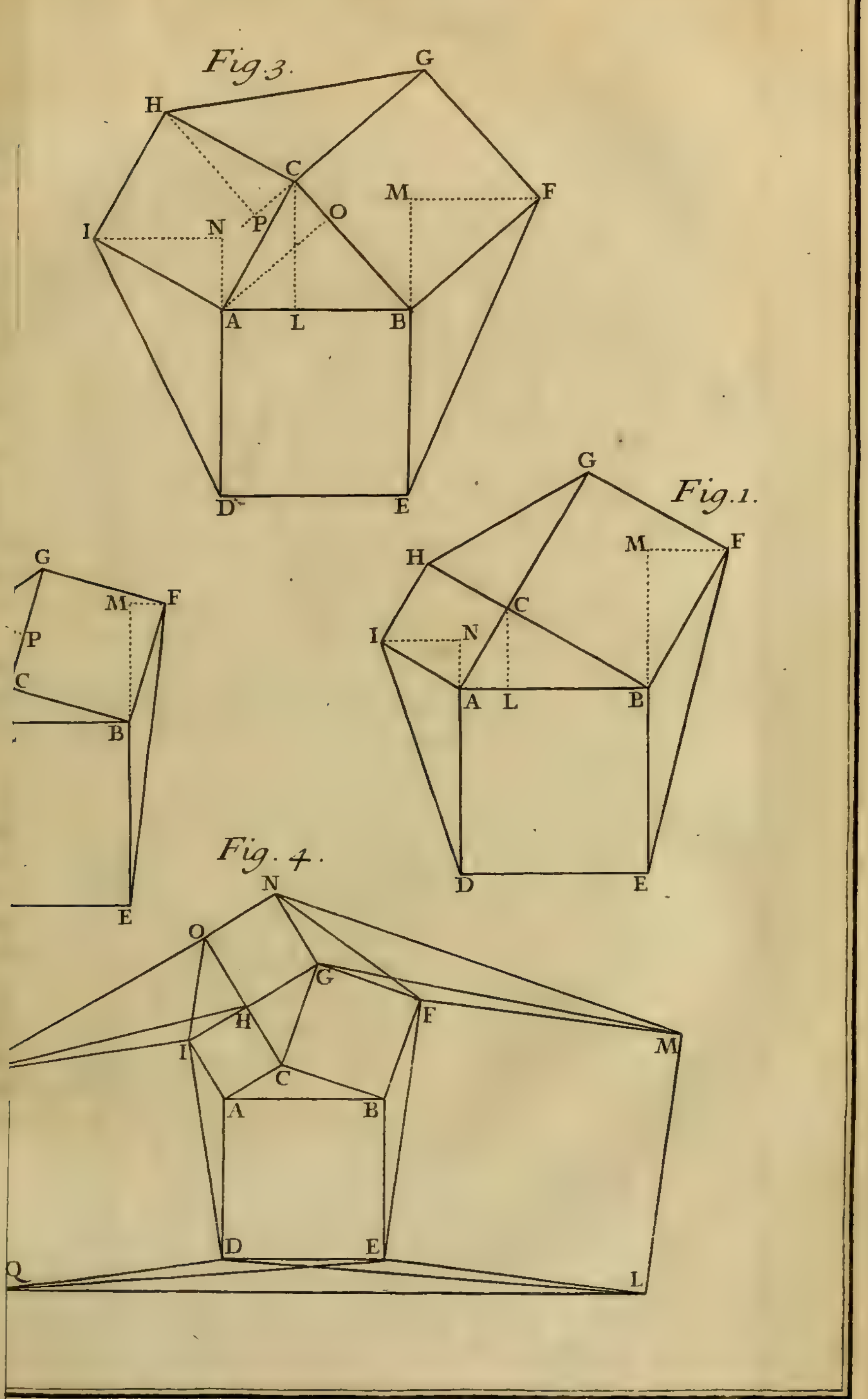
Les triangles *CPH* & *COA* ſeront auſſi égaux & ſemblables, puiſqu'ils ont les angles *O* & *P* droits, & les angles *ACO* & *PCH* complémens à un droit du même angle *OCH* égaux, & de plus le côté *AC* égal au côté *CH*, la perpendiculaire *AO* eſt donc égale à la perpendiculaire *HP*, & partant les triangles *ACB* & *CHG*, ayant les baſes égales *BC* & *CG*, & les perpendiculaires *AO* & *HP* auſſi égales ſeront égaux. Donc, &c.

Fig. 3. *Troiſieme cas.* Lorſque l'angle *ACB* eſt aigu.

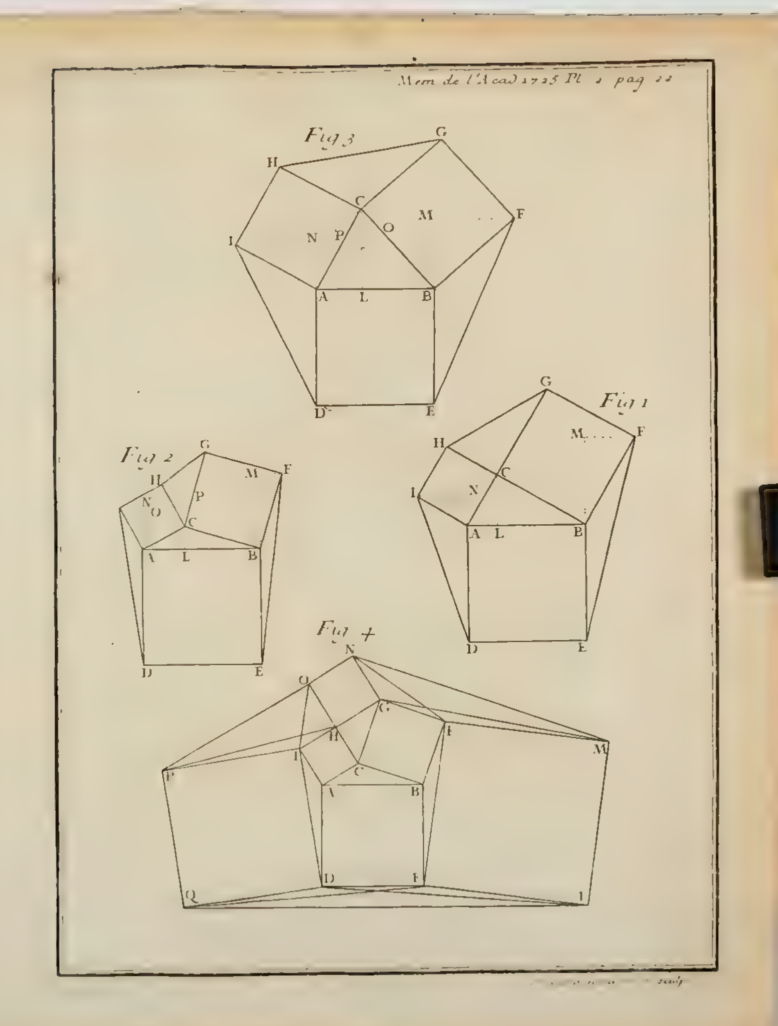
Ce troiſieme cas ne differe du ſecond, qu'en ce que la perpendiculaire *AO* tombe au dedans du triangle *ACB* dans le troiſieme cas, & que dans le ſecond elle tomboit hors de ce triangle, & que la perpendiculaire *HP* tombe hors du triangle *GCH* dans le troiſieme cas, & qu'elle tomboit au dedans de ce triangle dans le ſecond, mais ces deux perpendiculaires ſeront toûjours égales. D'où il ſuit la même démonſtration.

COROLLAIRE I.

Fig. 4. Il ſuit de cette propoſition, que ſi ſur les trois lignes *FE*, *GH*, *ID*, on fait les trois nouveaux quarrés *ELMF*, *GHON*, *IDQP*, & que l'on tire les lignes *LD*, *MG*, *QE*, *PH*, *OI*, *NF*, les ſix triangles *LED*, *QDE*, *MFG*, *NGF*, *OHI*, *PIH*, ſeront tous égaux entr'eux, & ſeront auſſi égaux aux quatre premiers triangles *ABC*, *EBF*, *CGH*, *ADI*. D'où il ſuit encore que ſi l'on mene les trois lignes *LQ*, *MN*, *OP*, elles ſeront paralleles aux lignes *DE*, *GF*, *IH*, puiſque les triangles *LED*, *QDE*, étant égaux, & ayant la même baſe *DE*, doivent être entre mêmes paralleles. Il en eſt de


Fig. 3.
G
H
C
M
F
O
I
N
P
A
L
B
D
E
Fig. 1.
G
H
M
F
C
I
N
A
L
B
D
E
G
M
F
P
C
B
E
Fig. 4.
N
O
G
H
F
I
M
C
A
B
D
E
Q
L

sculp.


Fig 3
G
H
C
M
F
I
N
P
O
A
L
B
D
E
Fig 2
G
H
M
F
N
O
P
C
A
L
B
D
E
Fig 1
G
M
F
H
C
I
N
A
L
B
D
E
Fig 4
N
O
G
H
F
I
M
P
C
A
B
D
E
Q
I

même des triangles *MGF*, *NFG*, & des triangles *OHI* & *PIH*.

COROLLAIRE II.

Il suit aussi que la nouvelle figure *QLMNOPQ*, qui a le même nombre de côtés que la premiere *DEFGHID*, est aussi telle que tous ses angles sont égaux aux angles de la premiere, chacun à son correspondant, puisque les trois lignes *QL*, *MN*, *DP*, sont paralleles aux trois lignes *DE*, *FG*, *HI*; & les trois lignes *ML*, *ND*, *PQ*, étant côtés des trois quarrés faits sur les lignes *FE*, *GH*, *ID*, sont aussi paralleles à ces lignes. Les deux figures *DEFGHID* & *QLMNOPQ* ont donc tous leurs angles égaux, sans que ces figures soient semblables.

ECLAIRCISSEMENS

Sur un Memoire de 1717, *qui traite* de la circulation du Sang dans le Fœtus.

Et quelques remarques sur un systême particulier de M. Vieussens, & sur un écrit de M. Rouhaut sur cette même matiere.

Par M. WINSLOW.

LE Memoire que je donnai à l'Académie en 1717 sur la circulation du sang dans le fœtus, n'auroit été publié alors, ni long-tems après, si M. l'Abbé Bignon ne m'y avoit poussé, avec assûrance que loin de réveiller ou d'augmenter la fameuse guerre qui avoit duré près de vingt ans, il ameneroit la paix. Je fus même obligé de le lire dans une Assemblée publique, & peu de tems après on m'avertit qu'on alloit écrire très-vigoureusement contre moi non-seulement dans le Royaume, mais principalement d'autres pays. M. Mery donna incontinent après un Memoire là-dessus à l'Académie, mais qui ne rouloit que sur la même défense de son systême qu'il 27. Juin 1725.

avoit donné dans ses Memoires précédens. M. Duverney n'avoit pas assisté à ces assemblées, étant encore convalescent d'une grande maladie. Mais quelque tems après il apporta à la Compagnie une grande quantité de belles préparations anatomiques des parties dont il étoit question, sans néanmoins rien montrer qui fût contraire à ce que j'avois dit dans mon Memoire sur le trou de communication & sur sa valvule. Il apporta en même tems les observations qu'il avoit faites sur la valvule d'Eustachius dans environ quarante Sujets de différens âges. Il en avoit examiné dix-neuf en ma présence dans des conférences particulieres, dont nous étions convenus.

Dans cette démonstration M. Duverney fit principalement voir les fibres charnues de l'une & de l'autre veine-cave; celles de leur confluant, tant externes qu'internes; celles qui sont communes aux sacs des deux oreillettes du cœur; celles qui sont communes à la veine-cave & au sac de l'oreillette droite; celles qui sont communes au sac des veines pulmonaires & à l'oreillette gauche; les fibres circulaires qui sont une espece de sphincter de l'ouverture de la cloison des oreillettes dans le fœtus; & enfin un plan double de fibres charnues très-minces de la membrane valviforme de cette ouverture, dont les principales étoient transverses. Il fit voir dans un grand cœur humain le développement des fibres charnues de la cloison des oreilletes; il avoit même divisé cette cloison par son épaisseur en deux plans charnus, de maniere que chaque oreillette, qu'il avoit remplie de coton, restoit séparée avec un plan entier. Il ouvrit l'oreillette gauche d'un Veau mort né, & nous fit voir que la membrane valviforme s'étend au de-là du bord de l'ouverture de communication; c'est ainsi qu'on étoit convenu d'appeller le trou ovale. Dans un autre cœur de Veau, après en avoir ouvert l'oreillette droite, il fit souffler par une des veines pulmonaires dans le sac de l'oreillette gauche, & la valvule s'appliqua au trou, & le ferma, en se voûtant de gauche à droit. Nous vîmes aussi dans un cœur humain la valvule assez longue pour

pouvoir,

pouvoir, ſans être tiraillée, couvrir le trou. Enfin il démontra que la direction de l'ouverture eſt telle, qu'elle eſt tournée un peu obliquement de bas en haut, de droit à gauche, & de derriere en devant.

Pour démontrer les dix-neuf cœurs avec la valvule d'Euſtachius, dont j'ai parlé ci-deſſus, il en avoit fait trois claſſes, dont la premiere étoit de quatre grands ſujets, la ſeconde de treize, depuis un an juſqu'à huit, & la troiſieme de quatre ſujets plus petits. Des quatre grands ſujets, un avoit la valvule d'Euſtachius fort large & en état de fermer l'embouchure de la veine-cave inférieure; elle étoit mince & garnie de ſon tiſſu réticulaire. Dans deux autres elle étoit un peu épaiſſe, & occupoit environ le quart de l'embouchure. Dans le quatrieme elle étoit encore plus étroite & fort mince. Le trou ovale étoit fermé dans tous les quatre.

Des treize ſujets de la ſeconde claſſe, quatre au deſſous de trois ou quatre ans avoient le trou ouvert: un de deux ans & les autres huit plus âgés l'avoient fermé. Les quatre ſujets dont le trou étoit ouvert, avoient la valvule d'Euſtachius étroite & mince, avec cette différence que dans deux elles occupoient environ la moitié de l'embouchure de la veine cave inférieure, & moins dans les deux autres. Parmi les neuf ſujets dont le trou étoit fermé, celui de deux ans avoit la valvule d'Euſtachius fort mince & étroite. Les huit autres avoient pour la plûpart la valvule d'Euſtachius fort large. Dans un de ceux-ci elle occupoit environ le tiers de l'embouchure de la veine-cave, & dans deux autres elle en occupoit environ la moitié. Ces trois ſujets paroiſſoient avoir ſept ans, plus ou moins.

Des quatre plus petits ſujets qui faiſoient la troiſieme claſſe, & dont le trou de communication étoit ouvert, un avoit la valvule d'Euſtachius un peu plus large que le tiers de l'embouchure de la veine-cave. Dans un autre elle n'en occupoit que le tiers, & dans les deux reſtans elle étoit encore plus étroite.

Les conférences particulieres ſe firent dans les mois de

Juillet & d'Août de la même année 1717 au Jardin du Roi chez M. Duverney, & on écrivit nos obſervations ſur le champ, à meſure que nous en étions d'accord. Il fit enſuite ſes démonſtrations à l'Académie dans les premieres Aſſemblées du mois de Septembre ſuivant. Mais comme les grandes vacances de l'Académie commençoient immédiatement après, on eſt demeuré là ſans rien déterminer. Avant ces démonſtrations M. Duverney avoit encore propoſé celle d'une expérience qu'il avoit faite chez lui ſur le cœur d'un petit chat, & par laquelle il avoit vû le trou ſe reſſerrer de tems en tems en maniere de ſphincter, & la valvule s'y appliquer entiérement. Mais on n'en pouvoit rien conclure par rapport au cours du ſang dans l'état naturel ; car dans cette expérience l'oreillette droite étant ouverte, il n'y a rien qui empêche le ſang du Sac pulmonaire & de l'oreille gauche de pouſſer la valvule du côté où il n'y a plus de réſiſtance. M. l'Abbé Bignon a trouvé à propos que j'inſeraſſe ici le rapport que je viens de faire, parce qu'on ne trouve rien là-deſſus dans les Memoires de l'Académie.

J'avoüe ingénuement que ſi les nouvelles démonſtrations de M. Duverney n'avoient rien produit contre ce que j'avois propoſé par rapport au trou ovale & à ſa valvule, celles qu'il m'avoit faites de la valvule d'Euſtachius dans les dix-neuf ſujets, dont j'ai parlé, me firent bien-tôt abandonner ce que j'avois avancé en particulier ſur l'uſage de cette valvule. D'ailleurs comme dans le tems que je donnois mon Memoire, je n'avois eu occaſion de l'examiner que dans un petit nombre de ſujets, je me contentois de dire, *qu'attendu qu'elle ſe trouve plus ordinairement avec toute ſon étendue dans le fœtus ..... elle paroît être neceſſaire pour empêcher*, &c. J'avois ajoûté *que je répondrois dans la ſuite à ce qu'on pourroit m'objecter là-deſſus par rapport aux adultes*, &c. Mais j'avoue encore nettement que je n'ai rien pû trouver de ſatisfaiſant là-deſſus.

Depuis ce tems-là perſonne n'avoit rien publié là-deſſus, juſqu'au mois de Février 1718, que M. Rouhaut porta quelques pieces à l'Académie, pour montrer que la circulation du

ſang dans le fœtus pourroit ſe faire encore d'une maniere différente de ce que les deffenſeurs d'Harvé, M. Mery & moi nous avions avancé. Il ne pouſſa pas alors ces premieres tentatives plus loin, & il fut dans la ſuite appellé à Turin pour être premier Chirurgien du Roi de Sardaigne.

A la fin de l'année l'Académie me demanda la ſuite de mon Memoire : mais comme il n'étoit pas encore imprimé, M. l'Abbé Bignon trouva à propos d'attendre juſqu'à ce qu'on en eût connoiſſance par-tout dans la république des Lettres, afin que ſi quelqu'un en écrivoit, je puſſe en même tems y joindre les réponſes & les éclairciſſemens convenables. Inſenſiblement pluſieurs années ſe ſont écoulées depuis dans un grand ſilence de toute part ſur cette matiere, juſqu'au mois d'Août 1723, que M. Rouhaut envoya à l'Académie un Manuſcrit intitulé : *De la circulation du ſang dans le fœtus.*

Je parlerai plus amplement de cet écrit dans la ſuite. A préſent je vais donner des éclairciſſemens ſur quelques points de mon Memoire de l'année 1717.

J'ai dit dans ce Memoire (page 220) que *pour abréger le chemin de la circulation dans le fœtus, il me ſembloit que ſelon l'ancien ſyſtème le trou ſuffiroit ſans canal artériel, & que ſelon le nouveau ce trou ſeroit inutile, & le canal ſeul y auroit ſatisfait.* C'eſt ce que je devois dire; car dans l'impreſſion il s'eſt gliſſé une tranſpoſition, en mettant l'*ancien* pour le *nouveau*, & le *nouveau* au lieu de l'*ancien*. Et comme j'avois ajoûté en même tems que je donnerois dans la ſuite l'explication de ce que je venois de dire, la voici en peu de mots.

Dans le ſyſtème des Harvéens, le ſeul trou de communication avec plus de capacité de l'oreillette gauche, du ventricule gauche & du tronc de l'aorte aſcendante, ſuffiroit ſans le canal de communication, qui de cette maniere ſeroit inutile. Car le ventricule droit auroit aſſez de ſang pour les poumons, qui, ſelon eux, n'en peut pas recevoir beaucoup dans le fœtus. Le ventricule gauche en auroit la plus grande portion pour être envoyée à toutes les parties du fœtus, tant ſupérieures qu'inférieures, & au placenta par le cordon om-

bilical. Ceci ſatisferoit encore à l'autre point dont les deux partis ſont d'accord, ſçavoir que le ſang du fœtus a beſoin d'être ranimé par les particules aëriennes du ſang de la Mere; & même la diſtribution en ſeroit plus égale.

Dans le ſyſtème de M. Mery, ſelon lequel le ſang du fœtus paſſe librement par les poumons, le ſeul canal artériel, avec augmentation des capacités gauches, ſuffiroit pour abréger le chemin de la circulation à une partie du ſang ſans le trou ovale. Car le ſang revenu des poumons trouveroit aſſez de place dans l'oreillette & dans le ventricule gauches, pour aller enſuite dans l'aorte joindre le ſang du canal artériel. De cette maniere le trou ovale ſeroit inutile, qui d'ailleurs loin d'accourcir le chemin à une portion du ſang, ſelon le ſyſtème de M. Mery, l'allonge au contraire, en ce que cette portion doit, ſelon lui, paſſer deux fois par le ventricule droit, avant que de paſſer une fois dans l'aorte.

A la page 221 de mon Memoire, on lit ces mots : *Je remettrai à une autrefois à dire de quelle maniere j'ai ſurmonté le dernier obſtacle.* Ces mots y ſont reſtés par inadvertance, après que j'avois changé le deſſein de différer : car dans ce même Memoire, après avoir avancé ma penſée ſur une conformité particuliere qui ſe rencontroit dans l'exécution des expériences des deux partis contre leur deſſein, j'ai dit (p. 224.) que *par-là on n'avoit pas beſoin de ſe tourmenter ſur le calcul des capacités, des réſiſtances, des viteſſes*, &c. En effet, le paſſage par le trou de communication s'eſt trouvé libre de côté & d'autre dans les expériences de l'un & de l'autre parti; & les deffenſeurs d'Harvé n'ont pû produire une ſeule expérience ſolide pour prouver l'inpoſſibilité du paſſage de gauche à droit, ni ceux de M. Mery une ſeule pour montrer ce qui empêcheroit le ſang de paſſer de droit à gauche. C'eſt ce qui m'avoit encore fait dire à la p. 222 : *Le tout bien conſidéré, ces faits & ces expériences ne prouvent autre choſe à mon égard que la liberté réciproque du paſſage du ſang. Les conſéquences que chacun tire à ſa façon des capacités, des puiſſances, des réſiſtances, des viteſſes, &c. ſont enveloppés de trop de difficultés pour engager ceux*

qui veulent voir clair, de prendre un parti préférablement à l'autre.

Il ne sera pas hors de propos de rapporter ici deux cas extraordinaires & bien avérés, l'un d'un fœtus sans trou ovale, & l'autre d'un fœtus sans canal artériel. Le premier a été disséqué par feu M. Vieussens, & l'autre par Stenon.

J'avois fait mention de celui de M. Vieussens à la fin de mon Memoire de 1717. En voici l'histoire en abrégé, tirée de son traité *du cœur*, imprimé à Toulouse 1715, page 15. D'abord que la mere eut mis cet enfant au jour, il parut bien nourri & bien formé, mais il eut toûjours la respiration fort genée, & la voix basse & enroüée; toute la surface de son corps resta toûjours d'une couleur plombée, & les extrémités n'en furent jamais chaudes, & ses yeux parurent toûjours abbattus & comme éteints. Il mourut dans l'espace de trente heures ou environ. Son cadavre fut ouvert. Il n'y eut d'altération sensible dans les parties du bas ventre qu'un gonflement trop grand des vaisseaux sanguins. Le poumon parut extraordinairement gonflé. On trouva son ventricule droit beaucoup plus grand qu'il n'auroit dû être, & le tronc de l'artere pulmonaire étoit extraordinairement dilaté. On ne trouva aucun vestige du trou ovale. Le tissu du poumon étoit abbreuvé des sucs phlegmatiques, & ses vaisseaux étoient fort dilatés. M. Vieussens attribue les incommodités de ce nouveau né au défaut du trou ovale, & à l'engorgement du poumon qui empêchoit le sang de passer librement par les vaisseaux de ce viscere pour aller au ventricule gauche, & de-là être envoyé aux parties externes du corps.

L'exemple du défaut du canal artériel, observé par Stenon, est rapporté dans les *Acta Hafniensia* de Th. Bartholin, vol. 1. obs. 110. Ayant disséqué un veau fœtus à Paris, il y trouva d'abord l'artere pulmonaire beaucoup plus étroite que l'aorte, & ayant fendu cette artere depuis le ventricule droit jusques vers le poumon, il apperçut que le canal artériel y manquoit tout-à-fait. Il observa ensuite trois ouvertures dans ce même ventricule, du côté de l'oreillette, & deux qui s'ouvroient dans les arteres. La cavité de l'aorte étoit commune aux

deux ventricules, & formoit par le moyen de leur cloiſon deux ouvertures. A l'égard des oreillettes, il n'y avoit rien de différent de leur conformation ordinaire dans le fœtus.

Ces deux obſervations ont quelque rapport avec ce que j'ai dit ci-deſſus de l'abrégé de la circulation du ſang dans le fœtus ſelon les deux ſyſtèmes oppoſés. Dans le fœtus de Stenon la communication immédiate du ventricule gauche avec la baſe du tronc de l'aorte ſuppléoit au défaut du canal artériel. Dans le fœtus de M. Vieuſſens il ne s'eſt point trouvé de ſupplément du défaut du trou ovale. Si M. Vieuſſens avoit ouvert la veine-cave ſupérieure, il y auroit peut-être rencontré de petits trous de communication entre elle & la veine pulmonaire, comme j'en ai trouvé dans un adulte dont j'ai fait mention dans mon Memoire. Ces trous auroient pû en quelque maniere ſuppléer au trou ovale.

J'ai dit à la page 221 du Memoire, que *la membrane valviforme n'eſt pas diſpoſée pour faire la fonction des vraies valvules, qui ſont ſituées de maniere, que pour s'oppoſer au retour du ſang, elles s'écartent des parois auxquelles elles ſont attachées.* Je croyois que la ſtructure de ces valvules étoit aſſez connue pour comprendre ce que je voulois dire; ſçavoir, que pour faire leur fonction, leur bord libre ou flottant s'écarte des parois auxquelles leur fond eſt attaché, & s'applique aux parois oppoſées; car toutes ces valvules empêchent le retour du ſang, en s'y oppoſant par leur face concave, & non pas par leur face convexe, & elles ſe voutent plus ou moins ſelon l'effort de ce retour. Au contraire pour céder au cours ordinaire du ſang, & lui faire paſſage, leur bord flottant ou libre s'approche des parois auxquelles leur fond eſt attaché.

Ce n'eſt pas de même dans la fonction de la membrane valviforme: car, ſelon l'idée de l'ancien ſyſtème, pour permettre au ſang d'aller à gauche par le trou de communication, le bord libre de cette membrane doit s'écarter de la parois, à laquelle ſon fond eſt attaché: & pour empêcher le retour du ſang de gauche à droit, elle doit s'appliquer à cette parois pour boucher le trou de communication.

Enfin j'ai promis à la fin de mon Memoire de parler dans la suite de ce que M. Vieussens a avancé dans son traité *du cœur*, sur le changement de forme de la valvule par la systole & la diastole des oreillettes; d'autant plus qu'il paroît qu'on n'en fait pas mention, ou qu'on l'ignore, soit que le titre général de ce traité du cœur n'ait pas porté les curieux à l'y chercher, soit que la longueur les en ait détournés. Cela m'oblige nécessairement d'en donner l'extrait que voici: M. Vieussens appelle *fosse de la veine-cave*, l'enfoncement superficiel, plat & presque circulaire, qui paroît dans l'adulte à l'endroit où le trou de communication avoit été dans le fœtus. Il donne à la portion la plus élevée ou saillante du rebord de cet enfoncement, & qui est comme la base de la veine-cave supérieure, le nom d'*Isthme*. Il fait observer que ce contour est formé de fibres charnues, & il le regarde comme une espece de sphincter, qui se peut resserrer & se dilater par la contraction & l'allongement de ses fibres. Il fait faire attention aux fibres charnues qui sont communes à la veine-cave, & à la partie voisine de l'oreillette droite, & sur celles qui sont communes à cette même oreillette & au sac des veines pulmonaires qui appartient à l'oreillette gauche. Il dit que toutes ces fibres établissent une liaison particuliere entre les oreillettes & la portion de la veine-cave, à laquelle ces troncs aboutissent, & qui est aussi garnie de fibres circulaires en maniere de sphincter. Il appelle trou ovale l'ouverture qui dans le fœtus & dans quelques adultes se trouve en haut, entre la fosse orbiculaire & le bord de la valvule, qu'il reconnoît à peu-près comme les deffenseurs d'Harvé. Je retiens ici le terme ordinaire des fibres charnues, quoique l'Auteur employe celui de conduits charneux.

Sur cette description M. Vieussens raisonne ainsi, pag. 35 » de son traité. Puisque l'Isthme, dit-il, se contracte & s'al- » longe de la maniere dont je l'ai expliqué ci-dessus, il est » constant qu'il ne sçauroit se contracter sans diminuer l'éten- » due de la veine-cave, sans relâcher dans le fœtus la valvule » située derriere le trou ovale, sans faire entr'ouvrir ce trou,

» & ſans faire paſſer par lui dans le tronc de la veine pulmo-
» naire, une partie du ſang, qui ſe trouve dans le tems de ſa
» contraction près de l'embouchure de l'oreillette droite &
» du ventricule droit du cœur. Si l'iſthme fait entr'ouvrir par
» ſa contraction le trou ovale, & relâche la valvule couchée
» derriere lui dans le fœtus, il eſt certain qu'il bouche ce trou,
» & tend cette valvule lorſqu'il s'allonge; c'eſt pourquoi le
» trou ovale ne ſçauroit laiſſer paſſer dans le fœtus & les adul-
» tes dans leſquels il ſe trouve ouvert, du ſang de la veine-cave
» dans la veine pulmonaire, tandis que l'iſthme reſte allongé.
» Et page 51 : Comme les conduits charneux (fibres char-
» nues) du tronc de la veine pulmonaire ſe ſerrent dans le
» même tems que l'iſthme ſerre le commencement du tronc
» ſupérieur de la veine-cave, on peut aſſûrer qu'ils (qu'elles)
» concourent avec lui à entr'ouvrir le trou ovale, pour que
» dans le fœtus il laiſſe paſſer du ſang de la derniere de ces
» deux veines dans la cavité de la premiere. (C'eſt-à-dire, de
la veine-cave dans le ſac des veines pulmonaires.)

La deſcription que M. Vieuſſens donne ici des fibres charnues qui ſont communes aux deux oreillettes, & de celles qui forment une eſpece de ſphincter du trou ovale; cette deſcription, dis-je, eſt confirmée par les démonſtrations de M. Duverney, dont j'ai fait le récit ci-deſſus. Feu M. Mery, dans ſon traité *de la circulation du ſang dans le fœtus*, 1700, avoit déja averti (p. 37) que *les fibres charnues de la cloiſon des oreillettes environnent le trou ovale, & forment une eſpece de ſphincter à ſon entrée*; & (p. 39.) *que l'union des deux veines-caves avec l'oreillette gauche forme un cercle de quatre ou cinq lignes de diametre, & élevé d'environ demi-ligne d'épaiſſeur.* Cette élévation ou épaiſſeur du cercle de M. Mery répond au bord de l'enfoncement que M. Vieuſſens appelle foſſe de la veine-cave. Ce que M. Mery dit au même endroit *que les fibres charnues environnent le trou ſans être circulaires*, m'avoit d'abord paru contradictoire: mais ayant bien examiné & développé ces fibres, j'ai trouvé effectivement que leur contour fait dans un endroit plutôt une eſpece d'angle qu'une portion de cercle.

Sans

Sans ce développement, la portion supérieure du cercle, plus saillante & plus épaisse que le reste, paroît d'abord comme une arcade, dont les extrémités s'enfoncent dans l'épaisseur de la cloison, & sont cachées par la membrane qui la tapisse.

C'est de cette arcade charnue que j'ai dit dans mon Mémoire de 1717 qu'*elle forme en partie l'ouverture ovale*, & j'avois donné à ses extrémités le nom de *cornes*. M. Rouhaut dans son Mémoire de 1723, appelle ces extremités *piliers*, & dit que *ces deux piliers laissent entre eux une ouverture qu'on nomme trou ovale.* Il ajoûte que *cette ouverture n'est faite que par l'écartement des fibres charnues qui sont dans l'épaisseur de la cloison.* Ensuite, en parlant de la valvule, il dit *avoir trouvé entre les deux membranes, dont elle est composée, quelques fibres charnues qui se portent de la partie inférieure de cette valvule vers la partie supérieure.* Ces fibres sont de celles dont M. Duverney avoit fait voir plusieurs plans dans les démonstrations que j'ai citées ci-dessus, & auxquelles M. Rouhaut étoit aussi présent. Elles paroissent même assez visiblement dans les préparations seches qui se sont trouvées dans le cabinet de feu M. Mery. Il est bon d'avertir ici en passant que M. Mery a aussi parlé des fibres charnues dans son traité de 1700, pages 13, 22.

Mais pour revenir à M. Vieussens, l'explication qu'il fait des usages du trou ovale & de la valvule, mérite une attention particuliere, & peut être regardée comme un systême particulier. Car quoiqu'il convienne avec les Harvéens, que le sang passe de droit à gauche, &c. il en differe, en ce qu'il dit que *le sang passe par le trou ovale dans la systole ou contraction des oreillettes, & que dans leur diastole ou dilatation la valvule ferme ce trou, & s'oppose au retour du sang.* C'est ce qui m'a engagé d'en faire ici le rapport, d'autant plus que M. Rouhaut n'en a pas fait mention dans le Mémoire qu'il a envoyé. Avant que de m'expliquer sur ces particularités, & de donner le reste des éclaircissemens des points mentionnés à la fin de mon Mémoire de 1717, il est fort à propos de faire par un Mémoire particulier quelques remarques sur l'écrit de

M. Rouhaut, qu'on peut réduire à sept ou huit articles, dont voici le plan. Il fait d'abord une espece de préliminaire sur la prévention & l'obstination, même par rapport aux expériences. Il donne ensuite une description des parties dont il s'agit. Après cela il examine pourquoi ces mêmes parties, qui ont été démontrées à Mrs. les Commissaires de l'Académie, se sont trouvées si différentes; & il examine encore, si les préparations de M. Mery sont préférables à celles de ses adversaires. Enfin il rapporte les différens sentimens touchant la maniere dont se fait la circulation du sang dans le fœtus, & il en fait des articles particuliers sous ces quatre titres : *Circulation du sang dans le fœtus selon Harvée : systême de M. Winslow sur la circulation du sang du fœtus : systême de M. Mery : systême de M. Rouhaut, de l'usage du trou ovale & du canal de communication.* L'année suivante il a fait imprimer le même Mémoire en Italien, avec très peu de différence. Il a jugé à propos d'en ôter tout ce qui me regarde, ayant seulement traduit la description de la valvule d'Eustachius que j'ai donnée en 1717, & dit plus décisivement que moi (sans me nommer) qu'elle ne se trouve pour l'ordinaire que dans les fœtus.



DESCRIPTION D'UNE POMPE

Qui peut servir utilement dans les Incendies.

Par M. DU FAY.

IL y a quelques années qu'il parut un petit écrit de quatre pages en Allemand, imprimé à Leipsick, qui annonce la découverte d'une pompe très-utile pour les incendies, dont le Sr. Jacob Leupold Mathématicien & Méchanicien de S. M. le Roi de Prusse, Conseiller du Conseil de Commerce, & membre de la Société des Sciences est l'inventeur. Cet Auteur entre d'abord dans le détail des inconvéniens, presque inséparables des remedes ordinaires qu'on apporte aux incendies, comme le peu d'ordre & de police qui s'y observe, l'embarras même de ceux qui s'empressent pour y donner du secours, la quantité d'eau qui y est employée sans succès avec des seaux & autres pareils instrumens, pendant qu'une quantité d'eau beaucoup moindre, mais employée à propos, pourroit suffire pour les éteindre. Il vient ensuite aux pompes foulantes & aspirantes ordinaires, dont il dit qu'on ne peut pas tirer un grand secours, parce que n'ayant qu'un seul corps de pompe, elles ne dardent l'eau que par secousses, c'est-à-dire, lorsqu'on abbaisse le piston seulement, & ne font aucun effet lorsqu'on l'éleve, ce qui donne au feu le tems de se rallumer. Il avoue en même tems la beauté de l'invention, & même l'utilité des pompes doubles, telles que sont celles dont on se sert aujourd'hui, qui n'ont point ce défaut, parce qu'ayant deux corps de pompe qui aboutissent au même tuyau, l'un des deux pistons est toûjours abbaissé lorsqu'on éleve l'autre, ce qui fournit de l'eau continuellement & sans aucune interruption; mais il y trouve encore plusieurs inconvéniens :

28. Février 1725.

Premierement, qu'il faut beaucoup de tems & d'hommes pour les amener des endroits où elles sont gardées dans celui où peut arriver l'incendie. Secondement, qu'elles ont besoin d'un soin continuel & d'un entretien considerable, afin que le piston & les cuirs des tuyaux ne se dessechent point, & soient toûjours en état de servir. En troisieme lieu, qu'il faut un grand nombre d'hommes pour les faire agir, & qu'elles occupent un terrein considérable, étant même d'un transport fort difficile par leur pesanteur & leur volume, lorsqu'on les veut changer de place.

De ces considérations, qu'on peut dire assez bien fondées, il conclut qu'une pompe qui pourroit avoir les avantages de ces grandes, & qui n'en auroit point les incommodités, feroit préférable à toutes les autres especes. Il remarque que depuis quelques années on en a inventé une en Dannemarck qui a toutes ces qualités, mais qu'elle est mal exécutée, par le peu d'habileté de l'inventeur ou de l'ouvrier, n'ayant qu'une soupape ou clapet fort mince soudée avec de l'étain, & qu'elle a beaucoup d'autres incommodités qui l'ont déterminé à la changer entierement, & à en faire une à laquelle il croit qu'on ne peut rien desirer. 1°. Elle est légere & portative, ne pesant que 15 ou 16 livres. 2°. Elle est petite, & ne tient pas plus de place que celle qu'un seul homme occupe. 3°. Un homme seul peut par son moyen élever l'eau à 20 ou 30 piés de haut avec une main, tandis qu'avec l'autre il dirige le tuyau à l'endroit où il veut. 4°. Elle darde l'eau sans interruption, n'ayant cependant qu'un seul corps de pompe & un seul piston. 5°. Elle en fournit une assez grande quantité, quoiqu'elle en donne moins que les pompes doubles ordinaires.

Voilà les avantages que cet Auteur prétend tirer de la pompe qu'il a imaginée, & dont il ne donne aucune description, mais seulement la figure extérieure qu'il a fait graver, avec une planche de bois à peu-près telle qu'on la voit *Fig.* 1.

Il prend la même précaution pour cacher son secret, lorsqu'il vend quelqu'une de ces pompes, car on n'y voit rien de plus que ce qui paroît dans le dessein, n'y ayant autre chose

qu'un ſeau de cuivre dans lequel eſt une eſpece de cone de cuivre poſé ſur ſa baſe, arrondi par ſa partie ſupérieure. Ce cone renferme ſans doute un corps de pompe : mais on ne le voit point; il paroît ſeulement le manche du piſton, la main pour le mouvoir, un tuyau qui s'éleve du fonds du vaiſſeau, & qui ſe dirige où l'on veut par le moyen d'une eſpece de charniere.

Voilà tout ce qui ſe peut découvrir de cette machine, le reſte étant entierement renfermé, & ſoudé de ſoudure forte. Cette pompe que j'ai vûe, telle que je viens de la décrire, chez M. de Rathſemhauſen à Straſbourg, paroît avoir en effet tous les avantages que l'Auteur promet : premierement, ceux qui réſultent de ſon peu de volume, de ſa légereté, & par conſéquent de la facilité de ſon tranſport ſont viſibles. En ſecond lieu elle darde l'eau très-haut, ſans interruption, ſoit qu'on éleve ou qu'on abbaiſſe le piſton, & en fournit à peu-près la quantité que l'on ſouhaite pat les différens ajutages qu'on peut y mettre.

Voyant qu'il ne m'étoit pas poſſible de deviner la conſtruction intérieure de cette pompe par ce qui en paroiſſoit au dehors, j'ai tâché d'en imaginer une qui pût avoir la même forme apparente, & qui fit les mêmes effets, ce qui devoit néceſſairement procurer les mêmes avantages. Je n'aſſûrerai pas que celle que je propoſe ſoit préciſément la même choſe, puiſque le même effet peut être produit par différentes cauſes : mais on verra du moins par la deſcription que je vais en donner, qu'il n'y a aucune différence dans la conſtruction extérieure, non plus que dans les effets & les avantages de l'une & de l'autre.

A, *B*, eſt un corps de pompe de cuivre long d'un pied ou environ, & de deux pouces de diametre intérieur. A ſon extrémité inférieure *B* eſt ſoudée une ſoupape de cuivre qui, s'élevant en même tems que le piſton, laiſſe entrer l'eau dans le corps de pompe, & retombant enſuite, l'empêche de ſortir. *C* eſt un tuyau de cuivre recourbé qui eſt ſoudé au corps de pompe avec lequel il a communication, & qui s'élargit à ſa Fig. 2.

partie ſupérieure en forme d'entonnoir pour recevoir une ſeconde ſoupape auſſi de cuivre, qui y eſt ſoudée. Cette premiere piece, ainſi conſtruite, ſera renfermée dans l'ellipſoïde
Fig. 3. de cuivre *D*, de maniere cependant que le corps de pompe en ſorte par ſes deux extrémités, comme on le voit *Fig.* 3.

Vers le bas de cet ellipſoide ou balon, comme en *E*, on ſoudera un tuyau de cuivre aſſez long pour qu'il puiſſe remonter juſques au haut de la pompe on environ; à l'extrémité ſupérieure *F* de ce tuyau on en peut ajuſter un de cuir à la façon des pompes ordinaires, au bout duquel ſera un ajutage pour donner la quantité d'eau qu'on jugera à propos.

Toute la machine étant ainſi finie, & l'enveloppe de cuivre très-exactement ſoudée, ou la diſpoſera dans un bacquet de bois ou dans un ſeau de cuivre de la grandeur que l'on voudra, & on l'y arrêtera bien de la maniere qu'elle l'eſt *Fig.* 4. ou de telle autre qu'on voudra imaginer.

Fig. 4. *G*, eſt une planche épaiſſe cloüée au fonds du bacquet, & percée d'un trou égal au bout inférieur de la pompe pour la recevoir & la retenir ſans aucun mouvement; elle peut auſſi avoir pluſieurs autres trous en *H* pour laiſſer entrer l'eau dans le corps de pompe: on arrêtera de même l'extrémité ſupérieure de la pompe qui ſort au deſſus de l'ellipſoïde avec une piece de fer ou de bois qui aura un collet qui entourera la pompe, & ſera attachée par ſes deux extrémités aux bords du bacquet de bois; ſi c'eſt un ſeau de cuivre, il ſera encore plus facile de l'aſſûrer ſans aucun mouvement: on peut l'y arrêter à demeure ou ſimplement avec un crochet pour pouvoir retirer, quand on le juge à propos, la pompe du bacquet.

Fig. 4. Le tout étant ainſi préparé & diſpoſé de la façon qu'on le voit dans la Fig. 4. & le bacquet étant rempli d'eau, on bouchera avec le doigt le trou de l'ajutage *L*, & avec l'autre main on élevera & on abbaiſſera le piſton à pluſieurs repriſes; chaque fois que le piſton ſera élevé, l'eau entrera par la ſoupape dans le corps de pompe, & lorſque le piſton ſera abbaiſſé, elle ſortira du corps de pompe, & paſſant par la ſoupape *K* de la troiſieme figure, elle entrera dans le balon *D*, où elle

demeurera, ne pouvant en ſortir par le tuyau *E*, parce qu'on en a bouché l'extrémité avec le doigt; par conſéquent l'air qui occupoit toute la capacité *D* eſt comprimé dans la partie ſupérieure, & l'y eſt d'autant plus fortement, qu'on y introduit une plus grande quantité d'eau.

Lorſqu'on jugera par la réſiſtance qu'on trouvera à faire joüer le piſton, que l'air eſt ſuffiſamment comprimé, on ôtera le doigt de l'ajutage *L*, & l'on dirigera le tuyau à l'endroit où l'on veut faire aller l'eau; on continuera enſuite de pomper, & on remettra de l'eau dans le bacquet à meſure que celle qui y eſt s'épuiſera.

Il eſt aiſé de voir que cette pompe doit darder l'eau ſans interruption, & toûjours à la même hauteur, parce que la compreſſion de l'air diminue de ſi peu de choſe pendant qu'on éleve le piſton, qu'il ne peut pas y avoir de différence ſenſible, & qu'on peut fournir dans la capacité *D* une beaucoup plus grande quantité d'eau que celle qui en peut ſortir par le bout de l'ajutage. Ainſi la compreſſion de l'air agiſſant continuellement dans la partie ſupérieure de la capacité du balon, elle aura toûjours la même force pour élever l'eau dans le tuyau *E*, & la faire ſortir avec violence par le trou de l'ajutage.

On peut, ſi l'on veut, au lieu de tuyau de cuir, ſe ſervir d'un de cuivre avec une eſpece de charniere pareille à celle qui eſt à la pompe du S. Leupold; ce ſont deux pieces de cuivre telles qu'on les voit en *M* & *N*, qui étant aſſemblées, Fig. 5. ont la figure *O*; à la cavité intérieure de l'une de ces deux pieces, répond le tuyau qui monte depuis le bas de l'enveloppe de cuivre, & à l'autre eſt attaché le bout du tuyau qui porte l'ajutage : ces deux pieces de cuivre ſont bien graiſſées dans les parties qui ſe touchent, & ſont ſerrées l'une contre l'autre par une vis, comme on le voit *Fig.* 5. Il ſeroit encore mieux cependant, & plus aiſé à exécuter, de placer à l'extrémité du tuyau de cuivre un robinet tel qu'on le voit *Fig.* 6. La clef de ce robinet eſt percée ſuivant ſa longueur; & ſon extrémité qui eſt prolongée, porte une vis qui entre dans l'écrou de l'ajutage recourbé *P*; trois trous qui percent de

part en part cette clef, communiquent à l'ouverture faite suivant sa longueur, & laissent un passage libre à l'eau, de quelque côté qu'on tourne la clef pour diriger l'ajutage vers l'endroit où l'on veut élever l'eau; on peut laisser un des trous de cette clef bouché, afin de se dispenser de tenir le doigt au bout de l'ajutage.

Cette disposition demande un peu plus d'appareil que le tuyau de cuir, mais aussi elle a deux avantages considérables; l'un, qu'elle ne demande aucun soin pour l'entretenir comme le tuyau de cuir, qu'il faut nécessairement conserver dans un lieu humide pour pouvoir s'en servir, & l'autre, que l'ajutage reste toûjours dirigé dans l'endroit où l'on le met, sans qu'il soit besoin de le tenir avec la main, ce qui fait que celui qui pompe n'est aucunement fatigué, pouvant se servir des deux mains, ou alternativement de l'une & de l'autre.

Ayant par ce moyen évité la necessité de l'entretien dans une chose qui paroissoit d'abord en demander, il restoit à faire ensorte que le piston n'en eût pas besoin non plus : le S^r. Leupold dit bien que sa pompe est telle que le piston ne s'en desseche point, & qu'il n'y a aucun soin à en avoir, mais il ne décrit point la façon dont il est construit, & même dans la pompe de sa façon que j'ai vûe, il y est enfermé par le corps de pompe qui est retréçi par en haut, ainsi on ne peut y rien voir.

Ce que j'ai trouvé qui réussissoit le mieux est un assemblage de morceaux de chapeau coupés bien exactement sur le diametre du corps de pompe, & serrés médiocrement fort entre deux plaques de cuivre : ce piston ayant été une fois bien graissé, ne demande aucun soin, & fait toûjours le même effet, quand on auroit été un an ou plus sans en faire usage.

Comme le Lévier dont on se sert pour élever le piston a un mouvement circulaire autour de son point d'appui, & que par conséquent le piston ne monte pas perpendiculairement, j'ai pris la précaution de faire au haut du piston un canon de cuivre d'un pouce de diametre dans lequel le manche du piston joüe librement, n'y étant arrêté que par une goupille; par ce moyen

moyen on peut faire aller très-aisément le piston d'un bout à l'autre du corps de pompe, quoiqu'il suffise de lui faire faire quatre à cinq pouces de chemin pour avoir tout l'effet qu'on en peut attendre.

Il y a déja eu quelques pompes faites sur ce principe, & entre autres une dont la description se trouve dans les Regiſtres de l'Académie : mais la construction en étoit très-différente, & elle perdoit une partie de ses avantages, parce que la capacité dans laquelle l'air se condensoit, étoit séparée du corps de pompe, & qu'il falloit un coffre de bois d'un grand volume pour contenir le corps de pompe, & cette capacité, qu'on avoit cependant faite très-petite, & qui par conséquent ne pouvoit faire qu'un effet médiocre, au lieu que dans celle-ci la compression se faisant sur une assez grande quantité d'air, l'effet en est bien plus considérable, quoique le volume de toute la machine soit si petit qu'il excede de très-peu celui d'un seau ordinaire.

Quelque avantageuse & quelque commode que paroisse cette sorte de pompe, il est certain néanmoins qu'on n'en tireroit pas une grande utilité, si on se contentoit d'en faire garder quelques-unes dans certains lieux de la ville, comme on fait aujourd'hui des pompes doubles ordinaires : car il seroit impossible de les amener assez promptement dans les lieux où arrive l'incendie pour qu'il n'eût pas déja fait un progrès considérable, & cependant on sçait qu'indépendamment de la perte que cause ordinairement un incendie qui a duré quelques heures, il devient encore beaucoup plus difficile à éteindre, au lieu que dans le commencement le moindre secours appliqué utilement le pourroit arrêter. On voit par-là combien il seroit à souhaiter qu'on pût avoir de ces pompes assez à portée de tous les incendies qui arrivent, pour pouvoir s'en servir dès le commencement.

Voici donc ce que je croirois nécessaire pour tirer de cette sorte de pompe toute l'utilité qu'elle peut avoir : il faudroit qu'on fût obligé d'en avoir une dans plusieurs maisons de chaque ville, ce qui se pouvant répartir sur tous les propriétaires,

ne feroit qu'un petit objet pour chacun, & ne feroit point à charge à celui qui l'auroit chez lui, puifque, comme nous l'avons vû, elles n'exigent aucun foin, ni aucun entretien. Il eft certain que pour lors, fi-tôt qu'il arriveroit le moindre incendie, on y auroit en un quart d'heure vingt pompes en état de fervir, ce qui arrêteroit à coup sûr le feu dans le moment de fa naiffance; les puits qu'on n'auroit point taris avec des feaux, comme on fait ordinairement avant d'avoir recours aux pompes, fourniroient une quantité d'eau fuffifante, puifqu'il n'y en auroit point de jettée inutilement. Si la violence du feu étoit telle qu'on eût mis à fec tous les puits du voifinage, on fçait les autres moyens auxquels on a recours, comme d'arrêter le ruiffeau des rues, ou de rompre les tuyaux dans celles où il en paffe, ce qui fe pratique avec les pompes ordinaires; mais cette eau étant fale, & prefque toûjours remplie d'ordures qui pourroient entrer dans les foupapes, & en empêcher le jeu, ou boucher le trou de l'ajutage, on auroit recours à une groffe toile ou treillis dont on couvriroit le bacquet, & à travers laquelle l'eau pafferoit, moyennant quoi elle feroit tout auffi pure qu'il eft néceffaire pour ne point empêcher le jeu de la pompe: mais on pourroit être sûr qu'on ne feroit jamais obligé de recourir à cet expédient, puifque ayant le fecours des pompes dans le moment que l'incendie commence, on ne mettroit pas les puits à fec comme on fait d'ordinaire avec des feaux, ce qui fait que lorfque les pompes font arrivées, il ne fe trouve plus d'eau dans tout le voifinage. On pourra fouvent par les maifons voifines donner plus de fecours que par celle où fera le feu par la commodité de placer ces pompes fur des fenêtres, ou même fur des toits, au lieu qu'avec les pompes doubles ordinaires cela ne fe peut pratiquer qu'à force de tuyaux de cuir ajuftés les uns au bout des autres, ce qui, indépendamment de l'entretien, eft un embarras confidérable. Il y a de grandes maifons aux extrémités de Paris qui font trop éloignées des autres, pour qu'on pût aifément fe paffer à n'avoir qu'une pompe pour plufieurs maifons; chaque propriétaire pour lors en pourroit avoir une,

Enfin on jugera aisément que plus on multipliera ces pompes, & plus on augmentera l'avantage qu'il est vrai-semblable qu'on en retirera.

On peut ajoûter encore que rien n'est plus facile que l'exécution de ces pompes, tous les ouvriers en cuivre & en fer blanc sont en état de les faire, ou ceux qui pourroient n'y pas être d'abord, les feroient aussi facilement que les autres, si-tôt qu'ils en auroient vû faire une. Il n'est pas même besoin d'avoir des gens exprès pour faire joüer ces pompes, car il n'y a pas d'autre façon que de jetter de l'eau dans le bacquet, de tenir le doigt sur l'ajutage pendant les premiers coups de piston jusques à ce qu'on sente de la résistance à le mouvoir, & ensuite de continuer de pomper autant qu'il en est besoin; on peut, si l'on veut, placer en quelque endroit du tuyau une clef de robinet pour se dispenser d'y tenir le doigt. Il faut remarquer cependant que cette précaution de boucher l'ajutage n'est aucunement nécessaire, & que la pompe n'en feroit pas moins son effet sans cela: mais elle darderoit l'eau à une petite hauteur d'abord, & s'éleveroit toûjours jusques à ce que l'air renfermé dans l'enveloppe de cuivre fût comprimé autant qu'il le peut être, après quoi l'eau continueroit toûjours d'aller à la même hauteur.

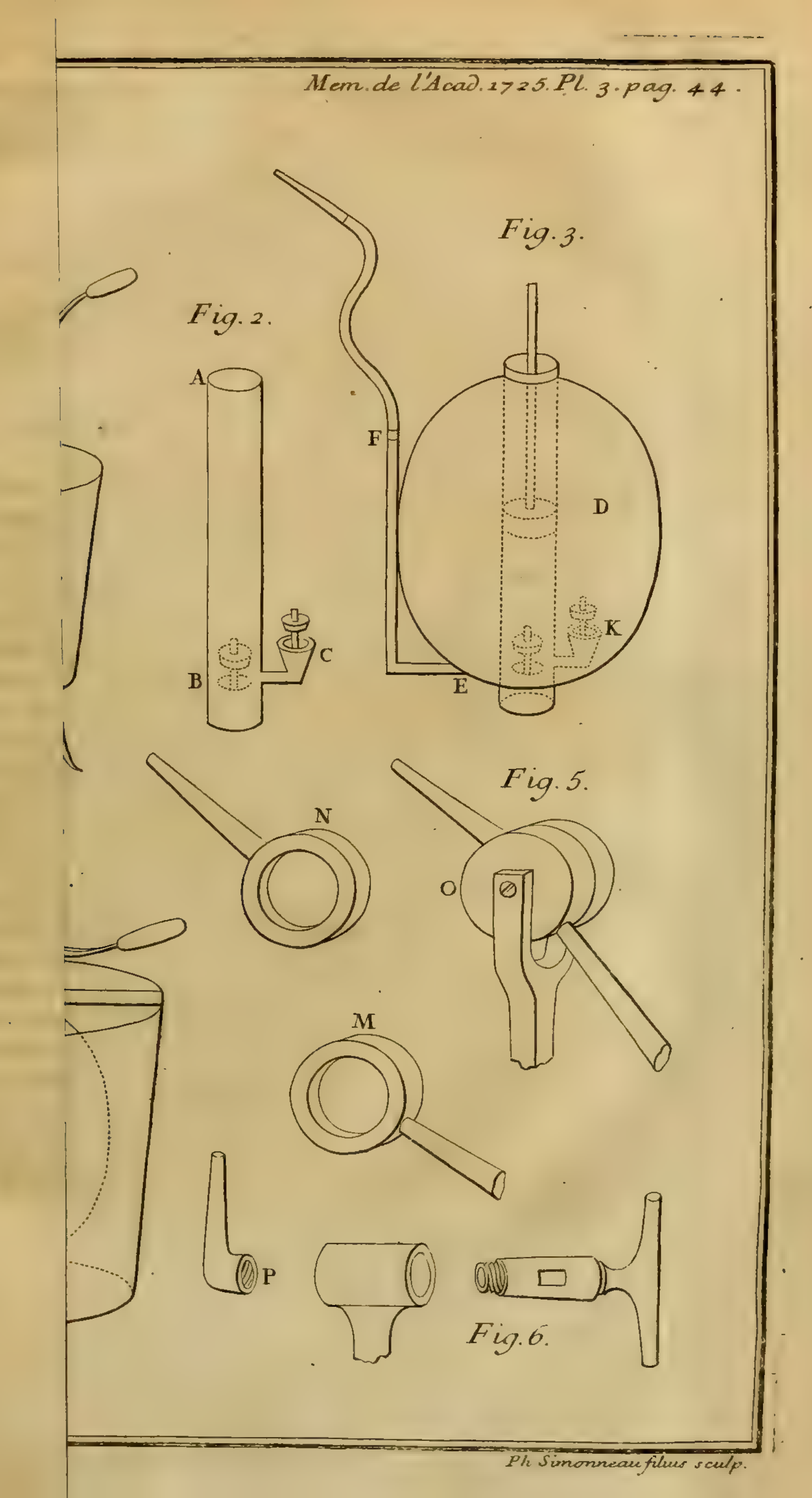
On voit par tout ce que je viens de dire, que les avantages particuliers de la plûpart des pompes sont réunis dans celle-ci: il ne faut qu'un seul homme pour la mouvoir, il n'est point nécessaire d'avoir de ces longs tuyaux de cuir qui entraînent avec eux de grands inconvéniens, puisqu'on peut poser cette pompe en quelque endroit que ce soit pour être à portée de l'incendie. On me dira peut-être que la peine & le tems nécessaires pour transporter l'eau du lieu où on la puise, dans celui où est la pompe, sont un inconvénient que n'ont point les pompes doubles ordinaires: mais je réponds que si l'on compare ce travail, auquel deux hommes peuvent facilement suffire, à la peine qu'on a à élever l'eau avec les pompes doubles, lorsque le tuyau de cuir est un peu long, & qu'il est situé perpendiculairement, on verra que cela même est un nouvel

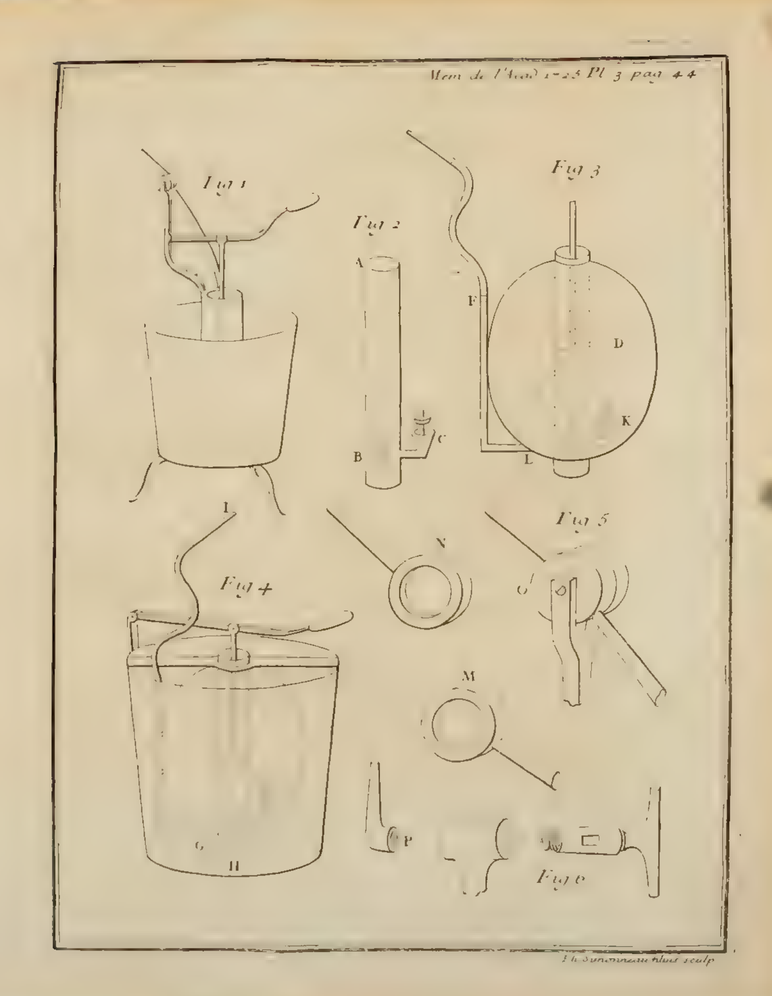
avantage de notre pompe, & que deux hommes transportant l'eau avec des seaux, feront très-facilement ce que quatre hommes qu'on met sur les pompes doubles ordinaires ne font qu'avec des efforts considérables.

Enfin on ne peut douter que l'utilité de cette pompe ne fût infiniment plus grande, si l'on obligeoit les propriétaires de la moitié des maisons des grandes villes d'en avoir une, puisqu'il seroit alors si facile d'arrêter le feu dans le moment de sa naissance, qu'il est à présumer qu'il n'arriveroit jamais d'incendie considérable. D'ailleurs cette pompe étant de si peu de dépense, & ne demandant aucun soin pour l'entretenir, il n'y a personne qui ne soit à portée d'en avoir, même plusieurs, dans des maisons éloignées, & où par conséquent on est long-tems à avoir du secours, ce qui fait que souvent, lorsque les secours arrivent, le mal est venu au point qu'on ne peut plus y remédier.

Ces pompes ne fournissant pas la même quantité d'eau, & même ne l'élevant pas si haut que les pompes doubles ordinaires, il est nécessaire que le nombre y supplée : mais si on vouloit augmenter le volume de cette pompe, l'effet en seroit beaucoup plus considérable, & égaleroit celui des pompes doubles : il est vrai qu'on perdroit par-là plusieurs de ses avantages, comme la facilité du transport, le peu de dépense, le peu de force nécessaire pour s'en servir ; c'est pourquoi il me semble que tout bien compensé, il seroit beaucoup plus à propos de s'en tenir à la grandeur que nous venons de prescrire, ou quelque peu au dessus, & multiplier extrêmement ces pompes pour en tirer toute l'utilité que l'on doit raisonnablement en attendre.




Mem. de l'Acad. 1725. Pl. 3. pag. 44.
Fig. 2.
A
B
C
Fig. 3.
F
D
K
E
Fig. 5.
N
O
M
P
Fig. 6.
Ph. Simonneau filius sculp.



Ph. Simonneau filius sculp

PROPRIETE'S E'LEMENTAIRES DES POLYGONES IRREGULIERS CIRCONSCRITS AUTOUR DU CERCLE.

Par M. PITOT.

PROPOSITION I.

En tout Polygone irrégulier circonscrit au cercle, dont le nombre des côtés est pair: je dis que la somme de la moitié de ces côtés, pris alternativement, est égale à la somme de l'autre moitié. 16. May 1725.

Soit *ABCD*, &c. un polygone irrégulier autour du cercle de tant de côtés qu'on voudra en nombre pair: il faut démontrer que $AB + CD + EF$, &c. $= BC + DE + FA$, &c. Fig. 1. & 2.

Ayant mené les rayons du cercle *PM*, *PN*, *PO*, *PQ*, &c. aux points d'attouchement de chaque côté, & les lignes droites *PA*, *PB*, &c. il est clair que les segmens *AM*, *AQ* (*Fig.* 1.) sont égaux; de même que *AM* & *AS* (*Fig.* 2.) & que $BM = BN$, $CN = CO$, &c. car par la 18me du 3me les angles *AMP*, *AQP*: *ASP*, *BMP*, *BPN*, &c. sont droits; ainsi les triangles rectangles *APM*, *APQ*, sont égaux & semblables, de même que les triangles *BPM*, *BPN*, &c. ayant chacun un côté égal au rayon du cercle, & l'hypotenuse *AP* commune aux triangles *APM*, *APQ*; de même *BP* est l'hypotenuse commune des triangles *BPM*, *BPN*, ce qui montre clairement que $AM = AQ$, $BM = BN$, $CN = CO$, &c. D'où l'on voit, 1°. qu'au quadrilatere *ABCD* (*Fig.* 1.) le côté *AB* est égal aux deux segmens $AQ + BN$, & le côté *CD* égal à $CN + DQ$. Mais $AQ + BN + CN$

$+ DQ = AD + BC$. Donc $AB + CD = AD + BC$.

On peut faire la même démonſtration pour les Polygones de 6, 8, 10 côtés, &c. Mais voici un moyen de la faire plus facilement.

Fig. 2. Soit un des ſegmens AM ou $AS = x$. Le côté $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DE = d$, $EF = e$, $FA = f$. On aura $BM = a - x = BN$. $NC = b - a + x = CO$. $OD = c - b + a - x = DQ$. $QE = d - c + b - a + x = ER$. $RF = e - d + c - b + a - x = ES$, & enfin $SA = f - e + d - c + b - a + x$. Mais $SA = AM = x$. Donc $f - e + d - c + b - a + x = x$. Ce qui donne $a + c + d = b + d + f$. On auroit fait la même opération ſi le Polygone avoit eu plus de ſix côtés.

PROPOSITION II.

En tout Polygone irrégulier, circonſcrit autour du cercle, & dont le nombre de côtés eſt impair : la ſomme des côtés pris alternativement, ſçavoir du 1er, 3me, 5me, &c. eſt égale à la ſomme du 2d, 4me, 6me, &c. plus deux fois le premier ſegment.

Fig. 3. Soit le Polygone irrégulier $ABCDE$, &c. on peut prendre le côté qu'on voudra pour le premier, ce ſera AB dans cet exemple ; ainſi BC ſera le ſecond, CD le troiſieme, &c. & le premier ſegment ſera AM. Il faut démontrer que $AB + CD + EA = BC + DE + 2AM$.

Soit, comme dans la Propoſition précédente, $AB = a$, $BC = b$, &c. & le premier ſegment $AM = x$. Nous avons démontré ci-deſſus que $AM = AR$, $BM = BN$, $CN = CO$, &c. Ainſi $BM = a - x = BN$, $CN = b - a + x = CO$. $DO = c - b + a - x = DQ$. $QE = d - c + b - a + x = ER$, & enfin dans cet exemple $RA = e - d + c - b + a - x$. Mais $RA = AM = x$. Donc $e - d + c - b + a - x = x$. Ce qui donne $a + c + e = b + d + 2x$.

COROLLAIRE I.

On voit par-là qu'en tout Polygone irrégulier circonſcrit

au cercle d'un nombre impair de côtés, on trouvera la valeur de tous les segmens faits par les rayons du cercle tiré sur chaque côté. Car ayant dans l'exemple ci-dessus $a+c+e=b+d+2x$, on aura $AMx, =\frac{a+c+e-b-d}{2}$. Or AM étant connu, on trouvera la valeur de BM, ensuite celle de CN, &c.

COROLLAIRE II.

Tout triangle rectiligne est un Polygone de trois côtés qu'on peut toûjours regarder comme circonscrit au cercle. D'où il s'ensuit que la somme des côtés AB le 1[er]. (*Fig.* 4.) & AC le 3[me]. est égal au 2[me] côté BC, plus deux fois le premier segment AM. Ainsi en nommant toûjours AB, a; BC, b; AC, c; & AM, x; on aura AM, $x=\frac{a+c-b}{2}$. $BM=\frac{a+b-c}{2}$, & CN ou $CO=\frac{b+c-a}{2}$.

COROLLAIRE III.

Si le Polygone irrégulier circonscrit a un angle droit comme l'angle E du pentagone de notre exemple, le segment ER ou EQ sera égal au rayon du cercle; car les angles PRE, PQE, étant droits, si l'angle REQ est droit, on aura un quarré parfait $PREQ$, & le rayon PR ou PQ, &c. sera égal à $ER=\frac{e+d+b-a-c}{2}$. D'où l'on voit que la superficie de ce pentagone irrégulier est égale à $\frac{a+b+c+d+e}{2}\times\frac{b+d+e-a-c}{2}$ car les triangles APE, APB, &c. ont pour hauteur commune le rayon du cercle. Fig. 5.

EXAMEN ET COMPARAISON

DE LA GRANDEUR

DE PARIS, DE LONDRES,

Et de quelques autres Villes du Monde, anciennes & modernes.

Par M. DELISLE l'Aîné.

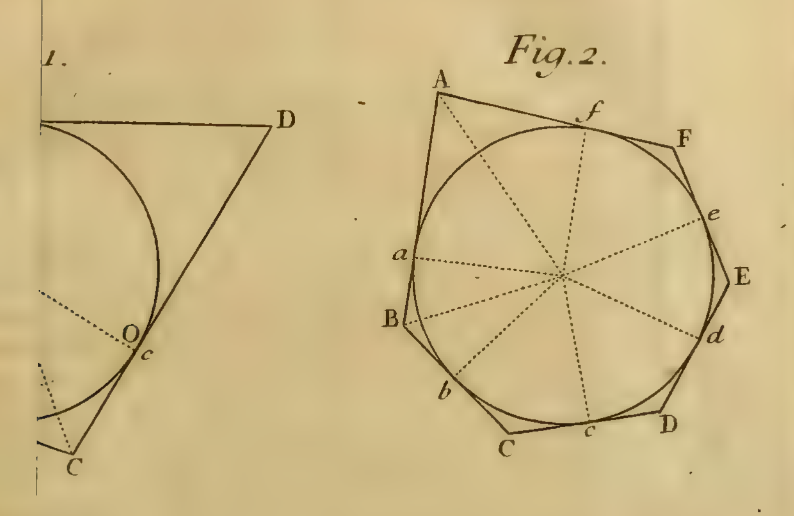
11. Avril 1725.

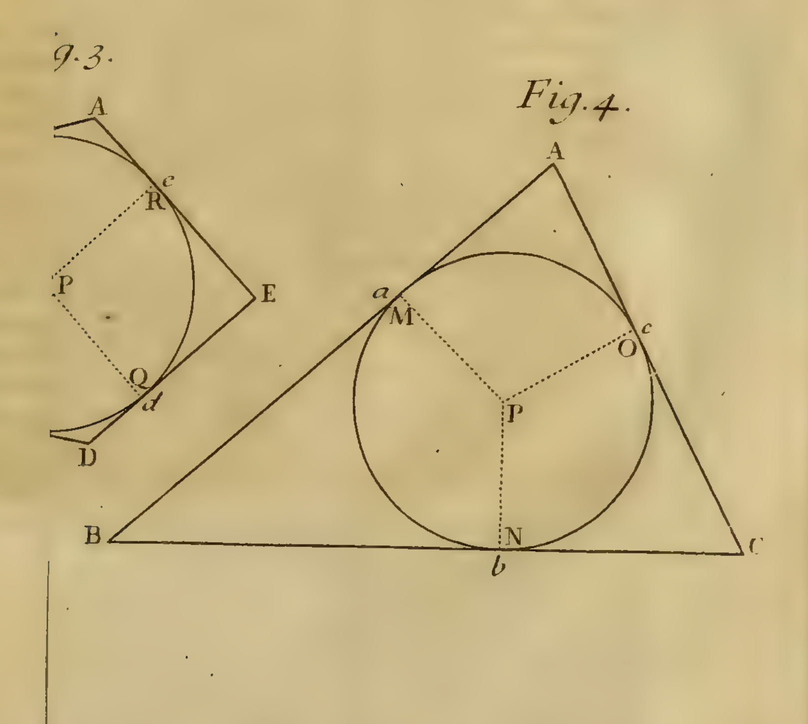
CETTE recherche ſur l'étendue des grandes villes du monde ne paroîtra peut-être d'abord que de pure curioſité. Mais ſi l'on fait une attention plus particuliere à l'uſage qui en peut réſulter, on conviendra ſans peine de ſon utilité, non-ſeulement pour la Géographie, mais pour l'Aſtronomie même.

En voici un exemple pour la Géographie, qui frappera ſans doute. M. Petit, excellent Aſtronome, qui a fait une diſſertation ſur la latitude de Paris, s'efforce à concilier les diverſes obſervations de cette latitude faites avant lui, après quoi il donne les ſiennes, mais ſans indiquer le lieu où les unes & les autres ont été faites, ce qui vrai-ſemblablement eſt la cauſe de la contrariété apparente qui l'a embarraſſé.

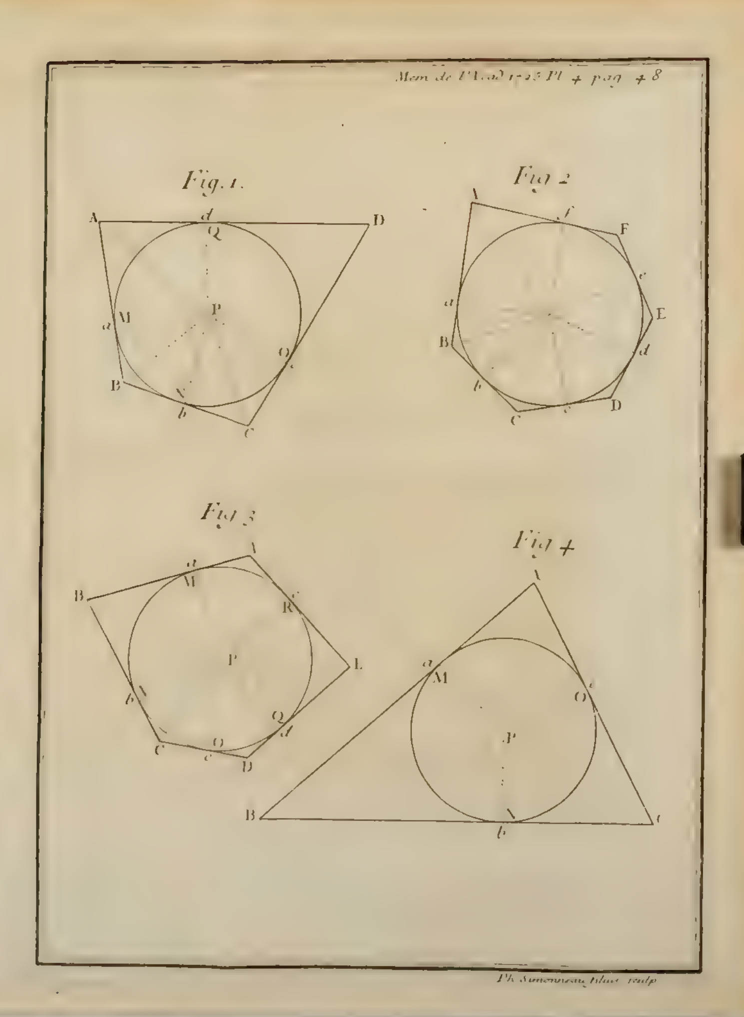
De même ſi l'on comparoit les obſervations de la hauteur du pole faites par l'Académie, dans le tems qu'elle tenoit ſes ſéances à la Bibliotheque du Roi, avec celles que la même Académie a faites depuis la fondation de l'Obſervatoire, il faudroit faire attention à la ſituation de ces deux lieux qui ſont éloignés de près de deux minutes en latitude, l'un étant à la partie ſeptentrionale de Paris, & l'autre à la méridionale; ſans cette attention & ces connoiſſances, on pourroit ſoupçonner d'erreur ces obſervations, ou reſter incertain ſur la latitude de Paris.

Voici





Ph. Simonneau filius sculp.



Pl. 4 pag. 48
Fig. 1.
A
d
D
Q
P
M
a
O
B
b
C
Fig. 2
F
E
B
d
b
D
C
Fig. 3
a
M
B
R
P
L
b
Q
d
O
C
c
D
Fig. 4
a
M
O
P
B
b

Voici un autre exemple qui a plus de rapport à l'Astronomie. Si l'on compare la hauteur du Pole d'Alexandrie, donnée par Ptolomée de 30 degrés 58 minutes, avec celle qui l'a été par feu M. de Chazelles, de 31 degrés 11 minutes; & si l'on fait cette comparaison dans la vûe d'éclaircir un point important, sçavoir si la hauteur du Pole & l'obliquité de l'écliptique ont changé dans l'intervalle du tems qui s'est écoulé entre ces deux observations, il faut remarquer avant que de décider la question :

1°. Que la ville d'Alexandrie d'aujourd'hui, où M. de Chazelles a observé, est très-petite; que les murailles anciennes de la ville, qui renferment un espace vingt fois plus grand, & qui subsistent encore presque dans leur entier, ne sont pourtant pas de la structure la plus ancienne, & qu'ainsi ces murailles sont tout au plus celles que la ville avoit du tems des Croisades.

2°. Que les murailles les plus anciennes de cette ville, construites par Alexandre, avoient une bien plus grande étendue, allant, selon Strabon, jusqu'au Lac Mareotide, ce que l'enceinte qu'on regarde aujourd'hui comme ancienne, ne fait pas.

3°. Qu'il y a même beaucoup d'apparence que Ptolomée avoit placé son Observatoire à la partie la plus méridionale de la ville, comme on a fait l'Observatoire Royal, afin d'avoir un horizon découvert du côté du Midi, le plus essentiel aux Astronomes.

Que M. de Chazelles au contraire ayant observé dans la nouvelle ville, qui est la partie la plus septentrionale de l'ancienne, les différens lieux de leurs observations doivent être séparés l'un de l'autre par toute l'étendue de cette grande ville.

Qu'ainsi, si l'on ne fait pas ces distinctions, les conséquences que l'on tirera des observations de Ptolomée, & de M. de Chazelles, supposées faites dans le même endroit, peuvent jetter dans de grandes erreurs.

Etant donc persuadé de l'utilité de cette recherche sur l'étendue & la figure des villes, j'entrepris dès l'année 1716 de

dreſſer un Plan de Paris, principalement pour comparer la grandeur de cette ville à celle des autres villes du Monde anciennes & modernes.

Pour cela je réſolus non-ſeulement de ne m'en pas rapporter aux Plans qui en avoient été faits juſqu'alors, mais encore de ne pas ſuivre la méthode que l'on a employée ordinairement pour les dreſſer, qui eſt celle de meſurer les rues, & de prendre les angles à chaque détour, parce qu'alors ces opérations ſont ſi fort multipliées, que pour peu qu'il y ait d'erreur dans chacune, le total ne peut être exact. Ainſi je réſolus de dreſſer ce Plan par les voies géométriques.

Pour cela je pris pour baſe de mes opérations la diſtance de l'Obſervatoire au Donjon des Tours de Notre-Dame; baſe d'autant plus exacte, qu'elle ſe conclut de la meſure de la terre faite par l'Académie.

Enſuite muni d'un demi-Cercle, qui donne les angles juſqu'aux minutes, je me tranſportai avec mon Frere ſur les endroits les plus éminens de Paris, aux Tours de Notre-Dame, à l'Obſervatoire, au Luxembourg, ſur la Tour de la Baſtille, & ſur les principales Portes de la ville, & dans chacune de ces ſtations j'alignai aux clochers & autres points viſibles, déterminant par les interſections de ces alignemens leurs diſtances reſpectives.

Ces points étant ainſi fixés, je me ſuis ſervi pour le détail des Plans que feu M. d'Argenſon avoit fait faire de chaque quartier de Paris en particulier, & je les ai aſſujettis à ces meſures.

J'apperçûs alors la différence qui ſe trouvoit entre la juſteſſe de mon Plan, & le peu d'exactitude de ceux qui n'avoient pas été levés géométriquement.

Leur défaut eſt ſenſible, même à la vûe ſimple, puiſque les objets que l'œil apperçoit dans une même ligne, ne s'y trouvent pas dans la même diſpoſition.

Pour orienter ce Plan, il ne me reſtoit plus qu'à y tracer exactement une Méridienne.

Je ne pouvois en choiſir de plus avantageuſe que celle de l'Obſervatoire Royal.

Par des obſervations exactes, réitérées pendant pluſieurs années, Mrs. de l'Obſervatoire s'étoient aſſûrés, pour diriger plus ſûrement le reſte dans la ſuite, d'une portion de cette Méridienne, qui va depuis le milieu du bâtiment de l'Obſervatoire juſqu'à la butte de Montmartre, ſur laquelle ils avoient fait élever un pilier à l'endroit où la Méridienne coupe cette butte.

J'ai lié ce point aux triangles qui m'avoient ſervi pour le Plan, & j'y ai marqué exactement ce pilier.

Il ne m'étoit plus difficile de tracer la Méridienne, il ne falloit que tirer une ligne de l'Obſervatoire au pilier.

L'ayant tracée à travers la ville, je remarquai que cette Méridienne depuis le milieu de l'Obſervatoire, alloit raſer la partie occidentale du bâtiment du Luxembourg, de-là coupoit le pavillon gauche du Collége des Quatre Nations, le pavillon de la Reine au Louvre, & la Galerie de Mgr. le Duc d'Orleans au Palais Royal, d'où elle ſe rendoit au pilier de Montmartre.

Je me ſuis trouvé en état, après les précautions rapportées ci-deſſus, de diviſer l'étendue de la ville par Méridiens & par paralleles, comme on fait ſur une carte générale, ce qui ſert à indiquer à quelle portion du Ciel les différentes parties de cette ville répondent.

J'y ai tracé les paralleles de 15 en 15 ſecondes, & les Méridiens de 20 en 20 ſecondes; & comme ſous le parallele de Paris, 15 degrés de latitude en valent 20 de longitude, & qu'il en eſt ainſi des minutes & des ſecondes, en donnant 5 minutes de plus à l'intervalle des Méridiens qu'à celui des paralleles, je me ſuis fait des quarrés parfaits.

Ces quarrés chiffrés & numerotés m'ont ſervi de renvoi à une table alphabétique qui fait trouver tout d'un coup la ſituation des rues dont on ne ſçait que le nom : mais ce n'étoit pas là le principal uſage que j'en voulois faire.

C'étoit de comparer par le moyen de ces quarrés la grandeur de Paris à celle de Londres.

Pour cela il falloit avoir un Plan exact de Londres, &

s'affûrer de la valeur de l'échelle, ou mefure du Plan; il eft vrai que le Mail de Londres a une mefure préfixe, qui eft d'un demi-mille, mais le mille Anglois eft de trois fortes.

Nous avons le rapport exact du pied de Paris à celui de Londres, & par conféquent du pas & du mille. C'eft le mille ordinaire de Londres de 73 au degré.

La feconde forte de mille, nommée *mille calculé*, n'eft gueres en ufage que dans la Marine, il eft égal à une minute de latitude, & par conféquent il y en a 60 au degré.

Enfin le troifiéme nommé *mille mefuré*, a été réglé par un Statut du Roi Henri VII, à 5280 pieds Anglois, ce qui le fixe à 69 au degré; c'eft celui dont on fe fert pour la mefure des bâtimens & des grands chemins, & c'eft auffi celui que l'on a employé pour fervir d'échelle aux Plans de Londres, mais le peu d'accord de ces différens Plans demande une plus ample vérification.

J'ai reçû d'un de mes amis, homme exact & intelligent, les dimenfions de cette ville, en y comprenant Weftminfter & Southvark. Il a trouvé fa plus grande longueur, depuis Roperftreet jufqu'à Litt-le-Berkleyftreet, de 27000 pieds Anglois, qui font 4198 toifes, & fa largeur depuis Hoxton jufqu'à Lockbridge, de 11880 pieds, qui font 1856 toifes.

Entre les différens Plansde la ville, je n'ai trouvé que celui de Morden qui fût d'accord avec ces mefures, c'eft ce qui m'a déterminé à m'en fervir pour le détail, ajoûtant les nouvelles augmentations de cette ville.

C'eft de ce Plan de Londres, ainfi vérifié & augmenté, dont je me fuis fervi, après l'avoir mis fur la même échelle que celui de Paris.

J'y ai tracé de même des quarrés de 15 en 15 fecondes d'un grand cercle, & alors je me fuis trouvé en état de comparer immédiatement la grandeur de ces deux villes.

Le réfultat de cette comparaifon eft que Paris contient 63 de ces quarrés, ce qui fait pour fa furface 3538647 toifes quarrées, & que Londres ne contient que 60 des mêmes quarrés, qui ne font que 3370140 toifes quarrées, encore

n'ai-je pas compris dans ce calcul les Jardins considérables de Paris, comme sont les Thuilleries, le Luxembourg, & plusieurs autres enfermés cependant au dedans du rempart au dehors duquel je n'ai pas compris non plus Chaillot, qui est cependant regardé aujourd'hui comme un des fauxbourgs de la ville.

Ainsi toutes choses égales, l'étendue de Paris est d'une vingtiéme partie plus grande que celle de Londres, & si je ne retranchois pas les parties que je viens de spécifier, Paris seroit plus grand que Londres d'une sixiéme partie, en enfermant aussi dans Londres le Parc S^t. James & les autres Jardins.

Nous pouvons aussi comparer Paris avec Rome d'aujourd'hui. Comme cette derniere ville a une largeur & une longueur assez égales, & que la proportion du pied Romain moderne avec le nôtre nous est connue, si l'on s'en rapporte au plan de Rossi, le plus estimé de tous, Rome ne surpasse gueres la grandeur de Paris borné à son rempart; ainsi Paris, y compris ses fauxbourgs qui sont fort grands, l'emporte de beaucoup sur Rome, où il n'y en a presque point.

Je ne croi pas non plus que la ville de Constantinople, qui est en forme de triangle isoscelle, soit aussi grande que Paris, si l'on en retranche les Jardins du Sérail, qui occupent toute la place que tenoit l'ancienne ville de Byzance.

Nous n'avons pas encore de dimensions exactes de l'étendue du grand Caire, d'Ispahan, ni des villes de la Chine: mais on sçait la grandeur excessive des Jardins enfermés dans les villes de Turquie & de Perse, & le peu d'élevation des bâtimens de la Chine, qui n'ont presque jamais qu'un étage, ce qui ne doit pas permettre d'en comparer les villes à celle de Paris, si l'on n'y fait cette attention.

Pour examiner à présent le rapport de Paris aux villes anciennes les plus célebres, il faudra faire encore d'autres distinctions.

Si l'on s'en rapportoit aux exagérations de Vossius, dans son Traité sur la grandeur de l'ancienne Rome, cette ville

auroit eu au tems d'Auguste une enceinte de 30 mille pas, ou de dix lieues.

Comme la situation & l'étendue des sept montagnes enfermées dans l'enceinte de Rome ne sont pas équivoques, & que Rome ne comprenoit du tems d'Auguste que ces sept montagnes suivant Denis d'Halicarnasse, n'enfermant pas encore le champ de Mars, ni le quartier d'au de-là du Tibre. En suivant le même plan de Rossi cité ci-dessus, je trouve l'enceinte de Rome plus petite que Paris, borné à son rempart, & qu'elle ne pouvoit être que 7 à 8 mille pas, c'est-à-dire de deux lieues & demie, au lieu de dix lieues que Vossius lui donne.

Les plus grandes villes connues dans l'antiquité, sont celles de Ninive, de Babylone, d'Ecbatane & de Suse, chacunes capitales à leur tour de différentes Monarchies de l'Orient.

Ninive avoit trois journées suivant l'Ecriture, ce que S^t. Jerôme prend pour sa circonférence; Diodore lui donne 150 stades de long, 90 de large, & 480 de tour.

Babylone avoit de tour 365 stades suivant Diodore, qui rapporte que 200 mille hommes qui travailloient à bâtir ses murailles, avoient été un an entier à les finir, en faisant par jour un stade d'ouvrage.

Des deux autres villes d'Ecbatane & de Suse, la premiere auroit 258 stades de tour, & la derniere 250.

Suivant l'ancienne opinion sur la grandeur des stades, en supposant ces villes d'un figure réguliere & quarrée, comme l'étoit Babylone, Ninive la plus étendue de ces quatre villes auroit eu environ 35 lieues quarrées de superficie, & Suse la plus petite, 11 lieues quarrées.

Si les conjectures que j'ai proposées dans les Memoires de l'Académie de 1721 sur les stades de la haute antiquité, réglés par Aristote à 1111 par degré, sont bien fondées, ces villes se trouveront six fois plus petites, Ninive étant réduite à six lieues, & Suse à deux lieues quarrées.

Mais outre cette diminution, il y aura encore à retrancher les Jardins immenses, si ordinaires aux villes de l'Orient,

usage ancien de ces pays qui subsiste encore, comme je l'ai déja remarqué, & qui étoit de même dans le moyen âge, comme on l'apprend d'Abulfeda, le plus célebre des Géographes Arabes, qui décrivant Bocara, ville fameuse de la Transoxiane, & patrie d'Avicene, donne à ses murailles 12 lieues, ajoûtant qu'elles enferment plusieurs maisons de campagne, & des terres labourées, ce qu'il faut retrancher à toutes ces grandes villes anciennes de l'Orient, pour en faire une comparaison juste avec Paris, de la grandeur duquel j'ai retranché aussi tous les jardins considérables.

D'ailleurs si les enceintes de ces villes font plusieurs angles rentrans; tout cela considéré, peut-être ne surpasseront-elles pas la grandeur de Paris.

Cette recherche de la grandeur des villes de la terre peut aussi influer beaucoup dans la connoissance des mesures anciennes Grecques & Romaines, & dans leur véritable rapport avec le degré & avec la circonférence de la terre.

Plusieurs personnes ont tâché de déterminer la valeur de ces mésures. Les uns ont employé la comparaison du pied ancien avec le nôtre, comme Snellius; les autres, comme le P. Riccioli, & feu M. Cassini, celle des grandes mesures conclues de leurs opérations géométriques comparées avec celles dont conviennent les Anciens, telle est la distance de Bologne à Modene; j'y ai joint les distances anciennes des autres villes d'Italie dont on sçait les noms modernes, comparées aux déterminations astronomiques. Le résultat de M. Cassini & le mien donnent par nos différentes methodes 75 milles anciens au degré, au lieu de 60 que nos Géographes modernes y avoient comptés.

Mem. de l'Académie Avril 1714.

Si l'on a égard à la grandeur & à la figure des villes, cette mesure des milles anciens peut être encore diminuée, ce qui la perfectionnera, à ce que je crois.

C'est ce principe qui me donne lieu de douter que la distance marquée par les Anciens de 25 mille pas entre Bologne & Modene, soit prise des mêmes points où le P. Riccioli & M. Cassini ont observé, qui sont deux tours situées au milieu de ces deux villes.

Je ſuppoſe plus volontiers que cette meſure ancienne étoit priſe des portes oppoſées de l'une & de l'autre ville.

Suivant cette ſuppoſition, la ville de Bologne étant de figure ovale, dont le grand diametre a 3 milles d'étendue d'Orient en Occident, & Modene trois quarts de mille. Pour comparer la diſtance moderne priſe des lieux où l'on a obſervé dans ces deux villes, avec celle des Anciens priſe des portes, il faut ajoûter à la diſtance de 25 mille pas donnée par les Anciens, celle de la Tour de Modene à la porte Orientale de cette ville de 375 pas, & celle de 2 mille pas depuis la porte occidentale de Bologne juſqu'à la Tour dell' Aſinelli, où le P. Riccioli & M. Caſſini ont obſervé, ce qui fait 27375 pas pour la diſtance réelle des Anciens entre le centre de Bologne & celui de Modene; ce calcul donne 81925 pas Romains dans un degré.

Ce qui me porte aujourd'hui à adopter cette hypotheſe, n'eſt pas ſeulement l'uſage ordinaire de compter de ville en ville les diſtances de la porte de l'une juſqu'à celle de l'autre, mais plutôt parce que les Romains ne marquoient leurs pierres ou milliaires qu'à compter des murailles de l'ancienne Rome, & non du milliaire d'or, comme on l'avoit ſuppoſé ci-devant.

Le célebre Holſtenius, ci-devant Bibliothécaire du Vatican, a prouvé cette verité, ce que j'ai vérifié ſur la Carte dell' Agro Romano, qui eſt un arpentage exact des terres de l'Annone, fait par le P. Eſchinardi Jeſuite, car ſans cette ſuppoſition, il n'y auroit point de proportion entre les lieux où l'on a trouvé les milliaires que l'on voit à Rome avec leur numero; le premier milliaire, par exemple, trouvé dans la vigne des Seigneurs Nari, à mille pas de diſtance dehors la porte S^t^. Sebaſtien, étoit par conſéquent à 2500 pas du milliaire d'or.

Cette différente évaluation du mille Romain ne change rien aux meſures des différentes voies militaires d'Italie que j'ai données dans les Memoires de 1714, car c'eſt un équivalent de n'avoir pas égard à l'étendue des villes traverſées par

par ces routes, en faisant les milles d'autant plus grands, ou de faire les milles petits, en y ajoûtant cette étendue.

Dans les pays moins peuplés que l'Italie, & même deserts, il n'y aura pas la même augmentation à faire ; car n'étant pas remplis d'habitations étendues, les mesures ne seront, pour ainsi dire, séparées l'une de l'autre que par des points.

On concevra aisément que cette derniere opinion sur la grandeur des milles Romains, doit changer en même proportion les stades Grecs par le rapport connu entre ces deux mesures, ce qui fixe les stades à 654 au degré.

J'espere dans la suite continuer cette recherche sur l'étendue & la figure des villes, sur-tout de celles de la connoissance desquelles on pourra tirer des conséquences utiles à l'Astronomie & à la Géographie.

OBSERVATIONS

Sur un METAL *qui résulte de l'alliage du Cuivre & du Zinc.*

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DEPUIS que le métaux ont été connus, on a travaillé à les allier ensemble, soit pour leur concilier de la dureté ou de la souplesse, soit pour en relever l'éclat, soit pour épargner les métaux précieux, tels que l'or & l'argent. Le travail & l'expérience ont mené insensiblement les hommes à la connoissance de la juste proportion du mêlange des métaux selon les différens usages auxquels on les destine ; & les Ordonnances des Souverains ont fixé selon cette proportion les différens degrés d'alliages, pour prévenir les malversations des ouvriers. C'est pourquoi il y a des Reglemens pour le titre des ouvrages d'or & d'argent, de fonte & d'étain, & des peines portées contre les ouvriers qui y contreviendroient.

Quoique le cuivre ne ſoit pas un métal précieux, le grand uſage qu'on en fait pour une infinité d'uſtenſiles, a donné occaſion à beaucoup de recherches ſur l'alliage de ce métal.

Ces recherches n'ont pas été infructueuſes, puiſqu'elles ont procuré la découverte du cuivre jaune, ſi utile à différens ouvrages. Ce métal eſt un alliage de cuivre rouge avec un mineral qu'on nomme *pierre calaminaire*, qui augmente de près de moitié le poids du cuivre rouge qu'on a employé.

Ce ſuccès a fait naître d'autres découvertes pour corriger la couleur du cuivre & la rendre très-approchante de l'or. On y eſt parvenu par l'alliage du cuivre rouge avec un Mineral qu'on nomme *Zinc*: mais cet alliage forme un métal aigre, caſſant, peu ductile, & par conſéquent peu propre à la plûpart des ouvrages que l'on a coûtume de fabriquer avec le cuivre rouge & le cuivre jaune.

On n'a pas laiſſé de chercher à le perfectionner pour quelques ouvrages qui ſe jettent en moule, & qui n'ont pas beſoin d'être travaillés au marteau, comme des vaſes, des garnitures de feu, des chandeliers, des pommes de cannes, des boucles, des tabatieres, & certains ouvrages d'ornemens qu'on fait ordinairement de bronze doré, ou mis en couleur.

Les Anglois y ont aſſez bien réuſſi, & l'ont appellé *Métal de Prince*, du nom de leur Prince Robert.

Mais il ſemble n'avoir point encore été pouſſé à une ſi grande perfection qu'il vient de l'être par deux Particuliers qui en ont fait faire de très-beaux ouvrages, dont l'un ſe nomme *la Croix*, & l'autre *le Blanc*. Le métal de ce dernier l'emporte ſur celui de l'autre, par l'éclat & la beauté de la couleur qui approche plus de celle de l'or: mais en récompenſe le premier donne à ſon métal beaucoup de ſoupleſſe, de ſorte qu'il s'étend ſous le marteau, & peut même être paſſé par la filiere pour en faire du galon.

Pour rehauſſer & conſerver la couleur à ſon métal, qui par lui-même eſt un peu pâle, il vernit ſes garnitures de boutons, ſes boucles & ſes autres ouvrages. Ce vernis, tant qu'il dure deſſus, leur conſerve le même ton de couleur, & les

met à l'abri du verdet, défaut si particulier au cuivre, qu'il n'en peut être corrigé par aucun alliage. C'est ce qui fait qu'en si petite quantité qu'il se trouve avec l'or & avec l'argent, il se manifeste toûjours ou par le goût ou par l'odeur: de-là vient que quand on laisse de l'eau dans un vaisseau d'argent, elle y acquiert par son séjour un goût de cuivre, quoique selon les Reglemens l'alliage du cuivre avec l'or ou l'argent d'orfévrerie ne puisse être que d'une vingt-quatrieme partie: il faut donc que ces deux précieux métaux soient au dernier degré de fin & sans aucun alliage de cuivre pour être tout-à-fait exempts de verdet & de mauvaise odeur. A ce dernier point de pureté, l'or est estimé de 24 karats, & l'argent de 12 deniers, dont les divisions sont les différens degrés du titre de ces métaux.

Le métal du Sr. le Blanc est d'une couleur jaune vive, éclatante, ce qui paroît par les beaux ouvrages qui sortent de ses mains, & dont la plûpart sont ornés de ciselures qui en relevent l'éclat & la beauté.

Quoiqu'on sçache en général la composition de ce métal, qui se fait par l'alliage du cuivre & du zinc, il y a pourtant beaucoup d'observations à faire sur les différens degrés de cet alliage.

Je reconnus d'abord que le ton de couleur n'est jamais parfaitement égal à chaque fonte; de plus ce métal sortant du poli, n'a pas la couleur qu'il prend par la suite; elle monte peu à peu par l'impression de l'air, & si l'on a soin de tenir ces ouvrages dans un lieu sec, & de les essuyer avec un linge fin pour emporter les taches qui peuvent survenir, on les conserve long-tems dans le même état. Ils ont même cela de commode, que quand ils se sont salis, il n'est pas besoin de les renvoyer chez l'ouvrier comme les autres ouvrages de bronze pour les remettre en couleur, il ne faut que les bien nettoyer avec du Tripoli fin, & ils reprennent d'eux-mêmes leur couleur aussi éclatante qu'auparavant.

Nous avons deux Chymistes entr'autres qui ont parlé d'un métal à qui nous donnons communément le nom de *Tombac*.

Becher, & après lui M. Stahl, ont avancé que le zinc mêlé avec le cuivre à parties égales, imitent sur la pierre de touche la couleur de l'or du Rhin, qu'ils estiment le plus fin : mais le dernier a remarqué que la dose du zinc étoit trop forte, ce qui est vrai. Il en est resté là, sans déterminer au juste quelle elle doit être.

Le métal du S[r]. de la Croix étant battu, s'étend sous le marteau, se plie sans se casser, comme je l'ai éprouvé. Son grain intérieurement est fin, obscur, & d'un gris cendré sans être brillant. En le considérant à la Loupe, on voit bien la direction des fibres qui tendent à former des stries, mais on ne les distingue point à la vûe.

Le métal du S[r]. le Blanc est composé intérieurement de deux couches ou lames striées, qui partent de chaque paroi du morceau, & qui viennent se rencontrer & s'unir desorte qu'une lame de métal, dès qu'elle a quelque peu d'épaisseur, est composée comme de deux couches de fibres métalliques. Voilà ce qui rend ce métal aigre & dur à polir.

L'intérieur est d'un jaune doré très-brillant; quelquefois il est plus pâle ou panaché : mais l'air en exhalte la couleur au bout de quelque tems. J'en ai trouvé de blanchâtre, mais dont les stries sont panachées de jaune & de blanc, ce qui provient de la différence des fontes.

La premiére opération que j'ai faite sur ce métal factice, a été de le fondre dans un creuset; il a beaucoup fumé, m'a donné des fleurs de zinc, & il n'est resté après la fonte qu'un métal assez approchant du cuivre jaune ordinaire, mais plus éclatant.

Pour juger lequel du cuivre rouge & du cuivre jaune étoit le plus propre à la composition du tombac, j'ai voulu éprouver quel effet le zinc produit sur l'un & l'autre à différentes doses, & suivant différentes combinaisons.

J'ai donc fait plusieurs essais pour parvenir au ton de couleur & à la qualité du grain que j'ai remarqués dans les métaux des S[rs]. la Croix & le Blanc.

Je rapporte dans ce Memoire ceux de ces essais qui m'ont

paru plus dignes de remarque, dont voici le dénombrement.

1°. Faire par le mêlange des cuivres rouge & jaune une matiere métallique ſans grain, auſſi caſſante que du verre, & reluiſante comme une glace.

2°. Faire un métal ſouple, d'un grain ſtrié, jaune, mat comme de l'or, à différens degrés.

3°. En faire un ſtrié par aiguilles aiſées à détacher, d'une couleur d'or très-éclatante.

4°. En faire un autre dont le grain pour la couleur eſt gris-brun.

5°. En faire un d'un grain panaché blanc & jaune.

Voilà les différences les plus conſidérables que j'ai obſervées dans mon travail du zinc & du cuivre.

Le zinc eſt un minéral métallique qu'on tire de l'Allemagne ou des Indes, d'une couleur blanche, d'un grain à facettes, qui s'écraſe en quelque façon plutôt qu'il ne ſe caſſe. Ce minéral eſt très-volatil, & étant mêlé avec le cuivre rouge ou jaune, il devient un métal ſec, brillant, & caſſant comme du verre.

C'eſt ce que l'on fera, ſi l'on fond du zinc avec du cuivre jaune à parties égales.

Deux parties de cuivre jaune & trois parties de zinc font le même métal, mais d'un grain un peu plus terne. C'eſt où finit le brillant glacé qui s'apperçoit en caſſant ce métal. Si l'on augmente le zinc, le métal, quoique caſſant & ſonnant, devient terne, & peu à peu reprend le grain avec les petites facettes qui ſont propres au zinc. On peut pouſſer ces eſſais juſqu'à une livre de zinc ſur deux onces de cuivre jaune.

Si l'on fait au contraire dominer le cuivre jaune ſur le zinc, il en réſultera les effets ſuivans.

Trois parties de cuivre jaune ſur deux onces de zinc ont produit un métal blanc, ſonnant, caſſant, brillant comme une glace ſur les ſurfaces caſſées, & d'un grain qui ſemble avoir quelque diſpoſition à des ſtries.

En augmentant ainſi le poids du cuivre jaune d'once à once, on voit naître les ſtries métalliques. Le lingot porte

une couleur jaune au dehors, & tirant ſur le pourpre au dedans. Si l'on continue dans d'autres eſſais d'augmenter la doſe du cuivre jaune, il devient d'une couleur jaune plus relevée, puis panachée de jaune & de blanc avec un grain aſſez ſenſible.

En pouſſant ces eſſais juſqu'à mettre 7 onces de cuivre jaune ſur 2 onces de zinc, le métal prend une belle couleur de jaune doré à l'extérieur; il eſt ſtrié en dedans à facettes, d'un gros grain, d'une aſſez belle couleur d'or, quoiqu'un peu mat.

Il peut ſe plier & ſe battre ſous le marteau juſqu'à un certain point.

Si l'on augmente toûjours le poids du cuivre jaune ſur la même quantité de zinc, on fait un métal aigre, dont le grain eſt plus ſec, plus ſerré, & s'efface peu à peu.

Enfin ſi l'on met ſix onces de cuivre jaune ſur une once de zinc, le grain s'effacera tout à fait ſans aucune apparence de ſtries, la couleur ſera d'un brun cendré plus ou moins obſcur, & le métal plus ou moins pliant & ductile ſous le marteau.

Ainſi dans le mêlange du cuivre jaune avec le zinc, je trouve le grain panaché du Sr. le Blanc, & le grain mat & terreux du Sr. la Croix avec aſſez de malléabilité & de ſoupleſſe.

Après ces épreuves du cuivre jaune & du zinc, j'ai fait paſſer le cuivre rouge par les mêmes degrés d'alliage.

Si l'on allie trois parties de cuivre rouge avec une partie de la derniere compoſition dont on vient de parler, il en réſulte un métal liant, ſouple, ductile, aiſé à travailler, d'un œil un peu rougeâtre, à peu près comme l'or des ouvrages des Anglois.

En fondant une partie de cuivre rouge de deux onces avec du zinc depuis le poids de ſix onces en diminuant juſques à trois, j'ai toûjours eu une matiere métallique, caſſante comme du verre, toute ſemblable à celle qui m'étoit provenue du mêlange de deux onces de cuivre jaune avec trois ou quatre onces de zinc.

Cette matiere ne commence à prendre couleur & à faire appercevoir des ſtries qu'en diminuant encore de demi-once

la quantité de zinc ſur la même doſe de deux onces de cuivre rouge.

Si l'on diminue toûjours le poids du zinc, deſorte qu'il ne ſurpaſſe celui du cuivre rouge que d'un gros ſur deux onces, c'eſt-à-dire d'un ſeizieme, on aura un métal ſtrié en longues aiguilles panachées de couleur d'or & d'argent d'un très-bel œil.

Enfin ſi l'on ſupprime ce gros de zinc qui donne cette couleur panachée, & qu'on n'employe pour la fonte que parties égales de cuivre rouge & de zinc, on aura un métal d'une très-belle couleur d'or, qui étant caſſé, ſera d'un grain ſtrié en longues aiguilles droites, rangées régulierement ſuivant la direction de la couche qui les ſoûtient, & d'où elles partent : mais elles ſont d'ailleurs ſi aigres & ſi peu liées, qu'on peut les détacher les unes des autres, en rompant la croûte qui renferme ces aiguilles & qui les unit enſemble.

C'eſt cet arrangement de fibres qui fait que ce métal ne peut ſe battre, & qu'il ſe réduiroit en poudre ſous le marteau.

Ainſi il ne conviendroit point pour des ouvrages délicats. Il doit être jetté en moule pour en former des maſſes aſſez épaiſſes, afin que les croûtes extérieures ſoûtiennent les ſtries, & les empêchent de s'égrainer, lorſqu'on les tourne ou qu'on les repare.

Si ce ſont au contraire des ouvrages délicats & minces, il faut avoir recours à l'opération ſuivante, qui en diminuant de moitié la doſe du zinc, donne au métal moins d'aigreur. Le grain en devient plus gros & plus ſouple, mais d'une couleur dorée pâle, matte & ſans éclat. Pour la réhauſſer, il faut jetter ſur la matiere pendant qu'elle eſt en fonte, quelque corps gras & inflammable qui puiſſe arrêter les fumées du zinc, & les retenir plus long-tems dans le métal.

J'ai pris pour cet effet deux onces de cuivre rouge, une once de zinc, & quatre gros de gomme ou réſine de pin.

Ce métal eſt plus beau que celui qui eſt fait avec le cuivre jaune & le zinc, mais il n'eſt pas ſi éclatant que celui qui eſt fait à parties égales ; en récompenſe il eſt pliant & ductile à un certain point.

Si l'on diminue la doſe du zinc au-deſſous de ce terme, le métal qui en réſultera ne ſera plus qu'une eſpece de cuivre jaune, mais d'un plus bel œil que celui qui ſe fait communément avec la calamine.

Ainſi je trouve par mes eſſais, que pour donner de l'éclat à ce métal, il faut toûjours qu'après la fonte, il y reſte une certaine quantité de zinc, ſans quoi ſon brillant s'efface.

Si l'on eſt donc obligé de le refondre pluſieurs fois, ſoit qu'il ſoit composé de cuivre rouge ou de cuivre jaune, on doit y ajoûter du zinc à proportion de ce qu'il en a pû perdre dans la fonte précédente.

Je ſuis parvenu par les expériences ſuivantes à découvrir la quantité de zinc dont on a dépouillé cette compoſition en la refondant.

Ayant pris deux onces du métal du S^r. le Blanc, je l'ai fait fondre, le zinc s'en eſt diſſipé en fumée blanche, & a fourni des fleurs de zinc que l'on retiroit à meſure qu'elles ſe formoient. Lorſque le métal a ceſſé de fumer & qu'il s'eſt refroidi, il n'a plus peſé qu'une once trois gros & demi, il a donc perdu quatre gros & demi de ſon poids, dont j'ai retiré quatre gros de fleurs blanches, légeres, toutes ſemblables à celles du zinc : reſte pour un demi gros de ces fleurs qui n'ont pû ſe ramaſſer. Si l'on caſſe le métal qui provient de cette fonte, on ne le trouve plus ſtrié comme auparavant ; le grain en eſt mat, mêlé ſeulement de quelques parties brillantes qui dépendent du peu de zinc qui y eſt encore reſté.

J'ai fait le même eſſai ſur une compoſition de deux onces de cuivre rouge avec deux onces de zinc : elle a fourni par la fonte une once trois gros de fleurs, & la maſſe eſt reſtée du poids de deux onces deux gros, ce qui fait trois gros de perte pour les fleurs qui n'ont pû ſe ramaſſer. Il s'eſt donc élevé de cette compoſition, une once ſix gros de fleurs pour deux onces de zinc ; ſi je n'avois donc fondu que le poids de deux onces de métal comme dans l'eſſai précédent, j'aurois eu ſur ce pied ſept gros de perte, c'eſt-à-dire deux gros & demi plus que dans l'opération précédente, où il s'agit d'une ſeconde

fonte,

fonte, dont la premiere avoit déja souffert son déchet, que j'estime devroir être autour de ces deux gros & demi sur un poids de deux onces de composition.

Il n'est pas étonnant qu'un mêlange de cuivre rouge & de zinc souffre un si grand déchet par la fonte, le zinc étant par lui-même très-volatil ; puisque j'ai observé que le cuivre jaune dont la composition est faite avec la calamine, qui est beaucoup moins volatil que le zinc, ne laisse pas de souffrir par la fonte une diminution de deux gros sur un poids de deux onces de matiere.

J'ai éprouvé de même le métal du S^r^. la Croix. Il en a de deux sortes ; l'un plus aigre, d'une couleur plus relevée, dont le grain est fin & tirant sur le gris brun ; l'autre plus doux, d'une couleur pâle, verdâtre, dont le grain est mat, d'un gris jaunâtre.

Ayant fondu chacun de ces deux métaux à même feu, & les ayant laissé fumer pour en enlever les fleurs, j'ai trouvé que le plus doux sur demi-once a perdu deux scrupules seulement, & que le plus aigre a perdu un gros entier, parce qu'en effet il devoit être plus chargé de zinc.

Nous avons déja vû que le cuivre jaune, à ce même essai, sur pareil poids de demi-once perd un demi-gros, & que le métal du S^r^. le Blanc perd sur le même poids un gros & neuf à dix grains.

Ainsi des deux métaux du S^r^. la Croix, le plus doux ne souffre que douze grains de déchet plus que le cuivre jaune, & le plus haut en couleur ne perd que neuf à dix grains moins que le métal du S^r^. le Blanc.

Ce qui fait voir que l'aigreur & la beauté de ces sortes de métaux factices viennent de ce que le zinc y est contenu en plus grande proportion, & que la douceur & le ton pâle de couleur qu'on remarque en ces métaux, dépendent du cuivre jaune qui s'y trouve en plus grande proportion que le zinc.

Il paroît par les observations que j'ai rapportées, qu'il faut employer au moins parties égales de zinc & de cuivre rouge pour avoir un beau métal de couleur dorée, afin qu'il reste assez

de zinc dans la compoſition pour ſoûtenir le ton de couleur. Mais ſi l'on ne vouloit faire que du cuivre jaune par le mêlange du zinc & du cuivre rouge, il faudroit bien moins de zinc; puiſque j'ai fait obſerver que deux onces de cuivre rouge n'ont retenu que deux gros de la matiere du zinc, quand notre métal doré s'eſt converti, après une ſeconde fonte, en une eſpece de laiton.

Pour ne négliger aucun alliage dont la combinaiſon pût apporter quelque changement utile à ce métal factice, j'ai eſſayé d'y joindre quelques autres métaux. Les eſſais m'ont fait connoître que le mélange du fer y étoit le plus convenable. En effet ſi l'on jette ſur la fonte du cuivre ou du zinc, faite à parties égales, un huitieme de limaille de fer bien nette, il en naîtra une matiere jaune d'une belle couleur & d'un grain mat très-fin ſans ſtries, comme la chaux d'or.

Ainſi le fer dans cette opération, efface les ſtries qui rendent notre métal moins traitable.

En répétant cette opération, j'ai augmenté la doſe du zinc de deux gros comme dans l'eſſai qui donne le métal panaché; ce mêlange a produit un lingot dont le grain eſt pareil au précédent, mais plus éclatant & plus approchant de la couleur d'or. Quoique cette matiere ſoit auſſi aigre que la précédente, le corps en eſt plus compacte, plus ſolide & plus dur, ce qui le rend plus propre à recevoir un très-beau poli.

Cette addition du fer demande une manipulation particuliere pour changer les ſtries naturelles au tombac en un grain plus ſerré. Je la rapporterai dans la ſuite, lorſque je donnerai plus au long le détail de tous mes eſſais.



DESCRIPTION D'UNE MACHINE

Pour connoître l'Heure vraie du Soleil tous les jours de l'Année.

Par M. DU FAY.

A PEINE avoit-on fait quelques progrès dans l'Astronomie, q'on a connu que l'obliquité de l'écliptique, & l'excentricité de l'orbe du Soleil devoient produire de l'inégalité dans les révolutions solaires à l'égard de la terre, & que le jour naturel, c'est-à-dire, la durée du tems d'un midi à l'autre, n'étoit pas exactement de 24 heures. Nous avons dans les plus anciens Astronomes des méthodes pour connoître la différence qui est entre ces révolutions, comparées à celles d'une horloge extrèmement juste, ce qu'il n'étoit pas possible de trouver alors, puisqu'on n'avoit d'autres secours pour mesurer le tems que des clepsydres ou de pareils instrumens. 11 Avril 1725.

Enfin les arts ayant acquis de jour en jour de nouveaux dégrés de perfection, on a trouvé les horloges à roues & à balancier, qui avoient plus de précision que tout ce qu'on avoit vû jusques alors; mais on n'en est pas demeuré là, & vers l'année 1658, ou peu de tems auparavant, selon M. de la Hire, on imagina de substituer le pendule au balancier. On peut dire que ce n'est que depuis cette invention qu'on est parvenu à mesurer le tems avec quelque exactitude. C'est alors qu'on a pû verifier par l'expérience les observations des Astronomes, & qu'on a eu une preuve méchanique & sensible de l'irrégularité des apparences du mouvement solaire. *Mémoires* 1717.

Comme ces horloges à pendule sont aujourd'hui entre les mains de tout le monde, on a cherché à donner tous les

ſecours poſſibles à ceux qui voudroient s'appliquer aux obſervations aſtronomiques: c'eſt pour cela qu'on a conſtruit deux tables différentes, l'une deſquelles ſuppoſe qu'on a mis la pendule d'accord avec le Soleil à midi le premier Novembre, auquel jour arrive le grand retardement du Soleil, qui commence dès le lendemain à avancer; la différence de l'heure du Soleil à celle de la pendule augmente enſuite & diminue à pluſieurs repriſes, mais doit ſe retrouver d'accord avec le Soleil le premier Novembre de l'année ſuivante. En ſe ſervant de cette table, la pendule ſe trouve vers le 10 Fevrier avancer de 31 minutes & plus ſur le Soleil.

Pour éviter une auſſi grande différence, on a conſtruit d'autres tables, ſuivant leſquelles la pendule avance & retarde alternativement ſur le Soleil, ne s'en écartant jamais de plus de 6 minutes. On peut avec le ſecours d'une de ces tables, ſçavoir exactement l'heure du Soleil tous les jours de l'année, en ajoûtant ou retranchant de l'heure que marque la pendule, l'équation du jour, c'eſt-à dire, la différence en minutes & ſecondes marquées pour ce jour-là.

Quelque facile que ſoit ce calcul, on a tâché de le ſupprimer, & pour cela on a cherché à imaginer des pendules qui ſuiviſſent d'elles-mêmes ce mouvement du Soleil, dont les apparences ſont irrégulieres à notre égard.

En 1698 M. Varignon lut à l'Académie le projet d'une pendule qui devoit ſuivre le mouvement apparent, & qui avoit été imaginée par le P. D. Jacques Alexandre Religieux Benedictin de la Congregation de S^r^. Maur. Le principe de ſa méchanique étoit un plan elliptique placé verticalement au haut du coq, qui faiſoit ſa révolution en un an, & qui par ſon contour diverſement éloigné de ſon centre, allongeoit ou raccourciſſoit le fil qui ſuſpendoit la verge du pendule, & par conſéquent avançoit ou retardoit la pendule ſelon qu'il étoit néceſſaire pour ſuivre le tems vrai. Ce projet parut très-ingénieux, & fut approuvé par l'Académie.

En 1717 le S. le Roi Horloger en inventa une autre qu'il apporta à l'Académie; elle parut très-bien imaginée, &

exécutée avec beaucoup d'art & de précision. Il avoit placé dans la quadrature, la portion de la ſphere armillaire, compriſe entre les tropiques, & y ayant appliqué l'excentricité de l'orbe du Soleil par le moyen d'un méridien mobile qui s'élevoit & s'abbaiſſoit, il donnoit par cette ſtructure les deux cauſes aſtronomiques de l'irrégularité des apparences du Soleil : mais étant obligé de faire mouvoir l'aiguille des minutes par celles des heures, il n'étoit pas poſſible de lui donner toute la juſteſſe néceſſaire.

M. de la Hire voulut perfectionner cette idée, & imagina de porter toute cette méchanique ſur un plan vertical par projection. Il en donna une deſcription très-détaillée dans un mémoire qu'il lût à l'Académie en 1717. Les aiguilles étoient conduites par des chevilles gliſſantes, dans des fentes pratiquées ſur des tringles mobiles, ce qui leur faiſoit décrire une ellipſe par le moyen de laquelle elles ſuivoient exactement le mouvement du Soleil, & par conſéquent marquoient l'heure qui réſulte de ſes apparences. Quelque ingénieuſe que fût cette pendule, je ne ſçache pas qu'elle ait été exécutée, & je crois même que l'exécution en auroit été difficile & le ſuccès aſſez douteux, à cauſe d'une infinité de frottemens cauſés par ces chevilles qui devoient couler librement dans ces fentes.

Pour remédier à cet inconvénient, M, de la Hire en propoſa en même tems une autre, qui conſiſtoit en une courbe placée en dedans ou en dehors du cadran, ſur laquelle étoient tracées des diviſions inégales qui marquoient de cinq en cinq jours la différence de l'heure du Soleil à celle de la pendule; il y avoit deux aiguilles des minutes, l'une deſquelles étant miſe avec la main vers le midi, & lorſque l'autre étoit ſur 60 minutes à la diviſion qui marquoit l'équation du jour propoſé, & ſuivant enſuite toûjours l'aiguille du tems moyen à la diſtance à laquelle on l'avoit miſe, marquoit ainſi le reſte du jour l'équation, ou la différence de l'heure du Soleil, à celle de la pendule.

M. de la Hire communiqua cette conſtruction au S^r. le Roi, qui fit un cadran de pendule ſur ce plan, en y faiſant

cependant quelques changemens qui en rendoient la pratique plus facile, & évitoient la confusion que pouvoit causer la nécessité de deux aiguilles, aussi-bien que l'assujettissement de mettre l'une de ces aiguilles à l'équation vers l'heure de midi, lorsqu'on la vouloit sçavoir dans le cours de la journée. Ce changemenr consistoit en un second cadran de minutes mobile & qui portoit une alidade, dont la ligne de foi étant mise sur le jour marqué par les divisions de M. de la Hire, donnoit à toutes les heures l'équation solaire.

En 1722 le S^r. le Bon Horloger de l'Académie, en a fait voir une, qui outre le mouvement vrai du Soleil, & le mouvement moyen, marquoit encore le mouvement des Etoiles fixes, qui fournissoit le moyen de critique le plus exact pour juger de la régularité des autres. Ces trois mouvemens si différens avoient chacun trois cadrans mobiles pour les heures, minutes & secondes, & le changement pour chaque jour se faisoit par le moyen de la sonnerie dans le moment de midi, à l'exception des cadrans du mouvemens des Etoiles fixes, dont le changement se faisoit à plusieurs reprises pendant les heures du jour, afin qu'on pût en faire usage à quelque heure de la nuit que ce fût. On peut en voir un plus grand détail dans l'histoire de l'Académie de 1722.

Quelque tems après, le S. Thiout Horloger donna un projet de pendule à équation, dont il avoit exécuté en carton les modeles des principales pieces. Le mouvement étoit à l'ordinaire, mais il avoit placé dans la quadrature un plan vertical sur lequel il avoit disposé plusieurs chevilles de différente longueurs & à divers éloignemens du centre. Ce plan faisoit sa révolution en un an, & chaque jour une de ces chevilles faisoit échapper une ou plusieurs détentes, ce qui plaçoit l'aiguille des minutes du tems vrai à la distance de celle du tems moyen indiquée pour ce jour-là. J'ai observé qu'il y avoit de ces chevilles de différentes longueurs, les plus grandes servoient lorsque l'équation étoit considérable d'un jour à l'autre, & pour lors une seule cheville faisoit échapper trois détentes à 4 ou 5 heures l'une de l'autre; & de façon que ce

changement ſe faiſoit dans une proportion aſſez approchante de celle du Soleil. Sa machine fut approuvée, mais n'a point été exécutée.

L'année derniere le Prieur de Saint-Sernin en fit voir à l'Académie une de ſon invention. Il avoit ajoûté au mouvement ordinaire un plan vertical placé ſur le cadran, qui faiſoit ſa révolution en un an, & qui portoit une rénure ſuivant une courbe rentrante en elle même, dans laquelle gliſſoit une cheville de l'aiguille des minutes qui devoit marquer le tems vrai, y en ayant une autre qui étoit menée par le mouvement de la pendule, & marquoit le tems moyen ou régulier.

Depuis ce tems le Curé de Saint-Cyr en a apporté une à l'Académie qui marquoit l'équation à toutes les heures du jour; ce qui ſe faiſoit par l'élévation & l'abbaiſſement de toute la verge du pendule ſuſpendue au bras d'un levier; cette verge étoit ainſi rencontrée à différentes hauteurs par la fourchette, qui par conſéquent agiſſoit ſur elle avec plus ou moins de force, & en accéleroit ou rallentiſſoit les vibrations ſuivant qu'elle la prenoit de plus haut ou de plus bas; ce changement étoit déterminé par une courbe tracée, ſuivant la table des équations.

Si les métaux n'étoient point ſujets à des accidens imprévûs, indépendamment même de tous ceux qui ſont déja connus, & ſi l'homme avoit des organes aſſez parfaits pour obſerver exactement les plus petites dimenſions, on pourroit eſpérer de porter à une entiere perfection des découvertes dont on ne ſçauroit que loüer l'invention, mais malheureuſement tout concourt à s'y oppoſer. La température de l'air apporte aux métaux un changement conſidérable, elle étend leur volume, elle le reſſerre, elle augmente & diminue l'élaſticité des reſſorts, elle fond ou coagule les huiles qui ſervent à adoucir les frottemens; enfin ces frottemens même ſont dans un changement continuel; ils diminuent quelque tems après la conſtruction de la machine, lorſque les petites inégalités ſur leſquelles portoient les pivots, ſe ſont uſées & applanies, mais ils augmentent bien-tôt, & deviennent beaucoup plus

considérables qu'ils n'étoient d'abord, lorsqu'après quelques années les pivots s'usent & les trous s'agrandissent inégalement, il s'ensuit alors des accidens tout-à-fait irréguliers & auxquels il est impossible de suppléer par calcul ou par estime. Tous ces inconvéniens, joints à ceux qui résultent de la grossiereté des organes des hommes, font qu'il est extrèmement difficile de construire une pendule qui aille avec la derniere précision, & à plus forte raison lorsqu'on y veut mettre des mouvemens trop composés, & qui ont en eux-mêmes des principes nécessaires d'irrégularité ; c'est ce qui fait qu'on ne doit espérer une sorte de justesse & d'exactitude que dans les pendules les plus simples, telles que sont celles dont les vibrations sont d'une seconde, qui n'ont point de sonnerie ni aucun mouvement composé ; ce sont même les seules dont on se sert communément dans les observations astronomiques, & malgré la simplicité de leur rouage, on ne pourroit s'assûrer de quelque justesse sans une lentille pesante suspendue à l'extrémité d'une longue verge, qui par l'égalité des arcs qu'elle décrit, & par conséquent l'isochronisme de ses vibrations modere & regle le mouvemement primitif de l'horloge C'est donc à cette machine qu'il faut nécessairement revenir ; & comme elle ne peut pas suivre le cours apparent du Soleil, mais qu'elle a un mouvement uniforme & des révolutions égales, il faut avoir recours à l'expédient imaginé par M. de la Hire, mais dont on peut rendre l'usage plus étendu, & d'une exécution plus facile.

Nous avons déja vû les changemens qu'y a faits le S[r], le Roi ; il ne s'en est pas tenu là, il a imaginé de couper en deux la courbe de M. de la Hire, qui revenoit quatre fois sur elle-même en serpentant : & par ce moyen il l'a tracée sur un cercle de laiton mobile qui entoure le cadran de la pendule ; ayant placé extérieurement sur la fausse plaque deux alidades fixes, l'une à l heure de midi, & l'autre à six heures, il ne reste plus qu'à tourner avec la main ce cercle qui porte aussi un cadran de minutes, & placer le jour dont on veut sçavoir l'équation sous celle des alidades à laquelle le mois répond ; par ce moyen l'aiguille des minutes qui marque sur le cadran fixe de la pendule

l'heure

l'heure moyenne & réguliere, marquera ſur ce cadran mobile l'heure du Soleil.

Je crois qu'il eſt difficile de rien imaginer de plus ſimple, de plus exact & de plus commode; cependant, pour joüir de cet avantage, il faut conſtruire la pendule à deſſein, & on ne peut ſans un changement difficile & coûteux le faire appliquer aux pendules déja faites. C'eſt à cet inconvénient, qu'on peut dire en être réellement un pour le public, que j'ai tâché de remédier par la machine que j'ai l'honneur de préſenter à l'Académie; elle ne conſiſte qu'en deux morceaux de carton & une aiguille joints enſemble par un centre commun, & chacun reſpectivement mobile l'un à l'égard de l'autre, à l'exception cependant que lorſqu'on veut s'en ſervir, il faut regarder le carton de deſſous comme fixe, & placer avec la main celui de deſſus, & l'aiguille, de la maniere que nous l'allons enſeigner comme on le voit dans la figure ci-jointe.

Voici la méthode ſuivant laquelle la machine eſt conſtruite: je trace ſur le carton de deſſous, regardé comme fixe, un cercle que je diviſe exactement en 60 parties qui me doivent marquer les minutes du tems vrai ou de l'heure du Soleil: je fais les mêmes diviſions ſur un cercle pareil tracé ſur l'extrémité du carton mobile qui doit ſervir pour les minutes du tems moyen, c'eſt-à-dire, être placé ſuivant l'heure du tems moyen, ou le mouvement régulier de la pendule.

Ayant fait ces diſpoſitions, je marque les diviſions des jours, des mois, & voici de quelle maniere je les trouve. Je place à volonté une alidade vers un des angles du carton de deſſous, & ayant reconnu par expérience que la demi-circonférence du cercle ne ſuffiſoit pas pour tracer toutes les diviſions qui doivent aller du même ſens, je place l'autre alidade, dans l'angle oppoſé du carton fixe, mais un peu plus proche du haut du cadran, & à peu-près vis-à-vis la diviſion des 55 minutes. Ayant bien fixé ces deux alidades, je prens dans la Connoiſſance des Tems la table du tems moyen au midi vrai, & commençant par le premier Janvier, je trouve qu'il doit être midi 4 minutes & 16 ſecondes à la pendule, lorſ-

qu'il ſera midi au Soleil. Ayant donc ſuppoſé que le cadran du carton fixe marque l'heure du Soleil, je tourne le carton mobile juſques à ce que la diviſion des 4 minutes 16 ſecondes de ſon cadran ſoit au-deſſous de celle de 60 minutes du cadran fixe ; pour lors, & ſans changer la diſpoſition des deux cartons, je trace ſur un des cercles concentriques que j'ai décrits en dedans du cercle de minutes du carton mobile, une diviſion ſous la ligne de foi d'une des deux alidades, cette alidade me ſervant de regle pour la tracer : cette diviſion ſera celle qui doit ſervir pour le premier Janvier, puiſque les deux cartons reſtant diſpoſés en cette ſorte, l'équation ou la différence de 4 minutes & 16 ſecondes qui eſt celle du jour, ſe trouvera à toutes les heures entre le cadran du tems moyen & celui du tems vrai.

Je trouve enſuite pour le ſecond Janvier 4 minutes 44 ſecondes : je place de même ce point du cadran mobile ſous les 60 minutes du cadran fixe, & dans cette diſpoſition je trace ſous la ligne de foi de la même alidade la diviſion du 2 Janvier : je continue de la même maniere pour tous les jours pendant le tems que la différence augmente, ce qui me mene juſques au 10 Fevrier ; comme l'équation commence alors à diminuer, je ſuis la même méthode en rétrogradant, & pour éviter la confuſion, je trace ces diviſions ſur le ſecond cercle concentrique au premier que j'ai décrit précédemment, & je marque exactement à chaque diviſion, le jour & le mois auquel elle appartient.

Lorſque je ſuis parvenu au 15 Mai, je trouve que l'équation qui avoit été en diminuant depuis le 10 Fevrier, recommence à aller en augmentant, & me reporteroit ſur les diviſions que je viens de tracer ; pour lors je me tranſporte à l'autre alidade, & n'ayant plus aucun égard à cette premiere, je trace ſous la ligne de foi de cette ſeconde & ſur un des cercles dont j'ai parlé, les diviſions des mois ſuivants, allant dans le même ſens pendant tout le tems que l'équation augmente, c'eſt-à-dire, juſques au 25 Juillet ; enfin ce jour-là l'équation commencant à diminuer, & par conſéquent les

divisions à rétrograder, je les trace sur le second cercle, en me servant toûjours de la même alidade jusques au 31 Octobre, auquel jour l'équation augmentant de nouveau, je reviens à la premiere alidade & au premier cercle, & je me trouve le dernier Décembre être revenu au même point d'où j'étois parti le premier Janvier, de façon que cette premiere alidade me sert depuis le premier Novembre jusques au 15 Mai, & la seconde depuis le 16 Mai jusques au 31 Octobre.

Toutes mes divisions étant ainsi marquées, chacune sous l'alidade qui lui convient, j'écris les noms des mois, & les chiffres des jours de deux en deux, ou de cinq en cinq, suivant l'espace que j'ai entre les divisions qui sont toutes inégales; je place ensuite une aiguille au centre de mes deux cartons, & lorsque je veux sçavoir le tems vrai, à quelque heure & à quelque jour que ce soit, je place le jour du mois proposé sous la ligne de foi de l'alidade, & l'aiguille sur le cadran intérieur à l'heure que marque la pendule à secondes; pour lors la même aiguille marque sur le cadran extérieur l'heure qu'il est au Soleil, & la différence de l'une à l'autre par excès ou par défaut.

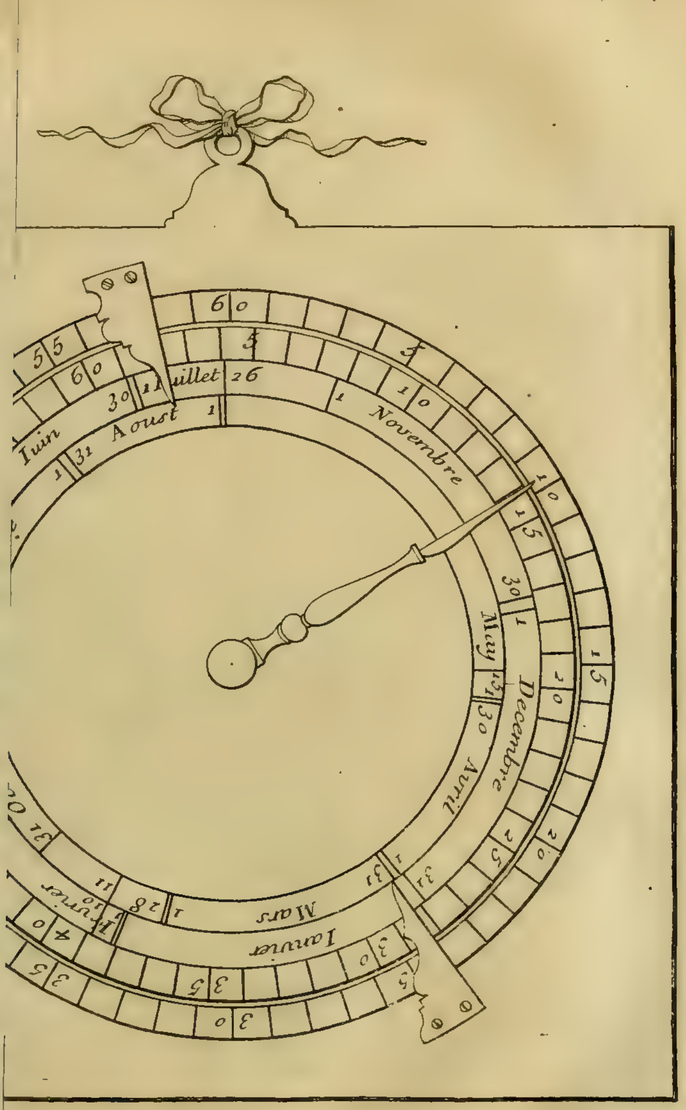
Comme nous avons remarqué dans le commencement de ce Mémoire, qu'il y avoit deux différentes tables d'équation, & que cette méthode ne se peut appliquer jusques-à-présent qu'à la derniere, c'est-à-dire, à celle suivant laquelle la pendule avance & retarde alternativement sur le tems vrai, & par conséquent se trouve quatre fois l'année d'accord avec le Soleil, il est bon de remarquer qu'elle peut servir, & sert en effet pour l'autre; il ne faut pour cela que placer deux alidades dans les deux autres angles du carton fixe, de façon qu'y portant les mêmes divisions tracées pour les deux premieres, l'aiguille marquera l'heure du Soleil en même tems que celle de la pendule mise d'accord avec le Soleil le premier Novembre. Tout l'art consiste à bien placer ces deux secondes alidades, ce qui se fait en posant, par exemple, le point de 20 minutes 32 secondes du cadran mobile vis-à-vis les 60 minutes du cadran fixe, qui est l'équation marquée pour le premier

Janvier; elle doit déterminer la poſition de la ligne de foi de l'alidade. On s'y prendra de même pour placer l'autre, & on verra que les mêmes diviſions ſe rapporteront à ces dernieres alidades de même qu'aux premieres, le tout conformément à la différence qui eſt entre les deux tables des équations.

Cette machine ſervira pour toutes les années; car quoiqu'il y en ait de biſſextiles, le jour qu'elles ont de plus que les autres ſe rencontre à la fin de Fevrier, auquel tems la différence de l'équation d'un jour à l'autre n'eſt que de quelques ſecondes; ainſi le peu d'erreur qu'il pourroit y avoir ne tombe que ſur un eſpace preſqu'inſenſible à l'œil, & ſûrement impoſſible à déterminer par eſtime, & que par conſéquent on peut negliger ſans aucun ſcrupule.

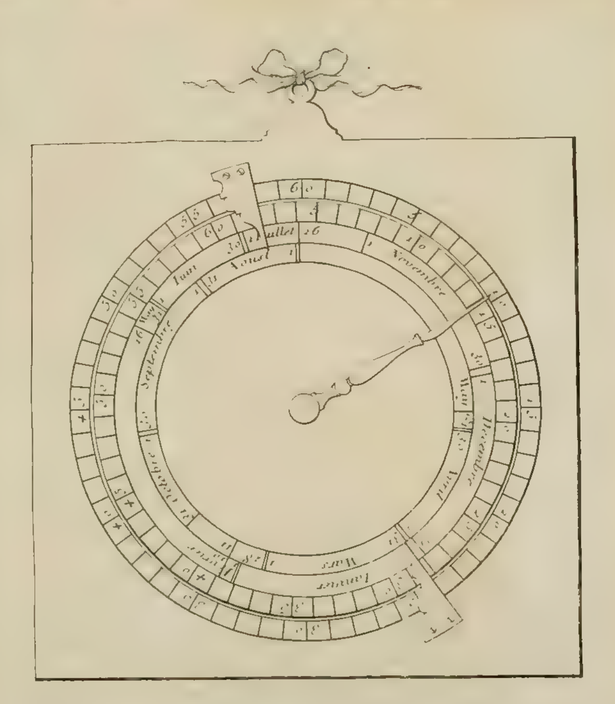
On voit qu'avec cette machine, il ſuffira pour ſçavoir l'heure dans la derniere préciſion, d'avoir une pendule à ſecondes, ou même une bonne pendule ordinaire à minutes, car en mettant le carton mobile au jour du mois, & l'aiguille de la machine ſur la minute du cadran du tems moyen que marque la pendule, on aura ſur l'autre cadran avec la même aiguille, l'heure qu'il doit être au Soleil; ce qui ſervira auſſi, ſi l'on a une méridienne ou un bon cadran à Soleil, à régler la pendule dans la derniere exactitude; car s'il n'eſt pas préciſément midi au Soleil, lorſque l'aiguille de la machine miſe d'accord avec la pendule marque midi au cadran du tems vrai, c'eſt une preuve que les révolutions du tems moyen ne ſont pas égales, c'eſt-à-dire, que la pendule n'eſt pas bien réglée, & qu'il la faut retarder ou avancer en abaiſſant ou élevant la lentille juſques à ce qu'elle marque préciſément l'heure indiquée par le cadran du tems moyen de la machine miſe au jour du mois & à l'heure du Soleil.

Si l'on n'a pas de méridienne ni de bon cadran à Soleil, & que l'on ſoit en lieu d'où l'on puiſſe voir le lever ou le coucher du Soleil, on pourra de même régler la pendule, quoiqu'avec moins de préciſion, en ſe ſervant de la machine; car l'heure marquée dans les tables pour le lever & le coucher du Soleil, ſe rapporte à l'heure vraie du Soleil; ainſi on ne



..a Confusion on n'a point tracé dans cette ..ivisions de 10. en 10. Secondes, ni celles des ..is qui le sont dans l'Instrument.

Ph. Simonneau filius Sculp.



Pour eviter la Confusion on n'a point tracé dans cette Planche les Divisions de 10. en 10. Secondes, ni celles des Iours des Mois qui le sont dans l'Instrument.

Ph. Simonneau filius sculp.

parviendroit jamais à régler une pendule en la mettant sur le lever & le coucher du Soleil; & pour faire usage de ces tables, il faut se servir de la machine que nous venons de décrire, ou avoir recours au calcul indiqué par la table des équations dans la Connoissance des Tems.

Enfin si tous les secours que nous venons de proposer pour régler la pendule manquoient, & qu'on ne pût point voir le moment du lever ou du coucher du Soleil, on seroit obligé, pour parvenir à la régler, de se servir du passage des étoiles fixes, & pour cela, observer à quelle heure de la pendule une étoile fixe quelconque passe derriere quelque muraille, ou quelqu'autre objet immobile, elle doit y passer le lendemain 3 minutes 56 secondes & demi plûtôt; & en cas que lorsqu'elle y passe, la pendule ne marque pas cette heure-là, il faudra l'avancer ou la retarder de la maniere que nous venons de le dire, jusques à ce qu'elle soit d'accord avec la révolution de l'étoile fixe, ayant égard à la différence des trois minutes & cinquante-six secondes ou environ, par jour.

Lorsque par un de ces trois moyens on sera parvenu à bien regler la pendule, il faudra la mettre sur le Soleil le premier Novembre, si l'on veut qu'elle avance toûjours sur le tems vrai, ou plûtôt suivant la table du tems moyen au midi vrai, par ce que la différence ne sera jamais que d'un quart d'heure par excès ou par défaut; alors il ne faut plus toucher à la lentille, ni aux aiguilles, mais se servir de la machine que nous venons de décrire, & de cette maniere l'on aura l'heure moyenne sur le cadran mobile, & l'heure vraie du Soleil sur le cadran fixe pour tous les jours & toutes les heures de l'année.

Au reste, je ne propose ce secours qu'à ceux qui ne voudront pas faire la dépense de mettre un cercle mobile autour du cadran de la pendule; car il faut avoüer qu'il est encore plus commode de l'avoir sur la pendule même que sur une machine séparée, & que l'application que nous en faisons dans ce Mémoire, n'est que pour en rendre l'usage plus général, & mettre tout le monde à portée de profiter d'un avantage

qui eſt le fruit du travail de pluſieurs gens très-habiles, & qui n'ont eu en vûe que l'utilité publique.

NOUVELLE METHODE

Pour connoître & déterminer l'effort de toutes ſortes de machines mûes par un courant, ou une chûte d'eau.

Où l'on déduit de la loi des Méchaniques des formules générales, par le moyen deſquelles on peut faire les calculs de l'effet de toutes ces machines.

Par M. PITOT.

5 Dec. 1725.

I. LA force de toutes ſortes de machines, quelles que ſoient leurs compoſitions ou leurs roüages, ſe peut réduire à celle du levier ſimple. Cela poſé, je dis que ſans avoir égard à leur méchaniſme, je puis en faire un examen général, des plus parfaites même qu'il ſoit poſſible de faire, ou de celles par le moyen deſquelles, avec une puiſſance motrice donnée, on peut mouvoir toute ſorte de grands poids; car il eſt évident que plus le poids ou le fardeau ſera grand, ainſi en raiſon réciproque il ſera mû avec moins de viteſſe.

II. Quoique les frottemens ſoient une cauſe de perte ou de diminution de force dans toutes les machines, nous n'y aurons cependant nul égard; par-là on ſera toûjours très-aſſûré que ſi on connoît qu'une machine ne peut produire l'effet qu'on ſe propoſe ſans y comprendre les frottemens, qu'elle ſera totalement rejettable.

III. Nous pouvons conſidérer auſſi que la ſuperficie des aubes, vannes ou pallettes, &c. choquées par le courant ou la chûte de l'eau, lui eſt oppoſée directement ou perpendiculairement, parce que dans l'examen d'une machine en particulier, on pourra toûjours réduire les chocs obliques aux chocs directs; car il eſt démontré que les forces des

impulsions obliques d'un fluide contre une surface plane, sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidences.

Regle générale tirée de la loi fondamentale des Méchaniques.

IV. En toutes machines le produit de la puissance motrice, ou (ce qui est le même aux machines mûes par l'eau) de la force de l'impulsion de l'eau contre les aubes ou vannes, multiplié par la vitesse des mêmes vannes, est toûjours égal au produit du poids mû par la machine & de sa vitesse. Ainsi si l'on nomme x, la vitesse des aubes ou vannes, t, la force du choc, P, le poids mû par la machine, & v, sa vitesse, on aura $tx = P \times v$.

Or la vitesse d'un courant d'eau étant donnée en pieds dans une seconde de tems que je nomme a, avec la superficie des aubes, &c. choquées directement par ce courant, voici de quelle maniere on trouvera la force du choc contre les aubes & leurs vitesses.

Calcul de la vitesse que les aubes ou vannes, &c. d'une machine doivent prendre pour produire le plus grand effet possible.

V. M. de la Hire a démontré dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1702, que pour calculer la force du choc de l'eau contre une surface immobile opposée directement à son courant, il faut diviser le quarré du nombre des pieds que ce courant fait dans une seconde par 56, qui est un nombre fixe pour tous les cas, le quotient sera la hauteur d'un solide d'eau qui a pour base la surface opposée, & le poids de ce solide d'eau qu'on trouvera à raison de 72 livres le pied cube, sera l'expression de la force du choc qu'on cherche. Mais cette force contre les aubes d'une roue n'est telle que dans le premier instant du choc, ou que les aubes sont immobiles; car la vitesse d'un courant d'eau contre les aubes

d'une roue en mouvement, ne doit être prise que de la différence ou de l'excès de celle de l'eau sur celle des aubes : & il est clair que si la vitesse des aubes ou vannes étoit égale à celle de l'eau, le choc seroit nul : ainsi les aubes doivent recevoir du courant de l'eau une certaine quantité de vitesse déterminée.

Mais je dis de plus, que pour le plus grand effet d'une machine, cette vitesse doit être telle que son produit par la force du choc soit le plus grand de tous les produits faits de même par une vitesse quelconque des aubes. Cela posé, pour trouver la vitesse des aubes, & la force du choc avec une vitesse du courant de l'eau donnée en pieds dans une seconde de tems égale a ; ayant nommé x, la vitesse des aubes qu'on cherche, $a - x$ sera la vitesse respective avec laquelle le courant rencontrera les aubes ; ainsi par la regle de M. de la Hire, la hauteur du solide d'eau qu'exprimera la force du choc sera $\frac{\overline{a-x}^2}{56}$, qu'on peut regarder comme la valeur du solide, en prenant l'unité seulement pour la superficie des aubes : mais ce solide d'eau étant multiplié par 72 livres, donnera la valeur de la force du choc de $72 \times \frac{\overline{a-x}^2}{56}$ ou $\frac{9}{7} \times \overline{aa - 2ax + xx}$, dont le produit par la vitesse des aubes x, sera $\frac{9}{7} \times \overline{aax - 2axx + x^3}$, pour la quantité de mouvement, laquelle doit être un plus grand ; ainsi suivant la méthode on aura cette équation $\frac{9aax - 18axx + 9x^3}{7aa} = y$, dont la différence est $\frac{9aadx - 36axdx + 27xxdx}{7aa} = dy = 0$, de laquelle on tirera cette autre équation $aa - 4ax + 3xx = 0$ pour avoir $x = \frac{2}{3}a \pm \sqrt{\frac{4}{9}aa - \frac{1}{3}aa}$. D'où l'on voit que les deux valeurs de x sont l'une $= a$, & l'autre $= \frac{1}{3}a$, ainsi la vitesse que les aubes d'une roue doivent prendre naturellement pour produire le plus grand effort possible, doit être toujours $\frac{1}{3}$ de celle du courant de l'eau.

Déterminer

Déterminer la force du choc & la quantité de mouvement.

VI. La viteſſe des aubes ou vannes pour le plus grand effet d'une machine ayant été trouvée égale $\frac{1}{3}a$, on aura la viteſſe reſpective avec laquelle le courant de l'eau rencontrera les aubes, égale $\frac{2}{3}a$; or il eſt démontré que les chocs de l'eau & de tout autre fluide ſont entr'eux comme les quarrés de leurs viteſſes; ainſi le quarré de $\frac{2}{3}$, a ou $\frac{4}{9}aa$, ſera l'expreſſion de la force du choc de l'eau par la viteſſe $\frac{2}{3}a$, qu'il faut multiplier par $\frac{1}{3}a$, viteſſe des aubes, pour avoir la quantité de mouvement, égale $\frac{4}{27}a^3$.

Formule générale pour toutes les Machines mûes par le courant de l'eau.

VII. Si par la même regle de M. de la Hire, on diviſe le quarré de la viteſſe reſpective du courant contre les aubes $\frac{4}{9}aa$ par 56, on aura la hauteur du ſolide d'eau qui exprime la force du choc de $\frac{4}{9}\times\frac{aa}{56}$ ou $\frac{aa}{126}$; & ſi l'on nomme ff la ſuperficie des aubes préſentée directement au courant de l'eau, $\frac{aaff}{126}$ ſera la valeur du ſolide d'eau en pieds cubes, qu'il faut multiplier par 72 livres, que nous prenons pour le poids d'un pied cube d'eau, pour avoir $\frac{72aaff}{126}$ ou $\frac{4}{7}aaff$, pour la valeur de la force du choc t, qu'il faut multiplier par la viteſſe des aubes $x=\frac{1}{3}a$ pour avoir la quantité de mouvement par la regle générale, $tx=\frac{4}{21}a^3ff=P\times v$.

VIII. L'égalité que nous venons de trouver eſt une formule générale par le moyen de laquelle on pourra connoître exactement la plus grande force, & tout ce qu'on peut eſpérer des machines propres à mouvoir de grands poids, &c. par le moyen du courant de l'eau, & cela ſans avoir beſoin de connoître la diſpoſition ou le méchaniſme du dedans de la machine.

Exemples pour l'usage de la Formule générale.

$$\frac{4}{21} a^3 ff = P \times v.$$

EXEMPLE I.

IX. Soit la viteſſe a du courant de l'eau de 3 pieds par ſecondes de tems, ff la ſuperficie des aubes de 100 pieds quarrés, & le poids P que la machine doit mouvoir, ou, ce qui eſt le même, la force qu'elle doit faire de 3000 livres; on aura $a = 3$, $ff = 100$, & $P = 3000$. Ces valeurs étant ſubſtituées dans la formule, on trouvera celle de la viteſſe v du poids P dans une ſeconde de tems de $\frac{14}{315}$ d'un pied, ce qui donne 617 pieds $\frac{1}{7}$ par heure.

EXEMPLE II.

La viteſſe v étant donnée de 3 pieds par ſeconde, celle du courant a de 4 pieds, la ſurface des aubes ou vannes $ff = 100$ pieds, on trouvera la valeur du poids P, ou de la force que la machine peut faire avec une telle viteſſe, en ſubſtituant ces valeurs dans la formule, pour avoir $P = 406$ livres $\frac{22}{63}$.

EXEMPLE III.

La viteſſe v étant donnée de 3 pieds par ſeconde avec le poids P, ou la force que la machine doit faire de 3000 livres, & le courant de l'eau $a = 3$ pieds, on trouvera dans la formule la grandeur des aubes $ff = 1750$ pieds quarrés.

EXEMPLE IV.

Enfin ſi la viteſſe v eſt donnée de 3 pieds par ſeconde, le poids ou la force $P = 3000$, avec la grandeur des aubes $ff = 100$ pieds quarrés, on trouvera la viteſſe a que le courant de l'eau doit avoir pour faire aller ou mouvoir la machine avec toutes ces conditions, en diviſant la valeur de $P \times v = 9000$ par $\frac{4}{21} ff = \frac{400}{21}$, la racine cube du quotient ſera à-peu-près 7 pieds $\frac{1}{4}$ pour la viteſſe a que le courant doit avoir.

Applications de nos calculs aux machines proposées pour remonter les Batteaux sur les Rivieres, sans employer la force des chevaux.

X. Pour faire un examen exact de toutes ces sortes de machines, il faut 1°. connoître la vitesse du courant de la riviere sur laquelle on veut les construire; ainsi pour la riviere de Seine, par exemple, j'ai trouvé par les expériences de Mrs Mariotte, de la Hire, du R. P. Sebastien, & celles que j'ai faites moi-même, que la rapidité ou le courant moyen de cette riviere est tout au plus de 2 pieds $\frac{1}{2}$ par seconde dans sa moyenne largeur. 2°. Que la force qu'il faut pour tirer un grand batteau chargé sur la Seine est à-peu-près de 2000 livres, lorsqu'on lui fait faire un pied & demi par seconde, ce qu'on peut calculer par deux voies différentes. La premiere, en évaluant cette force par le nombre des chevaux qu'on emploie, si l'on sçait à peu-près ce qu'un cheval peut tirer, ayant égard aussi à la direction oblique de la corde, quoiqu'elle soit très-variable. Or on emploie pour tirer les grands batteaux de la Seine, dix, douze & même quatorze chevaux, & on sçait que chaque cheval peut tirer environ 175 livres, par les expériences de Mrs Sauveur & de la Hire; ainsi la force que douze chevaux peuvent faire à tirer sera à-peu-près de 2100 livres; surquoi il faut faire la réduction ou la diminution causée par la direction oblique du tirage qu'on trouvera par cette proposition:

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'angle d'inclinaison de la corde.

Ainsi la force absolue des chevaux a la force réduite avec laquelle le batteau est tiré: on substituera cette force à la place de P dans la formule.

XI. La seconde maniere de calculer la valeur de P, ou de la force qu'il faut pour tirer les grands batteaux, vaut beaucoup mieux; elle consiste à calculer la force du choc de l'eau

contre la ſurface que le batteau oppoſe directement à ſon courant, ce qu'on peut faire facilement; car ſoit v, la viteſſe avec laquelle le batteau eſt tiré, & rr la ſurface qu'il préſente au courant, il eſt clair que $a+v$ ſera la viteſſe reſpective du courant contre le batteau, ainſi par la même regle que ci-deſſus, $\frac{\overline{a+v}^2}{56}$ ſera la hauteur d'un ſolide d'eau qui exprime la force du choc, & $\frac{\overline{a+v}^2}{56} \times 72 \times rr = \frac{9}{7} \times \overline{a+v}^2 \times rr$ ſera ſa valeur; laquelle force eſt la même que celle qu'il faut employer pour tirer le batteau, c'eſt pourquoi ſi on la ſubſtitue à la place de P dans la formule générale, on aura une formule particuliere pour toutes les machines qu'on peut propoſer pour remonter les batteaux ſur les rivieres.

$$\frac{4}{21} a\, ss = \frac{9}{7} \times \overline{a+v}^2 \times rr \times v.$$

Uſage de cette Formule.

XII. Si l'on propoſe maintenant de trouver la valeur de la puiſſance motrice, ou ce qui eſt le même, la grandeur des aubes ou vannes d'une machine, pour qu'elle puiſſe faire monter un grand batteau ſur la Seine qui préſenteroit au courant une ſurface de 108 pieds quarrés, telle que M. de la Hire l'a trouvée par les grands batteaux de cette riviere, & avec un pied & demi de viteſſe par ſeconde, ce qui eſt à-peu-près celle des chevaux, on aura $a = 2$ pieds $\frac{1}{2}$, $v = 1$ pied $\frac{1}{2}$, & $rr = 108$, ainſi $a+v = 4$. Toutes ces valeurs étant ſubſtituées dans la formule, on trouvera la grandeur des aubes ou vannes que la machine doit avoir de 1120 pieds $= ss$.

Cette prodigieuſe grandeur de vannes qu'il faut mettre à une machine pour la rendre capable de tirer un grand batteau, fait voir clairement le ſuccès qu'on doit eſpérer de toutes celles qu'on propoſe ſur ce ſujet. Car, ſi, par exemple, une de ces machines ne préſente au courant de la riviere que 64 pieds de ſurface de vanne, telle qu'eſt celle qu'on a conſtruite depuis peu pour remonter les batteaux de Rouen à Paris,

pour trouver la plus grande force que cette machine peut faire avec une viteſſe d'un pied & demi par ſeconde, on aura $a = 2$ pieds $\frac{1}{2}, = \frac{5}{2}, ff = 64$, & $v = 1$ pied $\frac{1}{2}, = \frac{3}{2}$. Et l'on trouvera par la premiere formule la force $P = 127$ livres. Ainſi cette machine ne peut faire tout au plus que la force d'un cheval.

Enfin ſi l'on veut conſtruire une machine dont les aubes ſoient beaucoup plus grandes, comme de 120 pieds, pour trouver la force qu'on peut faire avec une viteſſe d'un pied & demi par ſeconde, ce qui eſt à-peu-près celle des chevaux en tirant les grands batteaux, on aura $a = \frac{5}{2}, ff = 120$ & $v = \frac{3}{2}$, d'où l'on trouvera $P = 238 \frac{2}{21}$. Or la viteſſe de l'eau de la Seine contre la ſurface d'un batteau qui fait un pied & demi de chemin, en montant, étant de 4 pieds on trouvera que cette force de $238 \frac{2}{21}$ eſt la même que celle qu'il faudroit pour tirer une ſurface de 11 pieds $\frac{31}{54}$, ou ce qui eſt le même, un batteau qui préſenteroit au courant 11 pieds $\frac{31}{54}$, au lieu que les grands batteaux de la Seine préſentent de 100 à 110 pieds Pour prouver clairement que cette petite ſurface de 11 pieds $\frac{31}{54}$, fait équilibre avec 120 pieds de ſurface des aubes, il faut voir ſi le produit du choc d'un courant de 4 pieds ſur 11 pieds $\frac{31}{54}$, multiplié par un pied & demi de viteſſe, ſi ce produit, dis-je, eſt égal au produit du choc d'un courant de $\frac{5}{3}$ de pied contre une ſurface de 120 pieds par la viteſſe $\frac{5}{6}$ de pied égal au tiers du courant de la riviere, on trouvera par l'un & l'autre calcul le même produit de $357\frac{1}{7}$.

Des viteſſes que les aubes peuvent prendre.

XIII. On peut voir clairement par ce qui a été dit, (*Art. V.*) que la viteſſe des aubes ne peut jamais être moindre que le tiers de celle du courant de l'eau, mais que ſi l'uſage de la machine eſt tel qu'on n'ait pas beſoin de ſon plus grand effort; alors cette viteſſe des aubes deviendra plus grande que le tiers de celle du courant toûjours de plus en plus, à proportion que le produit du poids ou de la force P, par la viteſſe v, ſera moindre, juſqu'à ce qu'enfin elle deviendroit égale à celle du courant ſi le produit $P \times v = 0$.

Calcul de la viteſſe des aubes ou vannes, dans tous les cas moyens.

XIV. Pour trouver la viteſſe que les aubes prendront pour produire une force quelconque, moindre que la plus grande que la machine peut faire, nous nommerons, pv, le produit du poids qu'on veut mouvoir par la viteſſe qu'il faut lui donner, a, la viteſſe de l'eau, ff, la ſurface des aubes, & x, leurs viteſſes qu'il faut trouver; ainſi la viteſſe reſpective de l'eau ſera $a - x$, & par la regle de M. de la Hire $\frac{9}{7} \times \overline{a - x}^2 ff$, ſera la force du choc, mais par la regle générale (*Art. IV.*) $\frac{9}{7} \times \overline{a - x}^2 ff \times x = pv$, ce qui donne $\overline{a - x}^2 \times x = \frac{9}{7}\frac{pv}{ff}$ ou $x^3 - 2axx + aax = \frac{7}{9}\frac{pv}{ff}$, dont l'une des racines ſera la viteſſe x qu'on cherche.

Si l'on ſuppoſe que x ſoit la viteſſe reſpective, celle des aubes ſera $a - x$, & $\frac{9}{7}\, xxff$ ſera la force du choc; ainſi $\frac{9}{7}\, xxff \times \overline{a - x}^1 = pv$, qu'on réduit à $x^3 - axx + \frac{7}{9}\frac{pv}{ff} = 0$. Dont l'une des racines ſera la viteſſe reſpective, & $a - x$, celle des aubes.

REMARQUE.

XV. Les exemples que nous avons donnés font voir clairement qu'on ne peut tirer une force conſidérable du choc de l'eau du courant ordinaire des rivieres. C'eſt pour cela même qu'à preſque toutes les machines mûes par l'eau, comme celles qui ſervent à mouvoir les piſtons des pompes, les marteaux des forges, & la plûpart des moulins à bled, à papier, à poudre, foulon, &c. on retient l'eau par pluſieurs moyens pour faire des eſpeces de réſervoirs, ou biais, dont le niveau ſoit élevé au-deſſus des aubes de la roue, à proportion de la force dont on a beſoin, car une très-petite chûte d'eau a plus de force que le courant ordinaire d'une riviere, comme la Seine, &c. ainſi qu'on peut le calculer par l'article ſuivant.

Sur l'effort des machines mûes par une chûte d'eau.

XVI. Pour trouver la force, la viteſſe, &c. de toutes ſortes de machines mûes par la chûte de l'eau d'un réſervoir ſur les aubes de la roue qui lui ſert de puiſſance, il eſt bon de ſe rappeller un principe d'Hydraulique, démontré dans le Traité *du Mouvement des Eaux* de M. Mariotte; ſçavoir, que les viteſſes que les eaux acquiérent par leurs chûtes, ſont entr'elles en raiſon ſoufdoublée des hauteurs du réſervoir d'où elles tombent. Or ſuivant M. de la Hire, l'eau parcourt, en tombant dans une ſeconde de tems, un eſpace de 14 pieds, ainſi la viteſſe uniforme après ſa chûte de 14 pieds ſera de 28 par ſeconde. Si donc on nomme b, la hauteur d'un réſervoir quelconque, & u, la viteſſe que l'eau doit acquérir en tombant de ce réſervoir, on aura $\sqrt{14}. \sqrt{b} :: 28. u.$ ou $\sqrt{14}. 28 :: \sqrt{b}. u :: 14. 28.$ ou $784 :: b. uu :: 1. 56.$ ainſi $u = \sqrt{56b}$ par la viteſſe acquiſe par la chûte de la hauteur b.

Démonſtration de la Regle de M. de la Hire dont nous nous ſommes ſervis.

XVII. Si on ſe rappelle encore cet autre principe d'Hydraulique, où l'on démontre que lorſqu'une ſurface eſt choquée par une chûte d'eau d'une certaine hauteur, la force du choc eſt égale à un ſolide d'eau de même hauteur, & d'une baſe égale à la ſurface choquée, on verra naître la démonſtration de la regle de M. de la Hire; car par cette regle il faut diviſer le quarré de la viteſſe par 56 pour avoir la hauteur b du ſolide d'eau qui exprime la force du choc. Or on vient de trouver que la viteſſe eſt $\sqrt{56b}$, dont le quarré $56b$ étant diviſé par 56, donnera la hauteur b. Donc &c.

Formule pour toutes les Machines mûes par une chûte d'eau.

XVIII. Ayant trouvé que la viteſſe du courant de l'eau acquiſe par ſa chûte de la hauteur b, eſt $\sqrt{56b}$; celle des aubes pour le plus grand effort des machines ſera $\frac{1}{3}\sqrt{56b}$, & la viteſſe reſpective $\frac{2}{3}\sqrt{56b}$, donc $\frac{4}{9}b$ ſera la hauteur du ſolide d'eau qui exprimera la force du choc. Si l'on nomme ff la ſuperficie des aubes, & qu'on multiplie par 72 livres que nous prenons pour le poids d'un pied cube d'eau, on aura l'expreſſion du poids du ſolide ou de la force du choc, de $32bff$. Maintenant ſi l'on nomme P le poids ou l'effort que la machine doit faire, & v la viteſſe qu'elle lui doit donner, on aura par la regle générale cette formule $32bff \times \frac{1}{3}\sqrt{56b} = P \times v$, par le moyen de laquelle on trouvera la plus grande force, & généralement tout ce qu'on doit attendre des machines mûes par la chûte de l'eau.

Exemples pour l'uſage de la Formule.

$$32bff \times \frac{1}{3}\sqrt{56b} = P \times v.$$

EXEMPLE I.

Soit la hauteur b du niveau de l'eau au-deſſus des aubes de 3 pieds, ff = 100 pieds, P = 3000 livres; on ſubſtituera ces valeurs dans la formule pour avoir la viteſſe v avec laquelle le poids P ſera mû.

1°. On trouve $\frac{1}{3}\sqrt{56b} = 4\frac{32}{100}$.

2°. $32bff = 9600$, donc $32bff \times \sqrt{56b} = 41472$ & $v = \frac{41472}{500} = 13\frac{103}{125}$ pieds par ſecondes.

EXEMPLE II.

Si la hauteur du réſervoir ou biais b, eſt 4 pieds, le poids P qu'il

qu'il faut mouvoir de 540 livres, & la surface des aubes de $\frac{10}{9}$ d'un pied, on trouvera la vitesse $v = \frac{23936}{18225}$ de pieds dans une seconde, ce qui donne près de 79 pieds par minute.

Cet exemple est le calcul de la vitesse d'un martinet ou petite forge; & comme il faut environ 6 pouces de la vitesse que nous avons trouvée pour faire lever le marteau à une hauteur de 15 ou 18 pouces, il s'ensuit que par notre calcul le marteau doit donner environ 160 coups par chaque minute; ce que j'ai trouvé de même par les expériences que j'ai faites sur les lieux en Nivernois.

EXEMPLE III.

La vitesse v étant donnée de $\frac{17}{22}$ de pieds par seconde, la hauteur b de la chûte de l'eau de $\frac{1}{2}$ pieds, & les aubes ff de 135, on trouvera la force ou le poids que la machine peut mouvoir avec la vitesse donnée v, de 4938 livres $= P$. Cet exemple est le calcul que j'ai fait de la force des pompes du Pont Notre-Dame, c'est-à-dire, que la force qui fait mouvoir les pistons est de 4938 livres.

EXEMPLE IV.

Si la vitesse $v = \frac{1}{2}$ pied par seconde, $b = \frac{1}{3}$ ou 4 pouces, $ff = 94$ pieds, on trouvera la force de la machine ou le poids P, de 722 livres.

Ce calcul est celui que nous avons fait de la force que la roue de la Pompe de la Samaritaine peut fournir pour mouvoir les pistons avec la vitesse v.

Il est bon de dire ici qu'il peut arriver tous les jours du changement à la force motrice des Pompes que nous avons déterminée, soit par l'augmentation de la riviere, &c.

EXEMPLE V.

Si $P = 3000$, $v = 3$ pieds 8 pouces, $ff = 64$ pieds quarrés, pour trouver la hauteur b de la chûte d'eau sur les aubes pour faire aller la machine avec toutes ces conditions,

on réduira la formule à $\frac{57344}{9} ssss\, b^{3} = \overline{P \times v}^{2}$. D'où l'on tirera $b = \sqrt[3]{\frac{1125300000000}{2348810241}}$ Enfin ayant achevé le calcul, on trouvera la hauteur $b =$ 1 pied 8 pouces 4 lignes.

De cet exemple il s'enſuit que ſi par le moyen de la machine qu'on a conſtruite pour remonter les batteaux, on vouloit tirer un fardeau, &c. avec une force de 3000 & une viteſſe de 3 pieds 8 pouces par ſeconde pour faire une lieue de 2200 toiſes par heure, il faudroit que l'eau tombât ſur les aubes de la hauteur d'un pied 8 pouces 4 lignes.

XIX. Quoique la formule que nous avons donnée pour toutes les machines mûes par le courant de l'eau, ſoit fondée ſur un principe généralement reçû; ſçavoir, que la force du choc des fluides eſt toûjours en raiſon doublée de leurs viteſſes; ce principe n'étant qu'une ſuite néceſſaire de l'hypotheſe de Galilée ſur l'accélération de viteſſe que les corps peſans acquierent en tombant: j'ai reconnu cependant qu'il étoit important de joindre à ce Mémoire les nouvelles recherches que j'ai faites ſur ce ſujet. 1°. Pour donner à notre théorie toute l'étendue & toute la généralité poſſible. 2°. Pour déduire des principes & des regles dont nous nous ſommes ſervis, des formules pour les machines mûes par le vent. 3°. Et enfin pour démontrer que le cas des machines mobiles vers un point fixe contre le courant du fluide qui lui ſert de puiſſance, n'a aucun avantage & ſe réduit préciſément au même que celui des machines fixes, ce qu'il ſera à propos de démontrer; car il paroît vraiſſemblable (que ſi une machine monte le courant de l'eau avec le fardeau qu'elle tire, comme ſont la plûpart de celles qu'on propoſe pour remonter les batteaux) il paroît, dis-je, qu'on doit prendre dans ce cas pour la viteſſe totale du courant de la riviere, contre les aubes de la machine, la ſomme du même courant & du chemin que la machine fait vers le point fixe. Comme ce paralogiſme ſe préſente naturellement de lui-même, nous le démontrerons dans toute ſon étendue.

XX. Nous avons dit ci-deſſus que le principe ou la regle

du choc des fluides, n'eſt qu'une ſuite néceſſaire de l'hypotheſe de Galilée ſur la chûte des corps, que tous les Mathématiciens ont reçûe & que les expériences ont toûjours confirmée : ce qu'on peut démontrer facilement, car une viteſſe uniforme d'un corps peut toûjours être regardée comme une viteſſe acquiſe par ce corps en tombant : ainſi ſi l'on nomme h, la hauteur ou la longueur qu'un corps a parcouru en tombant dans une ſeconde de tems, par l'hypotheſe de Galilée $\sqrt{h}$ ſera l'expreſſion de la viteſſe acquiſe à la fin de la premiere ſeconde, & $2h$ exprimera la longueur que ce corps doit parcourir dans une ſeconde d'une viteſſe uniforme égale à la viteſſe acquiſe à la fin de cette premiere ſeconde ; ainſi en nommant a, une viteſſe quelconque d'un fluide, b la hauteur d'où ce fluide doit tomber pour acquérir cette viteſſe, on aura $2h. \sqrt{h} :: a \sqrt{b}.$ ou $4hh. h :: aa. b.$ & $\frac{aa}{4h} = b.$ Mais la force du choc de l'eau par la viteſſe a, eſt égale à un ſolide d'eau qui a pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur la hauteur $b = \frac{aa}{4h}. \frac{aa}{4h}$, exprimera la force du choc par la viteſſe a; ſi l'on prend une autre viteſſe quelconque z, on trouvera de même que l'expreſſion du choc fait par cette viteſſe, ſera $\frac{zz}{4h}$. Donc la force du choc par la viteſſe a, eſt à la force du choc par la viteſſe $z :: \frac{aa}{4h}. \frac{zz}{4h} :: aa . zz.$ Donc, &c.

XXI. Si nous voulons maintenant donner à nos formules toute l'univerſalité poſſible, pour trouver la force, la viteſſe, &c. de toutes les machines mûes par des fluides, ſuivant toutes les hypotheſes à l'infini. Soit $h^{\frac{n}{m}}$ l'expreſſion générale de la viteſſe de l'eau acquiſe de la hauteur h, dans une ſeconde de tems, & ſi l'on prend une viteſſe donnée a, on aura $2h . h^{\frac{n}{m}} :: a . b^{\frac{n}{m}}$ ou $2h^{\frac{m}{n}} . h :: a^{\frac{m}{n}} . b.$ Donc $\frac{ha^{\frac{m}{n}}}{2h^{\frac{m}{n}}} = b$, ou la hauteur du ſolide qui exprime la

force du choc fait par la viteſſe a. Mais pour trouver, ainſi qu'à l'Art. V. de notre Mémoire, la viteſſe des aubes ou vannes, ſoit p la peſanteur ſpécifique de l'eau ou d'un fluide quelconque, ff la ſurface des aubes, x la viteſſe qu'elles doivent prendre pour produire le plus grand effet. $a - x$ ſera la viteſſe reſpective, & par l'hypotheſe générale $\frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \overline{a-x}^{\frac{m}{n}}$ ſera la valeur du ſolide qui exprime la force du choc, qu'il faut multiplier par x, pour avoir la quantité de mouvement $\frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times x \times \overline{a-x}^{\frac{m}{n}}$, laquelle doit être un plus grand, ainſi ſa différence eſt $\frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} dx \times \overline{a-x}^{\frac{m}{n}} - \frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m}{n} x \times \overline{a-x}^{\frac{m}{n}-1} dx = 0$. D'où l'on tire en diviſant chaque terme par $\frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \overline{a-x}^{\frac{m}{n}-1} dx$, $a - x = \frac{m}{n} x$, ou $\frac{n}{m+n} a = x$ pour la viteſſe des aubes; d'où l'on aura la viteſſe reſpective du fluide contre les aubes $= \frac{m}{m+n} a$.

Maintenant pour avoir la hauteur du ſolide qui exprime la force du choc, on dira comme ci-deſſus:

Si $2h \,.\, h^{\frac{n}{m}} :: \frac{m}{m+n} a \,.\, b^{\frac{n}{m}}$, ou $2h^{\frac{m}{n}} \,.\, h :: \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{\overline{m+n}^{\frac{m}{n}}} \,.\, b$, ainſi $\frac{hm^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{2h^{\frac{m}{n}} \times \overline{m+n}^{\frac{m}{n}}} = b$, ou la hauteur du fluide qu'il faut multiplier par pff pour avoir la force du choc $= \frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{\overline{m+n}^{\frac{m}{n}}}$, laquelle étant multipliée par la vi-

teſſe des aubes $\frac{a}{m+n}a$, donnera la quantité du mouvement, qu'il faut égaler à $P \times v$ de notre formule ; pour avoir une formule univerſelle, ſuivent toutes les hypotheſes à l'infini

$$\frac{bpss}{2b^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{m}{n}}}{\overline{m+n}^{\frac{m}{n}}} \times \frac{n}{m+n}a = P \times v.$$

Si entre toutes les hypotheſes à l'infini on prend celle de Galilée, alors $n=2$, $n=1$; mais ſi de plus, la hauteur ou la longueur h, qu'un corps en tombant parcourt dans la premiere ſeconde de ſa chûte eſt de 14 pieds, & le poids p d'un pied cube d'eau de 72 livres, toutes ces valeurs étant ſubſtituées dans la formule univerſelle, elle deviendra la premiere formule générale de notre Mémoire, ou $\frac{4}{21}a^3 ss = P \times v$: mais ſi au lieu de la viteſſe a, on ſubſtitue ſa valeur $\sqrt{4hb}$ tirée de la proportion ci-deſſus, $4hh \,.\, h :: aa \,.\, b$, on aura en mettant les mêmes valeurs que ci-deſſus à la place de m, n, h & p, la ſeconde formule de notre Mémoire pour toutes les machines mûes par une chûte d'eau de la hauteur b. $\frac{32}{3}bss \times \sqrt{5bb} = P \times v$.

XXII. Pour rendre l'uſage de nos formules général pour toutes les machines mûes par l'eau, nous avons nommé P la valeur du poids ou de la force que la machine doit faire pour mouvoir ou tirer un fardeau avec la viteſſe v; mais dans certains cas particuliers, comme pour les machines propoſées pour remonter les batteaux, on rendroit l'uſage de la formule plus commode, en ſubſtituant au lieu de P, la force du choc de l'eau contre le batteau, ce qu'on peut faire facilement en cette ſorte.

Soit v, la viteſſe avec laquelle le batteau eſt tiré par la machine, & rr, la ſurface qu'il préſente au courant ; $a+v$ ſera la viteſſe reſpective du courant contre cette ſurface, on aura donc pour toutes les hypotheſes à l'infini $2h^{\frac{m}{n}} \,.\, h ::$ $:: \overline{a+v}^{\frac{m}{n}}$ à la hauteur du ſolide qui exprime la force du

choc, égale $\frac{h}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \overline{a+v}^{\frac{m}{n}}$, laquelle étant multipliée par rr & par p, peſanteur ſpécifique d'un pied cube d'eau, on aura $\frac{hprr}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \overline{a+v}^{\frac{m}{n}}$ pour la force du choc contre le batteau ou la valeur de P, qu'il faut ſubſtituer dans la formule univerſelle pour avoir $\frac{hpff}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{\overline{m+n}^{\frac{m}{n}}} \times \frac{na}{m+n} = \frac{hprr}{2h^{\frac{m}{n}}} \times \overline{a+v}^{\frac{m}{n}} \times v$, ou bien $ff \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{\overline{a+n}^{\frac{m}{n}}} \times \frac{na}{m+n} = rr \times \overline{a+v}^{\frac{m}{n}} \times v$.

Par cette formule on trouvera facilement, ſuivant toutes les hypotheſes à l'infini, tout ce qu'on peut eſpérer des machines propoſées pour remonter les batteaux, &c. Pour la réduire à une formule générale, ſuivant l'hypotheſe de Galilée, on ſubſtituera 2 à la place de m, & 1 à celle de n, il viendra cette autre formule $\frac{4}{27} a^3 ff = \overline{a+v}^2 \times v \times rr$, dans laquelle trois des quantités a, v, ff, & rr étant données, on trouvera la quatriéme. Si, par exemple, la viteſſe v, avec laquelle le batteau doit être tiré, eſt égale à celle du courant a, on aura $\frac{4}{27} ff = 4rr$, ou $ff = 27rr$; d'où l'on voit que dans ce cas la ſurface des aubes doit être 27 fois plus grande que celle que le batteau préſente au courant. Mais ſi la viteſſe v eſt d'un pied par ſeconde ſeulement, celle de l'eau de 2 pieds $\frac{1}{2}$, & la ſurface des aubes ou vannes de la machine de 360 pieds, on trouvera la ſurface rr qu'un batteau doit préſenter pour être tiré par la machine de 68 pieds. Maintenant pour trouver la grandeur de ce batteau, ou ſon rapport avec les plus grands que la riviere peut porter, on dira, en ſuppoſant que les batteaux ſont des ſolides ſemblables, & que les plus grands

présentent au courant 100 pieds; par exemple, comme 100 multiplié par sa racine 10, ou 1000 est à 68, multiplié par sa racine $\sqrt{68}$ de 8 $\frac{1}{4}$ à peu-près, ou 561 : : ainsi le grand batteau sera au batteau que la machine pourra tirer.

XXIII. Pour appliquer tout ce que nous avons dit jusques ici aux machines mûes par le vent, il faut connoître 1°. la différence entre la force du choc de l'air & celle du choc de l'eau. 2°. Le rapport du choc direct du vent au choc oblique, lorsque la surface des aîles est oblique à sa direction, comme celles des moulins, &c. Je trouve que M. Mariotte a satisfait à la premiere de ces recherches dans son Traité *du Mouvement des Eaux*; car, selon lui, pour que la force du choc du vent soit égale à la force du choc de l'eau, il faut que la vitesse du vent soit 24 fois plus grande que celle de l'eau. Il suit de ce principe que si la vitesse de ces deux fluides est égale, la force du choc de l'eau est 576 fois plus grande que celle de l'air. Car si la vitesse de l'air ou du vent doit être 24 fois plus grande que celle de l'eau, pour que son choc soit égal à celui de l'eau, lorsque la vitesse de l'eau sera 1, celle du vent doit être 24; mais comme le choc des fluides est toûjours exprimé par le quarré de leurs vitesses, on aura le quarré de 1 pour le choc de l'eau, & le quarré de 24 ou 576 pour celui du vent; or puisque 1 de choc de l'eau est égal à 576 de choc du vent, il s'ensuit, &c.

Voyez les pages 180. *&* 106.

A l'égard du rapport de la force du choc direct au choc oblique, on peut voir ce que M[rs] Mariotte & Parent ont écrit sur ce sujet, pour lequel nous donnerons bientôt un Mémoire particulier, où l'on trouvera des Méthodes faciles pour calculer le rapport entre les forces des impulsions directes & obliques, que nous marquerons simplement ici par $\frac{c}{d}$.

XXIV. On peut voir facilement par tout ce qui a été dit ci-dessus, que pour réduire la premiere formule générale de notre Mémoire pour toutes les machines mûes par la vitesse ou le courant de l'eau à une formule générale pour toutes les machines mûes par la vitesse de l'air ou par le vent, il faut

ſimplement diviſer la force du choc de l'eau que nous avons trouvé de $\frac{4}{7}$ *aaſſ* pour le plus grand effet des machines par 576 pour avoir $\frac{4}{4032}$ *aaſſ* $=$ $\frac{1}{1008}$ *aaſſ*, expreſſion de la force du choc direct du vent, qu'il faut multiplier par le rapport $\frac{d}{c}$, que je ſuppoſe qu'on a calculé ſuivant l'angle de l'obliquité des aîles, on aura $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c}$ *aaſſ* pour la force du choc oblique, laquelle étant multipliée par $\frac{1}{3}a$, viteſſe des aîles, on aura $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c} \times aaſſ \times \frac{1}{3}a$ pour la quantité de mouvement qu'il faut égaler à $P \times v$ pour avoir enfin la formule générale de toutes les machines mûes par le vent, $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c} \times aaſſ \times \frac{1}{3}a = P \times v$, ou $\frac{1}{3024}\frac{d}{c}a^3ſſ = P \times v$; dans laquelle *a* marque la viteſſe du vent, *ſſ* la ſurface des aîles, *P* la valeur du poids mû par la machine, & *v* ſa viteſſe. Ainſi dans toutes les machines mûes par le vent comme les moulins, &c. ſi l'on veut trouver la valeur du poids *P*, on ſubſtituera dans la formule la viteſſe ou le chemin que le vent fait dans une ſeconde de tems à la place de *a*; la ſurface des aîles en pieds quarrés à celle de *ſſ*; la viteſſe en pieds par ſeconde que doit avoir le poids mû par la machine à celle de *v* : & l'on aura la valeur en livres peſant de la force *P*. Mais ſi l'on demande de trouver la viteſſe du poids mû par la machine, on ſubſtituera à la place de *a*, *ſſ* & *p* leurs valeurs, & on aura la viteſſe *v*; de même les valeurs de *ſſ*, *P* & *v* étant données, on trouvera la viteſſe *a* que le vent doit avoir, en obſervant toûjours de faire la réduction cauſée par l'obliquité des aîles. Qu'on propoſe, par exemple, de faire des chariots à vent capables de tranſporter à peu-près le même fardeau que les charrettes ordinaires, on doit d'abord remarquer que pour tirer les charrettes médiocres, il faut trois chevaux, & que chaque cheval, comme nous avons dit, Article X, peut tirer environ 175 livres; ainſi la force des trois chevaux ſera de 525 livres, mais prenons ſeulement 500 livres pour la force qu'il faudroit employer pour tirer un tel chariot chargé; ſi l'on prend

la

la vitesse du vent a de 14 pieds par seconde, la réduction ou le rapport $\frac{d}{c} = \frac{3}{8}$; & enfin si l'on veut que le chemin que le Chariot doit faire soit de $\frac{1}{2}$ lieue par heure, ou d'environ 2 pieds par seconde, la vitesse respective du vent contre les aîles sera de 12 pieds. Maintenant pour trouver la grandeur des aîles ou voiles qu'il faudroit donner à ce Chariot, on aura $P = 500$, $a = 12$, $\frac{d}{c} = \frac{3}{8}$, & $v = 2$; d'où l'on trouvera dans la formule la surface des voiles de 4666 pieds $\frac{2}{3}$, dont le quart 1166 $\frac{2}{3}$ pieds, sera la superficie d'une aîle; si cette aîle est en forme de voile latine ou à tiers point, nous la pouvons considérer comme un quart de cercle dont les quatre formeront un cercle entier qui aura 4666 pieds $\frac{2}{3}$ de surface; or on trouvera le diametre de ce cercle de 77 pieds à peu-près; ainsi la longueur des aîles doit être dans ce cas de 38 pieds $\frac{1}{2}$.

XXV. On se sert quelquefois pour faire monter un bateau contre le courant de l'eau, d'une voile qu'on oppose à la direction du vent, lorsqu'elle est à peu près opposée à celle du cours de la riviere, ou que le vent est favorable. De tout ce qui a été dit dans les deux articles précédents, nous pouvons déduire une méthode très-facile pour en faire les calculs : car si l'on nomme a, la vitesse du vent, E, celle du courant de la riviere, v, celle du bateau ou le chemin qu'il fait en montant, ff, la surface de la voile, & rr, celle que le bateau présente au courant, on aura $E + v =$ la vitesse respective du courant de l'eau contre le bateau, & $a - v =$ celle du vent contre la voile, ainsi la force du choc de l'eau contre le bateau, sera $\frac{\overline{E+v}^2}{56} \times 72 \times rr = \frac{9}{7}\overline{E+v}^2 \times rr$; mais la force du choc fait par un courant d'eau égale à la vitesse $a - v$, est $\frac{9}{7}\overline{a-v}^2 \times ff$, qu'il faut réduire au choc du vent en la divisant, comme nous avons dit, par 576 pour avoir

la force du choc du vent contre la voile $\frac{7}{9} \times \overline{\frac{1}{576}}^{2} \times ff$, laquelle doit être égale à celle du choc de l'eau contre le bateau, on aura donc cette équation ou formule, $\frac{1}{576}\, \overline{a - v}^{2} \times ff = \overline{E + v}^{2} \times rr$, dans laquelle on substituera les quantités connues ou données pour connoître celles qu'on voudra; si l'on veut sçavoir, par exemple, la grandeur qu'il faudroit donner à la voile ff, pour faire monter un grand bateau qui présenteroit au courant une surface rr de 108 pieds quarrés avec une vitesse v d'un pied, contre un courant de riviere de 2 pieds $\frac{1}{2}$: Si la vitesse du vent est de 20 pieds par seconde, on trouvera, en substituant toutes ces valeurs dans l'égalité ci-dessus, la grandeur de la voile $ff = 1077$ pieds; ainsi si l'on veut que cette voile soit quarrée, chaque côté aura 32 pieds $\frac{4}{5}$; mais si le vent ne fait que 12 pieds par seconde, la voile devra avoir 3214 pieds, égale à la superficie d'un quarré dont chaque côté est à peu près de 56 pieds $\frac{3}{5}$.

XXVI. Si de la formule que nous venons de donner, on retranche la vitesse E du courant de l'eau, on aura l'égalité $\frac{1}{576}\, a - v \times ff = vvrr$, pour le cas d'un vaisseau qui vogue sur la mer.

XXVII. Nous avons dit ci-dessus que le cas des Machines mobiles, ou dont les aubes montent le courant de l'eau, avec le fardeau ou le bateau qu'elles tirent par le moyen d'un point fixe, est le même que celui des Machines fixes; ce qu'il est très-important de démontrer: car on peut être porté si naturellement à croire que ce premier a quelque avantage sur le second, que j'ose dire que c'est une néceffité de démontrer le contraire, outre que ce que j'ai occasion de dire ici pourra avoir quelque autre utilité.

ABC est le profil de la roue des aubes ou vannes *AD*, &c. *EFG*, la coupe du treuil ou de l'arbre autour duquel s'entortille la corde *EH*, attachée à un point fixe *H*, pour que la force du choc du courant de la riviere de *T* en *A*

contre les aubes, faſſe monter la machine & le fardeau qu'elle tire de *E* en *H*. Cela poſé, nous pouvons conſidérer que le fardeau tiré ou traîné par la machine, fait effort au centre *R*, ſuivant la direction *RL*, & que le choc de l'eau fait ſon effort en *I*, ſuivant la direction *IM*; il faut donc que la corde *EH* réſiſte à ces deux efforts, ainſi le point *E* eſt le point d'appui ou l'hypomochlion des deux bras de leviers *ER*, *EI*.

On voit maintenant que ſi le produit de la force du choc par le bras de levier *EI*, eſt moindre que le produit de la force qu'il faut pour tirer le bateau par le bras de levier *ER*, la machine reculera; ſi ces deux produits ſont égaux, elle reſtera immobile ou en équilibre; mais ſi le premier eſt plus grand que le ſecond, la machine avancera. Or il eſt toûjours poſſible de faire enſorte que le premier produit ſoit le plus grand, comme nous l'avons dit dans notre Mémoire : car plus un fardeau ſera grand, plus ſa viteſſe ſera moindre, ou, ce qui eſt la même choſe, le bras du levier *ER* ſera petit par la diſpoſition du dedans de la machine.

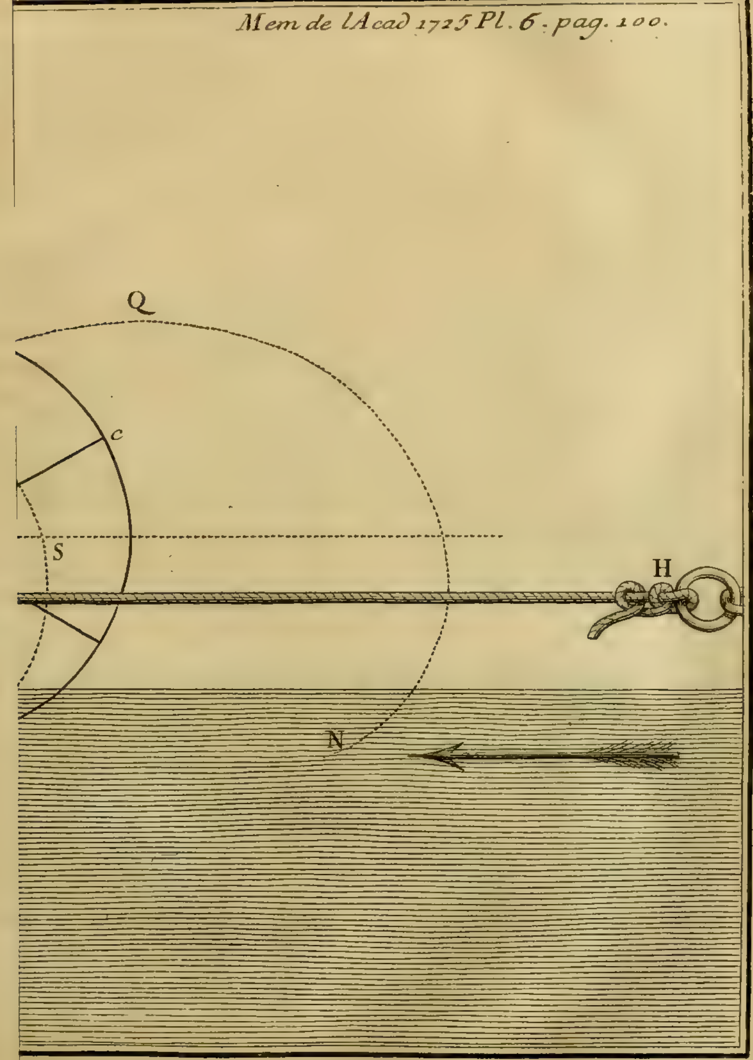
Nous démontrerons que ces produits ſont les mêmes dans l'un & dans l'autre cas; c'eſt-à-dire, que la quantité de mouvement ou l'énergie eſt la même, tant dans le cas que la machine eſt arrêtée ou fixe, que dans celui qu'elle avance avec le fardeau. Mais voici en quoi on peut ſe méprendre.

Lorſqu'une machine & le fardeau qu'elle tire, montent le courant d'une riviere par la force du choc de l'eau contre les aubes de la roue qui lui ſert de puiſſance, on peut croire *qu'il faut ajoûter à la viteſſe du courant de la riviere, celle que la machine á en montant vers le point fixe.* Pour voir la fauſſeté de cette ſuppoſition, il faut d'abord remarquer que la ſurface de l'aube *AD*, par exemple, étant choquée par le courant de l'eau, la force du choc fait décrire à chaque inſtant au point *A*, un arc infiniment petit *Aa*, & que le centre *R*, à cauſe du point d'appui *E*, décrit en même tems le petit arc *RK*, ce qui fait tourner l'arbre de la machine ſur la corde *EH* de la quantité de l'arc *Ee* égal à l'arc *RK*; ainſi le centre *R* de la Machine ſera parvenu en *K*, & elle aura avancé dans ce

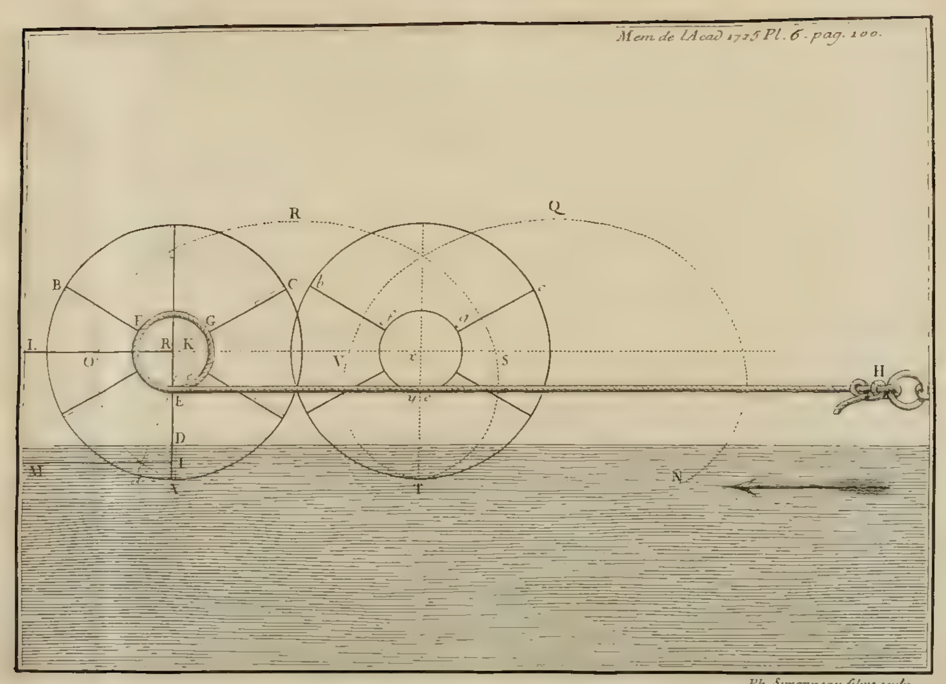
premier instant de la longueur infiniment petite Ee; & par une suite infinie d'arcs infiniment petits RK ou Ee, la machine montera vers le point fixe H.

Lorsque l'aube AD aura fait un tour ou une révolution autour du centre R, il est clair que ce centre sera parvenu en x, ou que toute la machine sera montée de la longueur RX égale à la circonférence de l'arbre ou treuil EFG, la position de la roue ABC sera en Tbc, & le point A sera parvenu en T, après avoir décrit par sa révolution la roulette racourcie ou la portion de la courbe transcendante $AORST$, qu'une seconde révolution continuera en $TVQN$, & ainsi de suite.

XXVIII. Soit maintenant RI le rayon de la roue qui porte les aubes, en considérant que toute la force du choc ou de la puissance qui fait mouvoir la machine se fait au point I. Si l'on nomme p, le poids qui exprime la force qu'il faut pour tirer le fardeau, f, la force du choc : on aura dans le cas de la machine fixe, $IR . ER :: p . f$, ou cette égalité $IR \times f = ER \times p$. Mais dans le cas que la machine doit monter le courant de l'eau, à cause que le point d'appui est en E, la proportion sera (en nommant z la force du choc) EI ou $RI - RE . RE :: p . z$, d'où l'on a cette autre égalité $\overline{RI - ER} \times z = ER \times p$. Or la proportion ci-dessus pour le cas de la machine fixe, se change par *dividendo* en celle-ci, $RI - ER . ER :: p - f . f$, donc $p - f . f :: p . z$, ainsi on aura la valeur de $z = \frac{pf}{p-f}$ qu'il faut substituer dans l'égalité $RI - ER \times z = ER \times p$ pour avoir $\overline{RI - ER} \times \frac{pf}{p-f} = ER \times p$, dont chaque membre étant multiplié par $p - f$, il viendra cette autre équation, $RI \times pf - ER \times pf = ER \times pp - ER \times pf$, de laquelle ayant effacé les termes qui se détruisent, & divisé chaque membre par p, on aura enfin l'égalité pour la machine mobile $IR \times f = ER \times p$. Cette égalité est précisément la même que celle qu'on a trouvée



Ph. Simonneau filius sculp.


Mem de l'Acad 1725 Pl. 6. pag. 100.
R
Q
B
C
b
c
F
G
K
L
O
V
S
H
E
D
M
N
T
Ph. Simonneau filius sculp

pour le cas que la machine eſt arrêtée à un point fixe; ce qui démontre avec la derniere évidence que le choc de l'eau communique à la machine une égale quantité de mouvement dans l'un & l'autre cas; d'où l'on doit conclure que le chemin fait par la machine vers le point fixe, ne lui donne aucun avantage, & ne lui ajoûte ni force ni viteſſe, puiſque leur produit ou la quantité de mouvement eſt la même que lorſqu'elle eſt fixe. On peut donc, comme j'ai fait dans mon Mémoire, conſidérer toutes les machines dans un même état, ſoit fixe ou mobile: l'un & l'autre cas ſont le même dans ma formule générale.

XXIX. Il eſt à propos préſentement de comparer la même machine dans les deux ſituations, ſçavoir la fixe & la mobile, & cela dans un même courant de riviere. Or je dis que quoique la quantité de mouvement ſoit la même dans les deux cas, la viteſſe eſt moindre dans celui de la machine mobile, & la force plus grande: mais la plus grande force d'un même courant contre une ſurface donnée, étant toûjours la même, ainſi que nous l'avons démontré par l'art. V. de notre Mémoire, il s'enſuit que pour faire faire à une même machine mobile, préciſément la même force & la même viteſſe qu'elle feroit étant arrêtée à un point fixe, il faut augmenter la viteſſe & diminuer la force, ou ce qui eſt le même, faire le rayon de la roue des aubes plus grand par rapport à celui du treuil, ou enfin compenſer cela par les rouages du dedans de la machine.

XXX. Je dis maintenant que l'augmentation qu'il faut faire au rayon de la roue, des aubes de la machine, pour qu'elle ait, étant mobile, préciſément la même viteſſe & la même force que lorſqu'elle eſt fixe; cette augmentation, dis-je, eſt toûjours égale au rayon de l'arbre ou treuil: car en ajoûtant le rayon RE au bras de levier EI, ou en le prolongeant en Z de la longueur $IZ = ER$, on aura $EZ = EI + ER = IR$; & l'analogie de la machine mobile deviendra la même que celle de l'immobile, c'eſt-à-dire, qu'on aura pour les deux cas EZ ou $EI + ER$ ou $IR . ER :: p . f$,

ainſi toute la différence entre les deux cas conſiſte en ce que le rayon de la roue des aubes de la machine mobile ſera *RZ*, & celui de la machine fixe *RI*. D'où l'on peut conclure que le cas de la machine mobile eſt inférieur à l'autre, puiſque pour faire le même effet, la roue doit être plus grande, ou l'intérieur de la machine un peu plus compoſé, ce qui augmente les frottemens, outre que dans ce cas une partie de la force eſt employée à faire monter la machine même.

PRINCIPES DE L'ART DE FAIRE LE FER BLANC.

Par M. DE REAUMUR.

11. Avril 1725.

LE fer eſt de tous les métaux celui qui s'altere le plus facilement. Il donne priſe aux diſſolvants les plus foibles, puiſque l'eau commune même l'attaque avec ſuccès. Quelquefois une humidité légere & de peu de durée ſuffit pour défigurer & pour transformer en rouille les premieres couches des ouvrages les mieux polis. Auſſi pour défendre ceux qui par leur deſtination ſont trop expoſés aux impreſſions de l'eau, a-t-on cherché à les revêtir de divers enduits; on en peint à l'huile, on dore les plus précieux, on en bronze quelques-uns; on a imaginé de recouvrir les plus communs d'une couche d'étain. Autrefois nos Serruriers étoient en uſage d'étamer les verroux, les targettes, les ſerrures, les marteaux de porte, & c'eſt ce qu'on pratique encore dans quelques pays étrangers. Journellement les Eperonniers étament les branches & les mords des brides. Enfin on étame des feuilles de fer, & ces feuilles étamées ſont ce que nous appellons du *fer blanc*.

Ces feuilles de fer blanc étant propres à quantité d'uſages,

il s'en fait une consommation considérable dans le Royaume. Nous les tirons de chez nos voisins, qui sous cette forme nous vendent un métal dont nous trouverions chez nous-même de quoi les fournir, s'ils en manquoient. Feu M. Colbert, ce Ministre qui ne cherchoit à augmenter les revenus du Roi qu'en augmentant ceux de l'Etat, ce Ministre attentif à tous les établissemens qui pouvoient étendre notre commerce, & exercer notre industrie, & à qui l'Académie se fait gloire de devoir sa naissance, n'avoit eu garde de négliger des établissemens de Fer blanc. Les secours réels qu'il fit donner à quelques particuliers, valurent au Royaume deux de ces fabriques. L'une s'établit à Chenesey en Franche-Comté, & l'autre à Beaumont-la-Ferriere en Nivernois. Elles ont subsisté pendant plusieurs années, & il y a apparence qu'elles fleuriroient actuellement, si elles eussent été soûtenues par une protection pareille à celle à qui elles devoient leur origine : car on a fait dans l'une & dans l'autre de beau & bon Fer blanc. Vers la fin de la Régence il s'en établit une nouvelle auprès de Strasbourg, dont j'ignore la réussite. Enfin depuis quelques mois, deux Compagnies différentes & deux particuliers ont sollicité des priviléges pour des établissemens de Fer blanc. Car comme s'il y avoit des saisons pour les productions de l'art comme il y en a pour celles de la nature, rien ne nous est plus ordinaire que de recevoir presque à la fois de différens côtés des propositions sur la même matiere. Nous voyons des tems fertiles en Longitudes, d'autres en Quadratures du Cercle, d'autres en Mouvemens perpétuels. Les propositions pour le Fer blanc sont d'une espece fort différente. On a accordé des priviléges aux deux Compagnies, & à un des Particuliers qui se sont présentés. Il n'y a pourtant eu que dans une de ces Compagnies où nous ayons rencontré des gens bien au fait du travail. Il est extrèmement à souhaiter que ces sortes de Fabriques se multiplient dans le Royaume; mais elles ne se multiplieront que quand elles seront conduites par gens suffisamment instruits.

Au reste l'art de faire le Fer blanc est regardé comme

propre à l'Allemagne, on veut que ce soit un secret qu'on y conserve avec soin. Mais quel est le pays, & quelle est la profession dont les ouvriers ne sont pas mystérieux? Bornés à un petit nombre de connoissances nécessaires pour les faire subsister, & peut-être encore flattés par la vanité de sçavoir au moins quelque chose que d'autres hommes ignorent, le peu qu'ils sçavent de particulier ils se le réservent. Il y a pourtant des Arts dont les pratiques fondamentales sont à découvert, mais d'autres supposent des procédés qui se peuvent cacher, & ils se cachent dans tout pays. Ceux de l'art de faire le Fer blanc sont de cette derniere espece. Mais sont-ils en même tems de nature à être difficilement pénétrés? C'est au moins une recherche que le bien du Royaume demandoit qu'on fît, & c'est ce que nous allons examiner : cet examen nous conduira à découvrir en quoi consistent les procédés essentiels de cet art, & à ajoûter quelques vûes, qui peut-être ne seront pas inutiles pour les simplifier & les perfectionner. Nous espérons au moins qu'après la lecture de ce Mémoire, on cessera de mettre la fabrique du Fer blanc au rang des Arts qui nous sont inconnus, & que ceux qui voudront en faire des établissemens, seront en état de se conduire par principes, & de pousser plus loin les vûes que nous aurons données. Nous négligerons pourtant de rapporter le détail d'une infinité de pratiques qui allongeroient trop un simple Mémoire, & que nous ne manquerons pas de donner, lorsque nous publierons une description complette d'un Art dont nous ne voulons actuellement que découvrir les principes.

Le travail du Fer blanc ne commence, à proprement parler, que lorsqu'il s'agit de préparer des feuilles du Fer à être étamées. Il les suppose assez applaties, & coupées quarrément; on les appelle & elles sont alors du *Fer noir*. Il n'est que certains Fers qui puissent être réduits en feuilles. Ceux qui y sont les plus propres, sont ceux qui à chaud se laissent le mieux étendre, & qui peuvent aussi être forgés à froid. Des Fers aigres sont à rejetter; les Fers les plus doux, les Fers extrèmement flexibles à froid ne seroient pas pourtant les

plus

plus convenables ; les feuilles ſoit de fer noir, ſoit de fer blanc, quoique minces, doivent être fortes, avoir un certain dégré de reſſort ; des feuilles faites d'un fer exceſſivement doux n'auroient pas aſſez de ce reſſort, elles ſeroient trop ſemblables à des feuilles de plomb. Heureuſement nous avons à choiſir dans le Royaume, des fers de toutes qualités.

La fabrique du fer noir, ou le travail de réduire en feuilles un fer de bonne qualité, n'exige aucunes pratiques ſecretes, nous ne nous arrêterons point ici à la décrire, nous l'avons fait ailleurs. Il ſeroit inutile d'expliquer comment on tire ces feuilles de barres qui ont environ un pouce d'équarriſſage ; comment après les avoir un peu applaties, on les coupe en morceaux qu'on appelle des *Semelles* ; comment on plie ces ſemelles en deux, & enfin comment on en fait des paquets composés de quarante feuilles, qu'on bat toutes à la fois ſous un marteau qui peſe ſix à ſept cens livres.

Nous ſuppoſerons donc les feuilles de fer finies, & qu'il n'eſt queſtion que de les blanchir, c'eſt-à-dire, de les étamer ; c'eſt là l'objet de l'art, & ce qu'on ſe propoſe ſur-tout, c'eſt de les blanchir à peu de frais. Car s'il n'y avoit qu'à étamer un petit nombre de feuilles, ſans s'embarraſſer de ce qu'il en coûteroit, rien ne ſeroit plus facile. L'étain a une diſpoſition merveilleuſe à s'attacher à tout autre métal ; il y a même ſi peu de myſtere à étamer le fer, qu'il ſuffit de le frotter d'un peu de ſel ammoniac, & de le plonger enſuite dans l'étain fondu ; quand on l'en retire, on voit que l'étain le couvre de toutes parts, qu'il s'eſt attaché ſur toute ſa ſurface. Pourquoi donc y a-t-il quelque façon à étamer les feuilles de fer ? c'eſt que ce n'eſt qu'au fer pur & au fer non altéré, au fer net, que l'étain s'attache ; que quelque craſſe, qu'une poudre quelque légere qu'elle ſoit, couvre la ſurface d'un barreau de fer, qu'il s'y ſoit formé la couche de rouille la plus mince, ſi alors on le trempe dans l'étain fondu, ce dernier métal ne s'y unira point. Mais qu'on ſe donne enſuite le ſoin de limer la ſurface de ce barreau, qu'on le découvre bien par-tout, qu'on lui faſſe prendre cette couleur blanche qui eſt la marque

du fer qui n'a souffert aucune altération, qu'on le frotte ensuite de sel ammoniac, & qu'alors on le trempe dans l'étain, on l'en retirera étamé.

Tout fer bien décrassé & bien net (& on peut toûjours le rendre tel en le limant) est donc en état d'être étamé sans nulle difficulté. C'est ce qui nous a fait dire que rien ne seroit plus simple que d'étamer des feuilles de fer, si on en avoit peu à étamer; il n'y auroit qu'à bien nettoyer leur surface, qu'à les bien décrasser avec la lime. Mais du fer blanc fait par cette méthode, se trouveroit du fer blanc trop cher. Ce qui le renchériroit encore seroit de l'étamer avec le sel ammoniac. Ce n'est pas que la dépense de ce sel allât loin, car il en faut peu, mais souvent il altere la blancheur de l'étain qui s'est attaché au fer; il y fait des taches dont on ne s'embarrasse point par rapport aux ouvrages qui doivent être limés ou brunis, après avoir été étamés, mais qui gâteroient nos feuilles sur lesquelles les limes & les brunissoirs ne doivent point passer. Notre art a donc deux parties principales, l'une de rendre à peu de frais les feuilles propres à être étamées, & l'autre de les bien étamer.

Pour mettre les feuilles en état de prendre l'étain, au lieu de chercher à les décrasser à force de frottemens de lime, on a imaginé, & c'est le principal esprit de l'art, de les faire tremper dans des eaux acides pendant un certain tems. Ces eaux font peu-à-peu, mais à moindres frais, ce que la lime feroit sur le champ; elles rongent la surface du fer. D'ailleurs comme on met tremper à la fois tel nombre de feuilles qu'on veut, l'effet des eaux équivaut à chaque instant à celui de quelque nombre de limes qu'on voulût faire agir. Les feuilles ont-elles été rongées jusques à un certain point, on les retire des eaux, on les frotte, on les écure avec du sable, pour emporter tout ce qui étoit resté sur leur surface; une femme écure alors plus de feuilles dans une heure, que l'ouvrier le plus expéditif n'en limeroit en plusieurs jours.

Le secret qui est la base du travail du fer blanc, se réduit donc à décrasser, ou en terme de l'art, à *decaper* le fer dans

des eaux acides, & le fin du ſecret eſt de le décaper dans les eaux qui coûtent le moins, & incapables en même tems de lui donner aucune mauvaiſe qualité. Dès là on voit à quoi ſe peuvent réduire les premieres expériences qu'on auroit à tenter, ſi on ſe propoſoit de découvrir les meilleurs moyens d'étamer les feuilles de fer; qu'on auroit à mettre tremper du fer dans de l'eau, où on auroit fait diſſoudre différens ſels & en différentes doſes, comme de l'alun, du vitriol, du borax, du ſel ammoniac, du ſel marin, du ſalpetre, &c. qu'on auroit de même à eſſayer des eaux fortes affoiblies avec beaucoup d'eau commune; des liqueurs qui ont naturellement des acides, comme le vin, la bierre, & encore mieux à eſſayer l'effet du vinaigre, du verjus, & eſſayer ces liqueurs tant pures que mêlangées, avec différentes doſes d'eau. On éprouveroit en un mot autant qu'on pourroit imaginer de liqueurs acides; c'eſt auſſi la ſuite des expériences que je me propoſai, & que j'ai faites; mais j'épargnerai ici la ſécheresse du détail où il me faudroit entrer, pour les rapporter toutes, c'en ſera peut-être aſſez pour ceux qui voudront opérer de connoître les eaux les moins cheres, quoique aſſez efficaces. J'ajoûterai ſeulement que la claſſe des eaux aigres que j'avois à éprouver, comprenoit toutes les eaux qui peuvent nous venir de grains aigris. On ſçait combien le levain eſt ſenſiblement acide. J'ai donc eſſayé des eaux qui tenoient leur aigreur de grains qui avoient fermenté. Et je n'avois garde de manquer cette eſpece d'eſſai; car, pour le dire d'avance, tout le fond du ſecret pratiqué en Allemagne, conſiſte dans des eaux aigres faites avec le ſeigle. J'en avois été inſtruit long-tems avant d'avoir commencé les expériences que je viens de citer. Il y a quinze à ſeize ans que je fis un voyage en Nivernois, exprès pour voir la manufacture de fer blanc de Beaumont-la-Ferriére, qui ſubſiſtoit encore, mais qui étoit près de ſa chûte. On m'y parla avec le myſtere ordinaire, mais on ne m'y pût cacher qu'on y compoſoit les eaux à décaper le fer, avec le ſeigle; ſeulement on chercha à me faire croire qu'il entroit bien d'autres matieres dans la

préparation de ces eaux. Les premiers ouvriers de cette manufacture étoient Allemands, ils avoient apporté cette pratique de leur pays. Tout ce qui nous revient des fabriques d'Allemagne, ne permet pas de douter que ce ne soit encore celle qui y est en usage. On fait cesser ces manufactures dans les années de disette de grains.

On se contente de moudre grossierement, de concasser le grain dont on veut faire des eaux aigres, & la façon de les faire aigrir ne demande pas beaucoup d'industrie. Les premieres servent de levain aux secondes; en a-t-on une fois, il est aisé de les multiplier. Enfin les premieres peuvent devenir aigres, ou plûtôt, ou plûtard, selon les procédés auxquels on a recours, comme d'ajoûter à ces eaux du levain tout fait, ou d'autres acides, de les tenir dans des endroits chauds: mais toûjours avec un peu de patience, on aura des eaux aigres dès qu'on laissera le grain écrasé fermenter dans l'eau pendant un certain tems. Nos Amydonniers nous en donnent des preuves. Lorsqu'on entre chez eux, & qu'on approche des tonneaux où l'amydon se prépare, l'odorat est saisi par un aigre très-vif & désagréable. Ces tonneaux ne contiennent qu'une eau qui y a séjourné plusieurs semaines sur du son de froment. Ce qu'on se propose est de faire fermenter le son, de le faire pourrir, & cela, afin que l'eau détrempe la farine qui y est attachée, & la retire extrèmement fine. J'ai essayé de ces mêmes eaux des Amydonniers pour décaper le fer, elles ont parfaitement réussi.

Mais le seigle est des grains, dont nous faisons le pain, le plus propre pour les eaux aigres. Il a plus de disposition que tout autre à s'aigrir. Le pain de seigle, lors même qu'il est plus pesant & par conséquent moins levé que du pain de tout autre grain, a cependant un petit goût acide que les autres n'ont point. Dans des années où le seigle a été trop cher, on a voulu employer l'avoine, mais ce n'a pas été avec autant de succès. En un mot, tout grain peut être employé à des eaux aigres propres à décaper, mais le seigle y paroît le plus propre.

La pratique usitée est de remplir des baquets ou des tonneaux de ces eaux aigres, où l'on met ensuite des piles de feuilles de fer. Pour faire mieux aigrir les eaux ; & pour que les eaux aigres ayent plus d'activité, on tient les tonneaux ou baquets dans des étuves, c'est-à-dire, dans des caveaux voutés, qui ordinairement n'ont point d'air, & où on entretient des charbons allumés. Les ouvriers vont une ou deux fois le jour dans ces caveaux, soit pour retourner les feuilles, afin que tour à tour elles soient également exposées à l'action de la liqueur acide, soit pour retirer des baquets celles qui sont décapées, soit pour y en mettre d'autres. C'est un pénible travail. Ils ont à soûtenir une chaleur qui ne leur seroit pas supportable, s'ils ne s'y étoient accoûtumés peu-à-peu. Là ils ne sont guere plus vêtus que des Sauvages ; ils quittent jusques à leurs chemises. Selon que la liqueur est plus aigre, & selon que la chaleur a été plus grande dans l'étuve, les feuilles sont plus promptement décapées. Il faut au moins deux jours, mais souvent en faut-il beaucoup davantage.

Cette façon de décaper le fer, si laborieuse, est-elle la meilleure ? C'est de quoi il y a au moins lieu de douter, & peut-être estimera-t-on qu'une autre que je vais proposer, quoique moins pénible, est capable de faire plus d'effet. Dès qu'on met tremper le fer dans des eaux aigres, il est bien de chauffer les eaux : mais le meilleur parti est-il de mettre le fer tremper dans des eaux, ou au moins de commencer par-là, c'est ce qui reste à examiner ? On s'est proposé de dissoudre le fer, & il est sûr qu'un métal, pour être dissous, demande à être environné de toutes parts de son dissolvant. Aussi si j'avois à faire dissoudre quelque morceau de fer qui auroit été limé, n'hésiterois-je pas à le plonger d'abord dans un dissolvant. Mais nos feuilles de fer ne sont point du tout dans le cas d'un fer limé, & si j'avois à nettoyer un ouvrage de fer qui fût enduit d'un vernis sur lequel les acides qui peuvent agir contre le fer n'eussent point ou eussent peu de prise, je chercherois le moyen de briser ce vernis, de le faire tomber. Or la remarque essentielle à faire ici, & qui doit,

ce me semble, conduire à une maniere plus commode, & peut-être plus sûre de décaper les feuilles que celle qui est en usage, c'est que les feuilles de fer noir sont réellement couvertes d'un vernis, tel que nous venons d'en faire imaginer un. Tout fer qui, depuis qu'il a été chauffé vivement, n'a point été limé, est couvert d'une couche sur laquelle les acides n'ont point ou ont peu de prise. La surface du fer a soûtenu une plus violente action du feu que celle qu'a souffert l'intérieur du même métal ; elle a été trop dépouillée de sa partie huileuse, elle est devenue une espece de fer brûlé, ou à demi vitrifié. Or le fer trop dépouillé de sa partie huileuse, se soûtient contre ces mêmes acides qui peuvent agir sur le fer ordinaire. La premiere couche de tout fer qui n'a point été limé depuis qu'il est sorti de la forge, est donc en quelque sorte indissoluble. Aussi peut-on remarquer que les feuilles de fer noir qui ont été gardées pendant plusieurs années dans des magasins humides, n'ont point ou presque point de rouille, en comparaison de ce qu'en auroient des fers limés qui eussent été gardés dans les mêmes magasins. Elles ont une couleur bleuâtre, aisée à distinguer de la couleur brune de la rouille. Où cette couleur bleuâtre se trouve, jamais il n'y a de rouille ; elle est toûjours celle d'un fer trop desséché.

Nos feuilles de fer noir sont donc recouvertes d'une écaille, d'une couche mince, d'un fer à demi-vitrifié, sur lequel les acides n'ont point, ou ont peu d'action. Comment pourtant les acides emportent-ils cette couche, lorsqu'on fait décaper ces feuilles ? c'est qu'on ne la doit pas imaginer parfaitement continue ; on y doit concevoir une infinité de fêlures par lesquelles elle est comme hachée. Quand il n'y auroit point de ces fêlures sur les feuilles qu'on vient de retirer du feu, bientôt il s'en feroit des milliers, lorsqu'on les frappe ou qu'on les manie, car cette couche de fer brûlé n'est ni flexible ni ductile. Ces fêlures donnent entrée à l'acide ; il creuse d'abord le fer en ligne droite, mais ensuite il s'étend, il l'attaque par les côtés ; alors il pénetre par dessous les écailles, & il détache une écaille, dès qu'il a rongé la partie du fer à laquelle elle tenoit.

Qu'au lieu de songer à faire dissoudre le fer dans les eaux même, on ne songe qu'à une autre sorte de dissolution plus légere, qu'à le faire rouiller : & il y a apparence qu'on produira plus d'effet, qu'on le mettra en état d'être plûtôt nettoyé de son écaille. N'a-t-on point observé dans des jardins des vases de fer qui après avoir été peints à l'huile, étoient restés exposés aux injures de l'air pendant plusieurs années? On aura pû y remarquer que des écailles de peintures très-considérables s'en détachent, l'humidité qui a percé par quelques fentes, a fait rouiller le fer. La rouille est accompagnée d'une sorte de fermentation & de raréfaction. La matiere qui se rouille, tend à occuper plus de volume, & à soûlever ce qui s'y oppose. Il semble donc qu'en faisant rouiller nos feuilles, nous devons avoir un moyen d'en détacher les écailles.

Pour suivre cette idée, & pour la vérifier, j'ai mis tremper des lames de fer noir dans différentes liqueurs aigres, comme dans de l'eau où de l'alun étoit dissous, dans de l'eau où du sel marin étoit dissous, dans de l'eau où du sel ammoniac étoit dissous, &c. Je me suis contenté de plonger d'autres lames du même fer dans chacune de ces eaux, d'où je les ai retirées sur le champ pour les laisser exposées à l'air ; elles y ont rouillé ; & je remarquerai en passant, que de toutes les eaux que j'ai essayées, celles qui ont fait rouiller le fer le plus promptement, ont été celles où du sel ammoniac étoit dissous.

Au bout de deux jours, pendant lesquels chaque feuille n'a été plongée dans l'eau que deux ou trois fois, & toûjours retirée sur le champ, j'ai fait écurer avec du sable ces feuilles qui avoient rouillé, & celles que j'avois laissé tremper continuellement pendant le même tems. J'ai comparé celles qui avoient trempé dans chaque liqueur avec celles qui n'avoient été que mouillées de cette liqueur, & j'ai observé que celles qui n'avoient été qu'humectées à diverses reprises, se laissoient mieux nettoyer que celles qui avoient trempé dans la liqueur même. La rouille couvroit la surface de toutes les premieres, elle n'avoit pû s'y élever sans faire de continuels efforts contre

l'écaille de la surface, sans l'emporter. Tout se passe plus paisiblement lorsque le fer est plongé dans le dissolvant même. A mesure qu'une partie de métal est detachée, elle est entraînée par le dissolvant dans lequel elle nage; elle est attaquée avec plus de force, mais elle est entraînée plus imperceptiblement, & ce n'est que par l'effort que les parties métalliques font pour s'échapper, que peut être ébranlée la croûte sur laquelle les acides n'ont pas de prise immédiatement. Les parties qui viennent sur la surface du fer, former des especes d'efflorescences, pour y paroître sous la forme de rouille, font cet effort. Dans tout autre cas la croûte ne peut être emportée que lorsque l'acide a rongé par dessous l'écaille.

Il y a encore une considération à ajoûter ici; c'est que tous les dissolvans que nous employons pour décaper le fer sont foibles par eux-mêmes; des dissolvans plus puissans, comme l'eau-forte, coûteroient trop, & notre principal objet est l'épargne; ils pourroient même avoir d'autres inconvéniens. Ces dissolvans foibles deviennent plus actifs, quand ils sont employés en petite quantité, quand la surface du métal en est seulement humectée, que quand il y en a une quantité considérable autour de ce même métal. Cette idée sera expliquée & prouvée en même tems par un fait que notre art nous fournit. Quoique du fer bien limé, bien poli se rouille pour peu que quelques gouttes d'eau, & même que quelques vapeurs humides séjournent sur sa surface, cependant un des moyens d'empêcher du fer poli de se rouiller, c'est de le tenir au milieu de l'eau ordinaire. Aussi à mesure que les feuilles ont été décapées, rendues claires & nettes par le frottement du sable, on les jette dans des baquets pleins d'eau, jusques à ce qu'on veuille les étamer, & cela pour les préserver de la rouille.

La raison de ce fait se tire naturellement de la nature du fer; il est de tous les métaux celui dont le mêlange des principes est le plus grossier. Sa partie inflammable & sa partie saline ne sont pas unies aussi intimement avec la partie terreuse, qu'elles le sont dans les métaux moins altérables. Nous en

en rapportons cent & cent preuves dans un autre ouvrage. Concevons donc que la goutte d'eau qui a touché le fer, a trouvé quelques sels mal mêlangés, qu'elle les a dissous. Cette eau qui par elle-même étoit trop foible pour attaquer celles des parties du fer où tout est plus parfaitement lié, en est devenue capable; le fer lui-même l'a mise en état d'être un dissolvant de sa substance par le sel qu'il lui a fourni, & cette goutte d'eau est un dissolvant d'autant plus actif, qu'elle a dissous une plus grande quantité de l'acide du fer; où encore le dissolvant est d'autant plus puissant, que la goutte d'eau est plus petite par rapport à la quantité du sel dissous. Celle qui a un peu séjourné sur le fer, se trouve donc en état de le dissoudre par l'efficace même de la matiere que ce métal lui a fournie: mais se trouve-t-elle environnée d'autres gouttes, elle partage avec elles ce dont elle s'étoit chargée, & par-là devient plus foible. C'est ce qui ne sçauroit manquer d'arriver à tout fer plongé dans une quantité d'eau sensible. Les gouttes, les vapeurs qui ont séjourné sur le fer, sont par rapport à l'eau ordinaire, ce qu'est l'eau-forte par rapport à l'eau seconde.

Ce seroit pourtant trop de croire que l'eau ne détache absolument rien du fer qui y est plongé. Si on laisse tremper dans l'eau pendant vingt-quatre heures des feuilles bien nettoyées, rendues bien claires, on les verra couvertes de petits nuages de couleur de rouille; ils sont formés par la matiere que l'eau a dissoute, mais qui n'est nullement adhérente au fer; à mesure que l'eau la détache, elle l'emporte. Il reste pourtant toûjours sûr, que l'eau est d'autant plus en état d'agir sur le fer, qu'elle est en plus petite quantité. J'en dis autant des autres dissolvans foibles.

Les dissolvans actifs agissent au moins autant, & peut-être plus, quand le fer trempe dedans, que lorsqu'il en a été mouillé; le vinaigre, par exemple, & l'eau de vitriol ont à peu-près aussi-bien, & même mieux, nettoyé le fer qui y a été continuellement plongé, qu'elles ont nettoyé celui qui en avoit été seulement arrosé. Le vinaigre est certainement une des meilleures

liqueurs qu'on puiſſe employer pour décraſſer le fer. Son effet eſt plus prompt que celui des eaux aigres faites avec des grains, &, comme ſon acide eſt analogue au leur, il ne donne aucune mauvaiſe qualité au métal. Il étoit ſi naturel de ſonger à ſe ſervir du vinaigre, qu'il n'y a nul doute qu'on n'y ait penſé avant d'en venir aux eaux faites avec le ſeigle, qui ſuppoſent plus de réflexions & de recherches : mais apparemment qu'on aura trouvé que les décapemens alors revenoient à trop ; ils auront paru encore plus chers qu'ils ne le ſeroient dans le Royaume, ſi les premiers établiſſemens de fer blanc ont été faits dans des pays où le vin ne ſoit pas commun.

Mais les réflexions que nous venons de faire ſur la rouille, nous conduiſent à une façon de décaper avec le vinaigre, plus prompte & à meilleur marché que les façons ordinaires, que celles où on employe les eaux aigres faites avec le ſeigle : car on n'a qu'à tremper chaque feuille dans le vinaigre, les retirer ſur le champ & les laiſſer enſuite dans quelque endroit bien humide, elles ſeront décapées en moins de deux fois vingt-quatre heures, ſi on a ſoin de répéter chaque jour cette opération trois ou quatre fois. Il eſt viſible que la dépenſe qui ſe fera en vinaigre ſera bien modique ; qu'en faut-il pour mouiller une feuille ? la façon n'augmentera pas non plus le prix du décapement ; un homme qui ne feroit que tremper les unes après les autres des feuilles, & les poſer enſuite en tas, en décaperoit bien des milliers, ou plûtôt bien des millions par jour.

Le décapement ſera encore plus prompt, & n'en ſera guere renchéri, ſi on fait diſſoudre un peu de ſel ammoniac dans le vinaigre ; une ou deux livres dans un poinçon ſuffiront. Le vinaigre diſſout bien le fer, & nous avons vû que le ſel ammoniac le fait rouiller plus vîte que tout autre ſel. Cependant je ne conſeillerois d'en uſer que modérément, & de laiſſer bien tremper dans l'eau pure le fer décapé par le moyen de ce ſel pour ôter tout celui qui pourroit y reſter engagé, & qui pourroit le faire rouiller après qu'il ſeroit étamé.

Une remarque cependant très à l'avantage de la rouille,

produite par le sel ammoniac, c'est qu'elle est plus rare que celle qui est produite par les autres sels moyens ; étant plus volatile, il s'éleve de dessus le fer, il s'évapore en partie comme l'eau, il emporte jusques à une certaine distance les parties du fer qui ont été dissoutes. De-là vient que la rouille qu'il produit, forme plus d'efflorescences que toute autre rouille.

Et ce n'est pas une circonstance à négliger que celle de rendre la rouille rare ; elle pourroit elle-même devenir dense au point de former une écaille aussi dure que celle qu'on cherche à faire tomber, mais ce n'est qu'après du tems. Sans devenir si dure, elle pourroit encore devenir trop adhérente. Une seule attention l'en empêchera, c'est d'avoir soin que la surface du fer qu'on fait rouiller, ne seche jamais parfaitement : elle doit toûjours être légerement humectée. Dans cet état il se fait une évaporation d'eau continuelle, & les parties d'eau, en s'élevant, écartent les unes des autres, & élevent les parcelles ferrugineuses.

Cette évaporation continuelle de l'eau se fait mieux si les feuilles sont arrangées séparément sans se toucher, que si elles sont en tas : il seroit aisé d'avoir dans les atteliers des grilles disposées les unes sur les autres en tablettes, sur lesquelles on mettroit les feuilles humides.

Il n'y auroit rien de plus simple & de moins cher que de décaper par le moyen de l'eau commune, avec de la patience on en viendroit à bout ; puisque le fer arrosé d'eau se rouille, on n'auroit pas à craindre que ce décapement lui donnât de mauvaises qualités.

Il y auroit mille manieres, plus simples les unes que les autres, de faire rouiller les feuilles. On pourroit les tenir dans des caves humides ; on pourroit les exposer à la rosée comme les toiles qu'on fait blanchir : on pourroit encore les arroser plusieurs fois par jour. Enfin si on vouloit faire agir l'eau encore plus promptement, on pourroit dissoudre dans plusieurs poinçons d'eau quelques livres de sel ammoniac.

Si on vouloit décaper avec le vinaigre, l'eau donneroit

encore un moyen de l'épargner. On pourroit se contenter d'y tremper les feuilles une fois ou deux fois au plus, ce qui n'en feroit pas une grande consommation, & quand le vinaigre se seroit séché sur leur surface, on les arroseroit avec l'eau commune, ou on les plongeroit dans l'eau, d'où on les retireroit sur le champ.

Nous avons dit ci-devant que l'eau de vitriol décape bien & assez vîte. Dans les pays où les pirites sont communes, & ces pays ne sont pas rares, on auroit des eaux vitrioliques dont le prix ne seroit guere au dessus de celui de l'eau ordinaire. Il n'y auroit qu'à ramasser de ces pirites, les laisser fleurir à l'air, les lessiver ensuite avec de l'eau commune, cette lessive seroit propre à décrasser le fer qu'on y plongeroit.

Toute feuille de fer noir a un côté qui est très-sensiblement plus difficile à décrasser que l'autre, il prend rarement le brillant du premier, & reste presque toûjours marqué de quelques taches. Celui qui se décrasse le mieux est comme grainé, & l'autre est plus poli. Pour connoître la cause de ce fait, il faut sçavoir ce qui se passe lorsqu'on réduit le fer en feuille, & se souvenir que plus la surface du fer a été brûlée, & plus difficilement il se décape. On bat à la fois, comme nous l'avons déja dit, un paquet d'environ quarante feuilles. Les deux feuilles qui forment l'enveloppe du paquet, ont leur côté extérieur immédiatement exposé à l'action du feu, ce côté doit donc se brûler plus que l'autre. Ce même côté doit devenir plus uni, moins grainé, il reçoit immédiatement les coups de marteaux : car pendant que la *trousse* ou le paquet de feuilles est sur l'enclume, on la retourne successivement, comme on retourne toute barre plate qu'on y forge. La façon dont on continue à forger ce paquet, demande que des feuilles qui étoient au centre du paquet, reviennent en dessus, & ainsi successivement. Donc successivement chaque feuille a un côté qui a été exposé à l'action immédiate du feu, & à celle du marteau ou de l'enclume, un côté plus brûlé & mieux plané que l'autre.

C'est à quoi il seroit très-important d'apporter remede, les

décapemens en feroient beaucoup plus prompts & meilleurs : car le mauvais côté demande le double ou le triple du tems que demande l'autre; pendant ce tems les eaux aigres s'affoibliffent, en caufant un déchet au fer, car elles diffolvent une furface fur laquelle elles ne devroient plus agir. On évitera ce dernier inconvénient, fi on fe contente de mouiller les feuilles pour les faire rouiller; alors on ne les mouillera que du côté qui exige de l'être, mais toûjours le décapement de ce côté fera plus long. Quelques attentions dans la fabrique des feuilles feroient que les deux côtés de la feuille feroient également aifés à nettoyer. Il eft de néceffité indifpenfable de faire changer de place les unes avec les autres les feuilles de la trouffe, fans quoi elles ne s'étendroient pas également. Mais je voudrois que les deux feuilles extérieures confervaffent feules conftamment la leur; elles s'étendent à la vérité moins que les autres, mais il n'y auroit qu'à les mettre plus grandes, ou en avoir de rechange, de forte que ces feuilles ferviroient de couvertures à différentes trouffes, mais ne les couvriroient que pendant une chaude. Dans la chaude fuivante, on donneroit deux autres feuilles à cette trouffe pour l'envelopper. rien ne feroit plus aifé dans la pratique.

Pour empêcher les feuilles de la trouffe de fe fouder les unes aux autres, avant de les chauffer on les trempe dans une terre graffe délayée avec de l'eau. Si on mêloit avec cette terre de la poudre de charbon très-fine, les feuilles s'en brûleroient beaucoup moins, & le décapement deviendroit peut-être fi aifé, qu'il pourroit être fait avec l'eau commune.

Enfin peut-être y auroit-il à gagner en faifant recuire dans la poudre de charbon les feuilles avant de les décaper, elles y reprendroient une partie de leur matiere huileufe qui les rendroit plus diffolubles. Ce qu'il en coûteroit en charbon dans ce recuit, iroit peut-être à moins que ce que coûte le feu qu'on entretient dans les étuves.

Quoi qu'il en foit des décapemens qu'on voudra choifir, foit qu'on s'en tienne aux anciens dont nous avons appris le myftere, foit qu'on prenne quelqu'un des nouveaux que nous

venons d'indiquer, cette premiere façon ne doit plus arrêter ceux qui auront à faire du fer blanc. Après que les feuilles auront été assez décapées on les fera écurer avec le sable, & quand il ne paroîtra plus de taches noires sur leur surface, on les jettera dans l'eau jusques à l'instant où on voudra les étamer, ou en terme de l'art les *blanchir*.

C'est enfin là le véritable objet de notre art. Les ouvriers qui s'occupent à couvrir d'étains nos feuilles de fer, sont aussi appellés les *Blanchisseurs*. Ils ont un secret qu'ils se conservent, comme le maître décapeur se conserve celui des eaux aigres. Ils font fondre l'étain dans un grand creuset de fer, qui a la figure d'une pyramide tronquée à quatre faces, dont deux des opposées sont plus petites que les deux autres. On ne le chauffe que par dessous. Tout autour de son bord supérieur il est scellé dans un fourneau. Ce creuset a toûjours plus de profondeur que les feuilles qu'on y veut étamer n'ont de longueur, ou au moins qu'elles n'ont de largeur; on les y fait entrer toutes droites, c'est-à-dire, jamais à plat, & l'étain les y doit surnager.

Nous l'avons déja dit dans la premiere partie, si l'unique but de l'opération étoit de retirer du creuset les feuilles couvertes d'étain, il y auroit bien des moyens d'y réussir, pratiqués par des ouvriers de professions différentes. Une des manieres, par exemple, d'étamer les ouvrages de Serrurerie, est de les mouiller, & ensuite de les couvrir de résine en poudre, après quoi on les trempe dans l'étain fondu, qui ne manque pas de s'y attacher. J'ai essayé d'étamer des feuilles de cette façon: mais outre qu'elle ne seroit peut-être pas assez expéditive, c'est que rarement l'étain se trouveroit bien étendu, les feuilles paroîtroient toutes graveleuses, & on les veut unies.

Les Epingliers font des épingles de fer, ils les étament dans des cruches de terre, où ils tiennent une certaine quantité d'étain fondu avec du sel ammoniac; ils bouchent la cruche, & secouent le tout à diverses reprises, après quoi les épingles se trouvent couvertes d'étain. Les Eperonniers employent aussi le sel ammoniac. Ce sel a deux qualités

excellentes ; il donne à l'étain une grande diſpoſition à s'attacher au fer, & une diſpoſition à ſe bien étendre ſur ſa ſurface. Nous l'avons vû auſſi employer à étamer des feuilles de fer par deux particuliers qui prétendoient avoir trouvé le vrai ſecret du fer blanc. L'un frottoit d'abord les feuilles de ſuif, ſur lequel il ſaſſoit de la poudre de ſel ammoniac. L'autre, après avoir ſuivi cette pratique, la changea en celle de faire fondre ſon ſel ammoniac dans l'eau ; il trempoit chaque feuille dans cette eau, avant de la tremper dans l'étain. Agricola a enſeigné un procédé qu'il prétend excellent, & qui ne differe du dernier, qu'en ce que c'eſt dans le vinaigre qu'il fait fondre ce ſel. Ces trois méthodes ſont ſûres pour étamer les feuilles. On les étame très-uniment par la premiere. Les deux autres ne réuſſiſſent pas toûjours ſi bien par rapport à cette circonſtance. Mais toutes trois ont un inconvénient, & qui eſt plus grand dans la premiere que dans les deux dernieres. La blancheur des feuilles eſt altérée en divers endroits par des taches bleuâtres, en d'autres par des taches jaunâtres, en d'autres par des taches d'un blanc terne, & ſur d'autres endroits de ces feuilles on voit des iris.

Le coup d'œil n'eſt donc pas pour les feuilles qui ont été étamées avec le ſel ammoniac, mais peut-être pechent-elles de plus par une mauvaiſe qualité, qui ne ſe manifeſte qu'à la longue. On étame le fer pour l'empêcher de rouiller. L'étain bien étendu ſur ſa ſurface, le met à l'abri des impreſſions de l'humidité : mais ſi ce fer porte dans ſa propre ſubſtance un diſſolvant actif, la rouille ſe formera au-deſſous de l'étain qui le couvre ; elle ſoulevera cet étain, elle le percera, elle le fera ſauter même entierement dans bien des endroits. Auſſi voyons-nous des fers blancs expoſés à l'air qui ſe couvrent de rouille, & qui ſe diſſolvent au point de n'avoir preſque plus de conſiſtance. La nature du fer peut y contribuer, mais il y a grande apparence que ce mal eſt plus à craindre pour celui qui a été étamé avec le ſel ammoniac que pour tout autre. Nous avons vû qu'il eſt de tous les ſels le plus efficace pour faire rouiller le fer. Si ce ſel pénetre les feuilles, ou

s'il s'attache à leur ſurface pendant qu'on les étame, il y doit donc être très à craindre; il reſte toûjours, ou il ſe fait avec le tems des félures à la couche d'étain, qui donnent paſſage à quelque humidité; cette humidité met le ſel ammoniac reſté ſur le fer en état d'agir plus promptement. Auſſi ſuis-je convaincu que les fers blancs ſeroient plus durables qu'ils ne le ſont, s'ils étoient décapés avec la ſeule eau commune. Et ſi on ne peut ſe déterminer à avoir recours à ce trop long décapement, je voudrois qu'après que les feuilles ont été décapées & écurées, on les tînt quelques jours dans de l'eau pure, qu'on changeroit pluſieurs fois, afin d'enlever ce qui eſt reſté des ſels acides dans les premieres couches du fer.

Enfin la méthode dont on ſe ſert pour blanchir les feuilles en Allemagne, & celle dont on s'eſt ſervi dans les Manufactures qu'il y a eu dans le Royaume, eſt différente de toutes celles que nous venons de rapporter. Les blanchiſſeurs ou étameurs habiles ne paroiſſent faire aucun uſage de ſel ammoniac, depuis que leurs feuilles ont été décapées, juſques à ce qu'ils leur faſſent prendre l'étain, ils ne les frottent d'aucune poudre, ni ne les trempent dans aucune eau, autre que l'eau commune. Mais quand l'étain eſt fondu dans le creuſet, ils le couvrent d'une couche de ſuif, d'un pouce ou deux d'épaiſſeur, ainſi la feuille ne parvient jamais à l'étain qu'après avoir paſſé au travers du ſuif.

Un des uſages de ce ſuif, & peut-être celui qu'on a eu le premier en vûe, mérite d'être remarqué. Dès que l'étain fondu eſt touché par l'air, il ſe couvre d'une eſpece de craſſe. Cette craſſe eſt l'étain même de la ſurface qui a été dépouillé de ſa partie huileuſe, & qui a été changé en ce qu'on appelle de la *Chaux d'étain.* La feuille de fer qui paſſeroit au travers de cette chaux en prendroit des grains qui s'attacheroient à ſa ſurface, & qui y feroient des taches graveleuſes. Cette craſſe, cette chaux d'étain n'eſt ni malléable ni fuſible. Peu d'inſtants ſuffiſent pour faire perdre à l'étain les deux propriétés qui caractériſent les métaux; il les doit à ſa partie huileuſe. S'il eſt ſurprenant qu'elle lui ſoit enlevée ſi aiſément, il ne l'eſt pas moins

moins qu'il ait une pareille facilité à la reprendre, car il n'y a qu'à chauffer cette chaux d'étain dans un creuset avec du suif, elle boit ce suif; alors elle se fond, & redevient un étain tel qu'elle l'étoit auparavant. Le premier effet du suif, étendu sur la surface de notre creuset, est donc aisé à appercevoir; il empêche la surface de l'étain de se brûler, & si quelque partie se brûle, comme il peut bien-tôt l'humecter, bien-tôt il la rétablit dans son état naturel.

Quand je n'ai considéré que superficiellement les procédés de nos blanchisseurs de fer, j'ai crû que l'usage essentiel du suif se réduisoit là, & que les feuilles qui après avoir passé au travers du suif, pénétroient dans un étain où elles n'avoient trouvé aucune crasse, devoient s'y étamer. Mais quand j'en suis venu aux épreuves, j'ai vû qu'il y avoit quelque chose de plus dans le suif qu'ils employent; ils disent effectivement que c'est un suif composé, aussi le leur n'a-t-il pas la couleur de suif ordinaire, il est noir. Je croyois pourtant que ce qu'ils en disoient, & que la noirceur qu'ils lui donnoient, n'étoit que pour répandre du mystere sur leur travail: mais j'ai eu preuve qu'un suif blanc ou commun ne suffisoit pas pour l'ordinaire. J'ai trempé inutilement des feuilles dans l'étain, lorsqu'elles n'ont passé qu'au travers de ce suif; il lui manque donc quelque chose qui rende certain le succès de l'opération.

C'est aussi précisément à la composition ou à la préparation de ce suif que se réduit tout le secret des blanchisseurs. Les secrets une fois connus sont regardés comme des riens, mais à notre honte, des riens sont capables de nous arrêter long-tems, quoique quelquefois il nous importe de les connoître, & souvent ils ne nous arrêtent que parce que nous n'avons pas le courage de chercher à les découvrir. Je pensai que nos blanchisseurs faisoient entrer dans leur suif du sel ammoniac, que le sel qui y seroit mêlé auroit peut-être les avantages de celui qui est employé des autres manieres dont nous avons parlé, sans en avoir les inconvéniens. Avec du suif fondu je mêlai donc du sel ammoniac en poudre; je jettai ce suif sur mon étain; les feuilles s'y étamerent bien,

& on pourroit avoir recours à cette pratique, qui n'a rien d'embarraſſant. Mon ſuif pourtant n'étoit point encore celui des blanchiſſeurs, le leur a une couleur noire que le mien n'avoit pas. Je ſoupçonnai qu'il devoit ſa noirceur à quelque matiere qui étoit capable d'opérer des effets approchans de ceux du ſel ammoniac, & dès-lors je penſai que ce pouvoit être la ſuie de cheminée, on ſçait qu'elle entre ou peut entrer dans la fabrique de ce ſel. Preſque ſûr d'avoir deviné, dans du ſuif fondu je jettai de la ſuie réduite en poudre fine. Je mêlai bien le tout. J'eus ſans doute alors un ſuif noir, & je l'eus tel qu'il doit être pour faire bien étamer le fer.

Je ne crus pourtant pas enſuite que les blanchiſſeurs fiſſent entrer la ſuie ordinaire dans la compoſition de leur ſuif; il y en a une qui eſt propre à ſe mêler plus parfaitement avec le ſuif. C'eſt le noir de fumée. J'en fis l'eſſai comme j'avois fait celui de la ſuie commune, & le ſuccès en fut le même. Avec ce ſuif compoſé, on blanchit ſûrement les feuilles.

Tout l'art de blanchir les feuilles eſt donc réduit à bien peu de myſtere. Il ſe réduit pourtant encore à moins que ce que nous venons de dire. Ayant fait uſage de ce ſuif compoſé, je vis qu'il s'épaiſſiſſoit extrèmement, quelque peu que j'y euſſe fait entrer ſoit de ſuie, ſoit de noir de fumée. Le ſuif ſe brûle en partie, pendant que l'une & l'autre de ces matieres ſe conſervent. La liqueur devient trop épaiſſe, alors elle s'attache elle-même trop aux feuilles, & empêche l'étain de s'y attacher; je jettai du ſuif blanc, de l'ordinaire, pour donner de la fluidité à celui qui étoit trop épais, & je vis que les feuilles s'étamoient très-bien. Je nettoyai le deſſus de mon étain à diverſes repriſes, pour emporter toutes les écumes du ſuif; j'emportois en même tems de la ſuie ou du noir de fumée; ſans remettre aucune de ces matieres, je remettois de nouveau ſuif blanc, & toûjours mes feuilles s'étamoient à merveille. Cependant ce que je pouvois ſoupçonner être reſté de noir de fumée ſe réduiſoit à preſque rien. Mon ſuif étoit noir, mais il n'étoit noir que parce qu'il s'étoit brûlé, que parce qu'il différoit du ſuif ordinaire, comme le beurre

qu'on a fait rouffir dans la poële, differe de celui qui n'a point été fondu, & par-là j'appris que de rouffir du fuif, de le brûler, étoit la feule & unique préparation qu'il lui falloit pour le mettre en état de donner au fer de la difpofition à s'étamer.

Plus les procédés font fimples, & plus ils font commodes dans la pratique, & fouvent ils n'en font que plus finguliers en Phyfique. Il l'eft par exemple fort ici, qu'une fi petite circonftance fuffife pour produire des effets fi différens. Quoique la caufe de cette différence mérite d'être cherchée, nous ne nous y arrêterons pas actuellement, feulement ferons-nous remarquer que le fuif brûlé a été mis dans un état plus approchant de celui de la fuie ou du noir de fumée, qu'on a enlevé quantité de parties d'eau au fuif noir, que les fels y dominent davantage, & que le fel ammoniac eft propre à faciliter l'opération.

L'étain dans lequel on veut tremper les feuilles doit avoir un certain dégré de chaleur. S'il eft trop peu chaud, il ne s'attache point au fer, ou il s'y attache par groffes gouttes, il s'étend mal. Trop chaud, il ne le couvre que d'une couche trop mince, les feuilles qu'on retire du creufet ne font même nullement blanches, elles ont des couleurs mêlangées de rouge, de jaune, de bleuâtre, & le tout enfemble forme une vilaine nuance de jaune: l'étain même pourroit être chaud à un point où il ne s'attacheroit point du tout au fer. Il feroit aifé de donner des regles pour déterminer les dégrés de chaleur convenable: mais elles ne vaudroient pas les effais qu'on peut faire facilement de ces dégrés de chaleur; en plongeant dans l'étain de petites lames de fer décapé, elles apprendront fi l'étain eft au point où on le veut.

Mais une obfervation que j'ai faite, & qui me paroît importante tant pour la pratique de notre art, que pour l'explication des faits qu'il nous fournit, c'eft que certaines matieres font attacher l'étain au fer, pendant qu'il n'eft chaud, cet étain, qu'à un point qui ne fuffiroit pas pour que d'autres matieres l'y fiffent attacher. En voilà les preuves. Au lieu de faire fondre le fuif fur l'étain, qu'on enduife la feuille de

fer d'une couche de ſuif. Si ce ſuif eſt blanc non-brûlé, & que l'étain n'ait qu'un certain dégré de chaleur, la feuille qui y ſera trempée, ne s'étamera point : mais ſi on plonge dans ce même étain une feuille couverte de ſuif noir, elle en pourra ſortir très bien étamée. Quand le dégré de chaleur de l'étain ſera devenu trop foible pour les feuilles enduites de ſuif noir, ſi on en a couvert quelques-unes de poudre de réſine, celles-ci pourront s'y étamer. Il m'a paru de même que les feuilles ſur leſquelles une couche de cire étoit étendue prenoient l'étain, lorſque celles qui n'étoient que frottées de ſuif noir ne le pouvoient prendre, & même que l'effet de la cire ſurpaſſoit celui de la réſine. Mais enfin quand l'étain encore moins chaud, ne peut plus s'attacher aux feuilles couvertes de cire ou de réſine, il s'attachera à celles qui ſont poudrées de ſel ammoniac. Ainſi de toutes les matieres que nous connoiſſons, ou au moins de celles que j'ai éprouvées, le ſel ammoniac eſt celle qui donne à l'étain le plus de diſpoſition à s'attacher au fer; il lui en donne auſſi à s'y bien étendre. La cire, qui cede au ſel ammoniac, l'emporte ſur le ſuif & ſur la réſine, par rapport à l'un & à l'autre avantage. L'étamage à la cire ſeroit peut-être trop cher; mais on ne feroit pas mal de faire entrer un peu de cette matiere dans le ſuif.

Généralement parlant, on trempera les feuilles dans l'étain plus ou moins chaud, ſelon l'épaiſſeur de la couche qu'on leur veut. Il y a des feuilles à qui on ne donne qu'une ſeule couche; on plonge celles-là dans l'étain, qui a un moindre dégré de chaleur, que l'étain où l'on plonge la premiere fois les feuilles à qui on veut faire prendre deux couches. Lorſqu'on donne à celles-ci la ſeconde couche, on les fait entrer dans un étain qui n'a pas tout le dégré de chaleur de l'étain où elles ont été trempées la premiere fois. En un mot quand on trempe le fer deux fois, on le trempe d'abord dans un étain plus chaud que celui où on le trempe enſuite, ſans quoi on n'augmenteroit point la premiere couche, on pourroit même la diminuer.

Cet avertiſſement ne ſembleroit pas mériter qu'on y inſiſtât tant : mais quand il s'agit de conduire des ouvriers, ou gens qui agiſſent ſans principes, tout ne ſçauroit être trop dit. Dans le cas même dont nous parlons, nous avons vû faire des épreuves à des particuliers qui ſollicitoient un privilége pour le fer blanc, & qui l'ont obtenu; ils avoient oüi dire apparemment qu'il falloit tremper chaque feuille deux fois dans l'étain; le malheur voulut qu'ils ſe déterminerent à le faire dans une vûe directement oppoſée à celle qu'on a dans la ſeconde trempe. Nous l'avons dit, c'eſt pour augmenter l'épaiſſeur de la premiere couche qu'on plonge une feuille étamée dans d'autre étain, & pour cela cet étain doit être peu chaud; eux au contraire plongeoient d'abord leurs feuilles dans un étain peu chaud, d'où il ſortoit enduit d'une couche trop épaiſſe & graveleuſe, & la plongeoient enſuite dans de l'étain extrèmement chaud pour emporter ce graveleux, & diminuer l'épaiſſeur de la premiere couche.

L'étain dans lequel on trempe les feuilles pour leur faire prendre une ſeconde couche, doit encore être couvert de ſuif, mais ſeulement d'un ſuif blanc, & non de notre ſuif noir ou préparé. L'étain fondu a aſſez de diſpoſition à s'attacher à de l'étain ſolide, & alors c'eſt à l'étain qui couvre le fer auquel de nouvel étain doit ſe joindre.

Le choix de l'étain, la maniere de le rendre auſſi blanc & brillant qu'il eſt poſſible, ſont des articles qui mériteroient encore que nous nous y arrêtaſſions : mais nous les reſervons à un autre tems, où nous parlerons d'une infinité de petits détails néceſſaires pour la pratique, qui conviendront mieux à une deſcription de cet art, qu'à un Mémoire où on en a ſeulement donné les principes. Nous ferons ſeulement remarquer que le Royaume a des fers auſſi propres au fer blanc que ceux d'aucun pays du monde; qu'à préſent ce travail ne ſuppoſe plus aucuns ſecrets qui ne nous ſoient connus. Il reſte pourtant encore à ſçavoir ſi malgré cela nous ferons en état de donner le fer blanc à auſſi bon marché que celui d'Allemagne. Dès que les fabriques en ſeroient établies en

différentes Provinces du Royaume, on épargneroit les dépenſes du tranſport. Mais auſſi eſt-il certain que dans les établiſſemens qui commencent, tout ſe fait à plus grands frais que dans des établiſſemens en regle depuis long-tems. Que même on ne réuſſit pas auſſi parfaitement d'abord. Les choſes les plus ſimples demandent des gens rendus adroits par un exercice réitéré; il n'eſt aucun art, quelque groſſier qu'il ſoit, qui n'ait des ouvriers dont on préfere les ouvrages à ceux des autres; ſouvent on croit aux premiers quelque ſecret inconnu aux ſeconds, quoique tout le ſecret ſe réduiſe quelquefois à plus d'attention & d'adreſſe. D'ailleurs chez nous ceux qui font de nouvelles entrepriſes, veulent des profits conſidérables & ſubits. Ils les abandonnent quand elles ne répondent pas aſſez vîte à leur avide impatience; de ſorte que quoiqu'il ne tienne qu'à nous de nous paſſer du fer blanc d'Allemagne, peut-être y aurons-nous recours long-tems, ſi la Cour ne donne aux établiſſemens qui commenceront, des protections pareilles à celles que leur faiſoit accorder M. Colbert.

La profeſſion des Fers-blantiers, des ouvriers qui mettent en œuvre le fer blanc, eſt bornée; il ſeroit à ſouhaiter qu'ils ſe chargeaſſent eux-mêmes de blanchir les feuilles, ils en auroient toûjours d'étamées à leur gré. Ce travail eſt ſi ſimple, qu'ils y réuſſiroient bien-tôt, s'ils en étoient inſtruits. Il y auroit un expédient facile pour les engager à s'en inſtruire; ce ſeroit de demander pour chef-d'œuvre à ceux qui aſpirent à maîtriſe, de faire quelques feuilles de fer blanc. En peu d'années tous les Maîtres en ſçauroient faire, & quelques-uns ſe chargeroient d'y travailler pour les autres. A la vérité s'il falloit pour blanchir des feuilles, avoir des avances auſſi conſidérables qu'en ont faites ceux qui nous ont montré des épreuves, peu d'ouvriers ſeroient en état d'y travailler. Pour pouvoir tremper de grandes feuilles, ils ſe ſervoient de creuſets auſſi grands qu'on les a dans les manufactures, ils contenoient plus de 1500 à 2000 livres d'étain: ils n'avoient pas penſé que pour éviter cette dépenſe, ils n'avoient qu'à

faire forger des creusets de fer, comme je l'ai fait faire, assez larges & assez profonds, pour que la feuille y pût entrer, mais qui n'eussent intérieurement qu'un vuide d'un pouce ou deux : j'en ai fait faire dont les parois n'étoient même écartées l'une de l'autre que de sept à huit lignes. Quelques livres d'étain suffisent pour remplir un pareil creuset, & les feuilles y peuvent être aussi bien étamées qu'elles le seroient dans un creuset qui auroit plus de capacité.

Uniquement attentifs à la pratique de notre art, nous n'avons pas même cherché à rendre raison du principal phénomene qu'il nous fournit, pourquoi l'étain s'attache au fer, & pourquoi le sel ammoniac facilite si fort cette adhésion, pourquoi des matieres inflammables la facilitent aussi, mais les unes plus & les autres moins. Avant d'en chercher la cause, j'ai voulu m'assûrer si le sel ammoniac avoit seul cette propriété, ou s'il l'avoit seulement dans un plus haut dégré que ne l'a tout autre sel.

J'ai coupé en bandes étroites des feuilles de fer bien décapées, & après avoir mouillé ces bandes, j'ai étendu dessus différens sels. Sur les unes du salpêtre en poudre, sur les autres du sel marin, sur les autres de l'alun, sur les autres du vitriol, sur les autres du sel de soude, sur les autres du borax. Que j'aye mis peu ou beaucoup de chacun de ces sels sur chaque lame, jamais elle n'a pris l'étain dans lequel elle a été plongée : si un sel a paru produire quelque effet, ce n'a été que le seul sel volatil, encore l'étain ne s'est attaché au fer que comme par petites taches, & cela même en peu d'endroits.

Pour découvrir pourquoi le sel ammoniac est presque le seul des sels qui donne à notre métal de la disposition à s'attacher au fer, nous ferons attention que si on a dans deux creusets de l'étain fondu, & chaud au même point, & que cependant l'étain d'un des creusets ait plus de fluidité que celui de l'autre, le plus fluide aura plus de disposition à s'unir au fer. Etamer le fer, n'est pas le pénétrer intimement d'étain, c'est faire quelque chose d'équivalent à ce que font les Doreurs & les Argenteurs sur cuivre, qui appliquent sur

ce métal chaud des feuilles d'or ou d'argent qu'ils forcent de s'y engrainer en les frottant à plusieurs reprises avec leurs brunissoirs. L'étain fondu s'insinue dans les intervalles que laissent entr'elles les parties du fer les plus proches de la surface, & s'insinue dans des intervalles d'autant plus petits, qu'il est divisé lui-même en plus petites parties, ou, ce qui revient au même, qu'il a plus de fluidité. Mais ce plus de fluidité, il ne doit pas le tenir d'un violent dégré de chaleur. Il faut qu'il se fige en partie, qu'il prenne de la consistance dès qu'il a pénétré dans les petits vuides qu'il doit remplir ; & de-là vient que le fer trop chaud lui-même, ou trempé dans de l'étain trop chaud, ne s'étame point. Quand on retire ce fer du creuset, le propre poids de l'étain a assez de force pour faire couler hors du fer une partie de celui qui s'y étoit introduit. Il n'en arrivera pas de même à de l'étain très-fluide, mais peu chaud. En touchant le fer, il se refroidira assez pour perdre de sa fluidité. Une des pratiques des bons blanchisseurs confirme ce raisonnement, leurs feuilles sont mouillées lorsqu'ils les plongent dans l'étain, l'eau les quitte lorsqu'elles avancent dans le métal fluide, mais le fer en est plus long-tems à s'échauffer, il en refroidit plus promptement l'étain qui s'est insinué entre ses grains.

Si on étoit en peine comment deux portions d'étain également chaud peuvent être inégalement fluides, on auroit preuve que cela peut être & que cela est, par la chaux d'étain qui surnage celui qui est fondu dans un creuset: car on auroit beau donner un violent dégré de chaleur à cette chaux, jamais on ne la rendroit liquide : l'étain qui a passé de l'état de fluide à celui de corps solide, sans se réfroidir, a sans doute passé par bien des différens dégrés de fluidité. Enfin nous sçavons que l'étain qui a perdu sa fluidité, sans diminuer de chaleur, est de l'étain qui a été dépouillé de sa partie huileuse ; qu'on rend ce même étain fluide, dès qu'on le met à portée de s'emparer d'une nouvelle matiere huileuse.

Il suit donc de-là que quand l'étain est pénétré d'une plus grande quantité de matiere huileuse, & qu'il en est pénétré

plus

plus intimement qu'il est plus fluide; on sçait encore que la matiere huileuse entre pour beaucoup plus dans la composition du sel ammoniac que dans celle des sels fixes. Il n'est donc pas étonnant qu'il donne à l'étain des dispositions à s'attacher au fer que ces autres sels ne lui donneroient point. Mais un sel plus volatil que le sel ammoniac est emporté avant d'avoir communiqué à l'étain de sa matiere huileuse.

On auroit pû penser, & c'est la premiere idée qui me vint, que comme ce sel accélere la congélation de l'eau, que de même il fige l'étain, & par-là le force d'être adhérent au fer. Mais cette idée est absolument détruite, dès qu'on jette du sel ammoniac sur de l'étain, dont la surface s'est épaissie, dont la surface a une pellicule de chaux ou de crasse, & qu'on est attentif à observer l'effet de ce sel, on voit bien-tôt toute cette surface redevenir brillante & fluide, la crasse retourner à son premier état d'étain.

En général les matieres inflammables disposent l'étain à s'attacher au fer. Nous n'avons parlé que du suif, de la résine & de la cire : mais nous avons éprouvé que les différentes especes d'huile ont la même propriété. Les expériences semblent avoir prouvé encore que les matieres végétales produisent ici plus d'effet que les matieres animales, apparemment parce qu'elles ont plus de disposition à pénétrer l'étain. Cependant il vaut mieux couvrir de suif l'étain fondu dans lequel on veut tremper des feuilles que de le couvrir d'huile d'olive ou d'huile de quelque autre fruit, parce que l'huile se consomme plus vîte, & par-là augmenteroit la dépense. L'esprit de vin, quoiqu'une espece d'huile végétale, n'a pourtant pas fait prendre l'étain sur les feuilles que j'en avois mouillées. Sa grande volatilité en est sans doute la cause. La chaleur le dissipe en vapeurs avant qu'il ait eu le tems de pénétrer l'étain. Le soufre commun, quoique plus fixe, ne donne, comme l'esprit de vin, aucune disposition à l'étain de s'unir au fer. Son acide n'est pas apparemment de nature à faciliter l'introduction de sa partie huileuse dans ce métal, & peut-être y met-il obstacle; aussi ai-je inutilement tenté

d'étamer du fer dans de l'étain dont j'avois recouvert la surface de ce bitume que nous fourniſſent quelques endroits de l'Auvergne.

SOLUTION NOUVELLE D'UN PROBLEME

Propoſé aux Géometres Anglois par feu M. Leibnitz, peu de tems avant ſa mort.

Par M. NICOLE.

19. Dec. 1725.

QUOIQU'IL ait paru pluſieurs ſolutions de ce problème, qui ont été données par les premiers Géometres de ce tems, j'ai cru que celle que je donne ici ſeroit reçûe avec plaiſir, d'autant plus que la méthode qui m'a conduit à cette ſolution, ſert à perfectionner la doctrine des ſuites, & fait voir l'uſage que l'on en peut faire dans la réſolution des problèmes de la méthode inverſe des tangentes.

PROBLEME.

Fig. 1.

On demande la courbe *MnD*, qui coupe à angles droits une infinité de courbes *AM*, *An*, *AD*, qui ont toutes pour ſommet le point *A*, pour axe la droite *AQG*, & dont la propriété ſoit telle, que le rayon *MC* de la développée de toutes ces courbes ſoit à la partie *MQ* de ce rayon, compriſe entre la courbe & l'axe, en raiſon donnée.

Par l'énoncé de la queſtion, on voit qu'il y a deux problèmes à réſoudre. Le premier eſt de trouver les courbes *AM*, *An*, *AD*, qui ayent la propriété demandée. Le ſecond eſt de déterminer la courbe *MnD*, qui les coupe toutes à angles droits.

PROBLEME I.

Trouver la courbe AM, *dont la propriété ſoit telle, que le rayon*

M C *de sa développée soit à la partie* M Q *de ce rayon, renfermée entre la courbe & l'axe dans la raison donnée de* m *à* 1.

SOLUTION.

Soit l'abscisse $AP = z$, l'ordonnée $PM = u$, l'arc $AM = s$; & en supposant pm infiniment proche de PM, & menant la petite droite Mr, parallele à AP, on aura Pp ou $Mr = dz$, $rm = du$, $Mm = ds$, le rayon MC de la développée sera $\frac{ds^3}{-dzddu}$, & la partie MQ de ce rayon, comprise entre la courbe & l'axe, sera $\frac{uds}{dz}$.

Par les conditions du problème on aura donc cette proportion, $\frac{ds^3}{-dzddu} . \frac{uds}{dz} :: m . 1$, d'où il suit $\frac{muds}{dz} = \frac{ds^3}{-dzddu}$, ou $\frac{ddu}{ds^2} + \frac{1}{mu} \overset{A}{=} 0$. Mais de ce que $dz^2 + du^2 = ds^2$, si l'on prend la différence de cette équation, en supposant dz constant, on aura $dsdds = duddu$, d'où l'on tire $ddu = \frac{dsdds}{du}$.

Si donc l'on met pour ddu, cette valeur dans l'équation A, on aura $\frac{dsdds}{duds^2} + \frac{1}{mu} \overset{A}{=} 0$, qui donne $mudds + dsdu = 0$.

Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par ds^{m-1}, & il vient $mds^{m-1}dds \times u + ds^m \times du = 0$, dont l'intégrale est uds^m, laquelle doit être égale à une quantité constante, puisque sa différence est égale à zero.

Soit cette grandeur constante adz^m, on aura $uds^m = adz^m$, qui donne $u^{\frac{1}{m}}ds = a^{\frac{1}{m}}dz$, ou $ds = \frac{a^{\frac{1}{m}}dz}{u^{\frac{1}{m}}} = \sqrt{dz^2 + du^2}$, dont le quarré est $\frac{a^{\frac{2}{m}}dz^2}{u^{\frac{2}{m}}} = dz^2 + du^2$,

qui se réduit en mettant à même dénomination, & en transposant à $a^{\frac{2}{m}} dz^2 - u^{\frac{2}{m}} dz^2 = u^{\frac{2}{m}} du^2$, d'où l'on tire $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$, qui est l'équation de la courbe cherchée, ou en multipliant le numérateur & le dénominateur par $a^{\frac{m-1}{m}}$, il vient $dz = \frac{a^{\frac{m-1}{m}} u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} u^{\frac{2}{m}}}}$ qui se construit ainsi.

Fig. 2. Soit décrit du point A, comme centre, & du rayon AD, égal à la ligne constante a, le demi-cercle CDG; du sommet A sur l'axe AD, soit aussi décrite la courbe ANE, qui soit la premiere parabole du dégré m; c'est-à-dire, que si $m = 3$, la courbe ANE sera la premiere parabole cubique dont le parametre est a; si $m = 4$, cette courbe sera la premiere parabole du quatriéme dégré, dont le parametre sera encore a, & ainsi des autres valeurs de m.

Cela posé, si l'on prend un point N où l'on voudra de cette parabole; que l'on abaisse la perpendiculaire NQ sur l'axe AG; laquelle étant prolongée, rencontre le demi-cercle en H; que du point H, on mene le rayon HA du cercle, & du point D, la ligne DI parallele à ce rayon qui rencontre AC en I. Si des points N & I, on mene les lignes NL, IL, paralleles aux axes AG & AD, elles se rencontreront au point L, qui sera à la courbe géométrique ALO, dont on trouvera tous les points géométriquement de la même maniere.

Si maintenant on prolonge DA, jusques en B, ensorte que $AB = AD$, & que l'on prenne le rectangle $ABTP$, égal à l'espace ALS de cette courbe, & que l'on prolonge la ligne TP, elle rencontrera la ligne LN dans un point M qui sera à la courbe cherchée AMF, dont la propriété est, que le rayon de sa développée, est à la partie de ce rayon

comprise entre la courbe & l'axe, dans la raison de m à 1.

DÉMONSTRATION.

La ligne AD étant l'axe des u, & la ligne AG, celui des z, on aura à cause de la parabole ANE, l'ordonnée SN ou $AQ = a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}}$, & à cause du cercle, on aura $QH = \sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}$, & les triangles semblables HQA, DAI, donneront cette proportion QH $\left(\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}\right)$. QA $\left(a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}}\right)$ :: AD (a). $AI = \frac{a^{\frac{2m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}}}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}} = SL$. Si donc l'on mene l'ordonnée lsm infiniment proche de LSM, & tpm infiniment proche de TPM, le petit espace $LSsl$, qui est la différentielle de l'espace ALS de la courbe AL, sera $\frac{a^{\frac{2m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$, & le petit espace $TPpt$ qui est la différentielle du rectangle $ABTP$, sera adz. On aura donc par la construction $adz = \frac{a^{\frac{2m-1}{m}} \times u^{\frac{2}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$ ou $dz =$

$$= \frac{a^{\frac{2m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$$, qui est l'équation qui étoit à construire.

REMARQUE I.

Si l'on examine la courbe géométrique ALO, dont la quadrature fait trouver les points de la courbe cherchée, on verra 1°. que cette courbe a son origine en A, où elle coupe l'axe AD, à angles droits, 2°. qu'elle s'en éloigne de

plus en plus, en tournant sa concavité du côté de cet axe, jusqu'en un point déterminé par $u = \frac{a\sqrt{\overline{m-1}}^{m}}{\sqrt{\overline{m+2}}^{m}}$, après lequel elle devient convexe du même côté, & continue de s'éloigner à l'infini de cet axe, ensorte que la ligne *DR*, perpendiculaire à *AD*, est assimptote à cette courbe.

COROLLAIRE.

Fig. 3. Si l'on suppose $m = 1$, la parabole *ANE* devient une ligne droite qui fait avec *AD*, un angle de 45 dégrés, & la courbe *ALO* est telle que l'abscisse *AS* étant u, son ordonnée *SL* est $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}}$, & l'équation de la courbe cherchée est $dz = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}}$, dont l'intégrale est $z = a - \sqrt{aa-uu}$, qui se réduit à $zz - 2az + aa = aa - uu$, ou $u = \sqrt{2az - zz}$, qui est l'équation au cercle, & c'est ce qui doit arriver, car on sçait que le rayon du cercle est aussi le rayon de sa développée.

Fig. 4. Si $m = 2$, la parabole *ANE* devient la parabole ordinaire; l'ordonnée *SL* de la courbe *ALO* est $\frac{a\sqrt{au}}{\sqrt{aa-au}} = \frac{a\sqrt{u}}{\sqrt{a-u}}$, & la courbe cherchée a pour équation $dz = \frac{du\sqrt{u}}{\sqrt{a-u}}$, qui est celle de la cycloïde, ce qui doit arriver, car on sçait que la cycloïde a pour une de ses propriétés, le rayon *MC* de sa développée, double de sa partie *MQ*.

REMARQUE II.

Si l'on veut découvrir tous les cas dans lesquels ces courbes sont géométriques, il faut intégrer l'équation dz

$= \frac{u^{\frac{1}{m}}\,du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$. Ce qui se fait en ajoûtant à cette expression $\frac{u^{\frac{1}{m}}\,du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$, ce qui lui manque pour qu'elle soit intégrable, & ensuite retranchant ce qui a été ajoûté, à quoi on ajoûte encore ce qui est nécessaire pour que cette nouvelle quantité soit intégrable, puis on le retranche, & ainsi de suite à l'infini. On trouve une équation dont un des membres contient une suite infinie, & dont tous les termes pris deux à deux sont intégrables. En intégrant cette équation, il vient une nouvelle suite infinie. Il ne reste plus qu'à examiner dans quels cas cette suite doit n'être composée que d'un nombre fini de termes; ce sont ceux dans lesquels ces courbes sont géométriques, en voici le calcul. L'équation proposée est $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}}\,du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$ qui se change en —

$$dz = -\frac{1}{m}\,u^{\frac{2-m}{m}}\,du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,-\frac{2}{1}} \times m u^{\frac{m-1}{m}} + \frac{m-1}{1} \times u^{\frac{-1}{m}} \times du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,\frac{1}{2}} - \frac{3}{m}\,u^{\frac{2-m}{m}}\,du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,\frac{1}{2}} \times \frac{m \times m-1}{1.3}\,u^{\frac{m-3}{m}} + \frac{m-1 \times m-3}{1.3}\,u^{-\frac{3}{m}}\,du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,\frac{3}{2}} - \frac{5}{m}\,u^{\frac{2-m}{m}}\,du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,\frac{3}{2}} \times \frac{m.m-1.m-3}{1.3.5}\,u^{\frac{m-5}{m}} + \frac{m-1.m-3.m-5}{1.3.5.}\,u^{-\frac{5}{m}}\,du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,\frac{5}{2}} -$$

$\frac{7}{m} u^{\frac{2-m}{m}} du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}} \times \frac{m.m-1.m-3.m-5}{1.3.5.7} u^{\frac{m-7}{m}}$

$+ \frac{m-1.m-3.m-5.m-7.}{1.3.5.7} u^{-\frac{7}{m}} du \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{7}{5}}$

— &c. qui peut être continuée à l'infini.

Cette ſuite eſt telle que le ſecond & le 3.me terme ſont égaux, & que l'un étant affecté du ſigne $+$, l'autre l'eſt du ſigne $-$; il en eſt de même du 4.me & du 5.me, du 6.me & du 7.me, & ainſi de ſuite à l'infini. Toute cette ſuite eſt donc égale au ſeul premier terme qui étoit la quantité à intégrer. Or l'intégrale des deux premiers termes eſt $m u^{\frac{m-1}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}}$, celle du 3.me & du 4.me eſt $\frac{m.m-1}{1.3} u^{\frac{m-3}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}}$, celle du 5.me & du 6.me eſt $\frac{m.m-1.m-3}{1.3.5} u^{\frac{m-5}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}}$, celle du 7.me, & du 8.me eſt $\frac{m.m-1.m-3.m-5.}{1.3.5.7} u^{\frac{m-7}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{7}{2}}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

L'intégrale de l'équation propoſée eſt donc $a - z =$

$m u^{\frac{m-1}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} + \frac{m.m-1}{1.3} u^{\frac{m-3}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}}$

$+ \frac{m.m-1.m-3}{1.3.5} \times u^{\frac{m-5}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}} + \frac{m.m-1.m-3.m-5}{1.3.5.7}$

u

$u^{\frac{m-7}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{7}{2}}$ + &c. par laquelle on voit que si $m = 1$, ou 3, ou 5, ou 7, ou 9, &c. c'est-à-dire $m = 2n - 1$, n étant un nombre entier positif, cet intégrale sera composé de 1, ou 2, ou 3, ou &c. des termes, & par conséquent dans tous ces cas la courbe demandée sera géométrique.

Si l'on réduit l'équation des courbes cherchées, qui est $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$, sous cette forme $dz = \frac{du}{\sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{u^{\frac{2}{m}}} - 1}}$ ou $\frac{du}{a^{\frac{1}{m}}} \times \overline{u^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{-\frac{1}{2}}$ qui lui est égale, & que l'on ajoûte & retranche successivement de cette quantité, la grandeur qui lui manque pour qu'elle soit intégrable, on aura en intégrant, une nouvelle suite infinie pour l'équation de la Courbe, cette suite sera $m\, u^{\frac{m+2}{m}} \times \overline{u^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} + \frac{m.\, m+2}{1.\, 3} u^{\frac{m+4}{m}} \times \overline{u^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}} + \frac{m.\, m+2.\, m+4}{1.\, 3.\, 5} u^{\frac{m+6}{m}} \times \overline{u^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}} + \frac{m.\, m+2.\, m+4.\, m+6}{1.\, 3.\, 5.\, 7} u^{\frac{m+8}{m}} \times \overline{u^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{\frac{7}{2}}$ + &c. $= a^{\frac{m+1}{m}} - a^{\frac{1}{m}} z$, dans laquelle on voit que si $m = -2$, ou -4, ou -6, ou -8, &c. c'est-à dire, $n = -2n$, n étant un nombre entier positif, cette suite sera composée d'un nombre fini de termes, & par conséquent dans tous ces cas la courbe cherchée sera encore géométrique.

PROBLEME II.

Fig. 5. *Soit maintenant une infinité de courbes* AMB, AmO, ARH, *qui ont toutes pour sommet le point* A, *pour axe la droite* APQ, *& dont la propriété soit celle du premier Problème. On demande la courbe* DMmR, *qui coupe toutes les courbes* AMB, AmO, ARH *à angles droits.*

PREMIERE SOLUTION.

Soit la courbe $DMmR$, celle qu'on cherche, si l'on nomme AP, x, PM, y, l'arc DM, s, on aura (en menant pm, infiniment proche de PM) $Pp = dx$, $Mr = -dy$, parce que l'ordonnée PM diminue, pendant que l'abscisse AP & l'arc DM augmentent, on aura aussi $Mm = ds$.

Cela posé, il est évident que la soustangente PQ de cette courbe est aussi sousperpendiculaire d'une courbe quelconque AMB.

Si entre toutes ces courbes, on en prend une déterminée, son équation sera par le premier problème $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$. Et si dans cette équation on met à la place de la constante a, une indéterminée t; alors cette équation deviendra $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$, & exprimera toutes les courbes AMB, AmO, ARH, &c.

La sousperpendiculaire de ces courbes sera $\frac{udu}{dz} = \frac{u\sqrt{t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}{u^{\frac{1}{m}}}$ (en mettant pour dz sa valeur) qui se réduit à $\sqrt{t^{\frac{2}{m}} u^{\frac{2m-2}{2}} - uu}$, & la soustangente de la courbe cherchée $DMmR$, sera $\frac{ydx}{-dy}$. On aura donc

cette équation $\frac{ydx}{-dy} = \sqrt{t^{\frac{2}{m}} u^{\frac{2m-2}{m}} - uu} = \sqrt{t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}} - yy}$, car alors $u = y$. En quarrant cette équation, il vient $yydx^2 = t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}} dy^2 - yydy^2$; d'où l'on tire $t^{\frac{2}{m}} = \frac{yydx^2 + yydy^2}{yydy^2} \times y^{\frac{2}{m}}$ & $t^{\frac{1}{m}} = \frac{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{dx^2 + dy^2}}{-dy}$, & enfin $t = \frac{yds^m}{-dy^m}$, en mettant pour $dx^2 + dy^2$ sa valeur ds.

Si maintenant on reprend l'équation $a - z = mu^{\frac{m-1}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} + \frac{m.m-1}{1.3} u^{\frac{m-3}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}} + \frac{m.m-3.m-5}{1.3.5} u^{\frac{m-5}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}} + \frac{m.m-3.m-5.m-7}{1.3.5.7} u^{\frac{m-7}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{7}{2}} +$ &c. qui a été trouvée à la remarque II. pour exprimer la nature d'une courbe déterminée AMB, & que l'on substitue dans cette équation à la place de la constante a, l'indéterminée t, on aura $t - z = mu^{\frac{m-1}{m}} \times \overline{t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} + \frac{m.m-1}{1.3} u^{\frac{m-3}{m}} \times \overline{t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}} + \frac{m.m-1.m-3}{1.3.5} u^{\frac{m-5}{m}} \times \overline{t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}} + \frac{m.m-1.m-3.m-5}{1.3.5.7} u^{\frac{m-7}{m}} \times t^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} +$ &c. pour l'équation d'une courbe

quelconque *AMB*, *AmO*, *ARH*, & si l'on veut que cette équation exprime la nature de la courbe cherchée *DMmR*, il ne faut que substituer à la place de *z*, *u* & *t*, leurs valeurs x, y & $\frac{yds^m}{-dy^m}$. Alors on aura

$$\frac{yds^m}{-dy^m} - x = my^{\frac{m-1}{m}} \times \left(\frac{y^{\frac{2}{m}}ds^2}{dy^2} - y^{\frac{2}{m}}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{m.m-1}{1.3.}y^{\frac{m-3}{m}} \times \left(\frac{y^{\frac{2}{m}}ds^2}{dy^2} - y^{\frac{2}{m}}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{m.m-1.m-3}{1.3.5}y^{\frac{m-5}{m}} \times \left(\frac{y^{\frac{2}{m}}ds^2}{dy^2} - y^{\frac{2}{m}}\right)^{\frac{5}{2}} + \&c.$$

qui se réduit à

$$\frac{yds^m}{-dy^m} - x = \frac{my}{-dy}\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{m.m-1}{1.3.-dy^3}\times y.(ds^2 - dy^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{m.m-1.m-3.}{1.3.5.-dy^5}\times y(ds^2 - dy^2)^{\frac{5}{2}} + \frac{m.m-1.m-3.m-5}{1.3.5.7.-dy^7}\times y(ds^2 - dy^2)^{\frac{7}{2}} + \&c.$$

où l'on doit remarquer que l'on a mis $-dy$, $-dy^3$, $-dy^5$, &c. parce que ces grandeurs résultent de $-dy$, qui a été introduit dans la valeur de t.

Si l'on multiplie cette équation par $\frac{dy^m}{y}$, il viendra

$$-ds^m - \frac{xdy^m}{y} = -mdy^{m-1}\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{m.m-1}{1.3}dy^{m-3}\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{m.m-1.m-3}{1.3.5.}dy^{m-5}\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{m.m-1.m-3.m-5}{1.3.5.7}dy^{m-7}\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{7}{2}}$$

— &c. dont la différence, en supposant ds constante, est

$$\frac{-ydxdy^m - mxydy^{m-1}ddy + xdy^{m+1}}{yy} = dyddy\times(ds^2 - dy^2)^{\frac{1}{2}}$$

$\times dy^{m-1} - m.\overline{m-1}\, dy^{m-2}\, ddy \times \overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{1}{2}} + 3\, dy\, dy$
$\times \overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{1}{2}} \times \frac{m.\overline{m-1}}{1.3}\, dy^{m-3} - \frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-2}}{1.3}\, dy^{m-4}$
$ddy \times \overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{3}{2}} + 5\, dy\, ddy \times \overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{3}{2}} \times \frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-3}}{1.3.5}$
dy^{m-5} — &c.

Si l'on examine le ſecond membre de cette équation, on verra que tous les termes à l'infini ſe détruiſent, excepté le premier terme. Cette équation ſe réduira donc à celle-ci;

$$\frac{-ydxdy^m - mxydy^{m-1}ddy + xdy^{m+1}}{yy} = m\, dy^m\, ddy \times \overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{1}{2}}$$

$= \frac{m\, dy^m\, ddy}{dx}$, en mettant pour $\overline{ds^2 - dy^2}^{\frac{1}{2}}$ ſa valeur $\frac{1}{dx}$ & en la diviſant par $m\, dy^{m-1}$, faiſant évanoüir les dénominateurs, & mettant les deux membres de l'équation du même côté, on aura $- \frac{1}{m} y\, dx^2\, dy - xy\, dx\, ddy + \frac{1}{m} x\, dx\, dy^2 - yy\, dy\, ddy = 0$. Mais de ce que $ds^2 - dy^2 = dx^2$, il s'enſuit, en prenant les différences, que $- ddy = \frac{dx\, ddx}{dy}$. Si donc on ſubſtitue dans le dernier terme de l'équation pour ddy, cette valeur, on aura $- \frac{1}{m} y\, dx^2\, dy - xy\, dx\, ddy + \frac{1}{m} x\, dx\, dy + yy\, dx\, ddx = 0$, qui ſe réduit, en diviſant par dx, à $- \frac{1}{m} y\, dx\, dy - xy\, ddy + \frac{1}{m} x\, dy^2 + yy\, ddx = 0$. Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par $y^{-1-\frac{1}{m}}$, & l'on aura $- \frac{1}{m} y^{-\frac{1}{m}}\, dx\, dy - xy^{-\frac{1}{m}}\, ddy + \frac{1}{m} xy^{-1-\frac{1}{m}}\, dy^2 + y^{1-\frac{1}{m}}\, ddx = 0$, dont l'intégrale eſt $y^{1-\frac{1}{m}}\, dx - xy^{-\frac{1}{m}}\, dy$, ce qui ſe voit en prenant la différence de cette grandeur.

Cette différenee eſt $\overline{1 - \frac{1}{m}} \times y^{-\frac{1}{m}}\, dy\, dx + y^{1-\frac{1}{m}}$

$ddx + \frac{1}{m}xy^{-\frac{1}{m}-1}dy^2 - xy^{-\frac{1}{m}}ddy - y^{-\frac{1}{m}}dxdy$, qui se réduit à $-\frac{1}{m}y^{-\frac{1}{m}}dydx + y^{1-\frac{1}{m}}ddx + \frac{1}{m}xy^{-\frac{1}{m}-1}dy^2 - xy^{-\frac{1}{m}}ddy$, qui est la grandeur que l'on avoit à intégrer. Or comme cette grandeur est égale à zéro, il s'ensuit que son intégrale est égale à une quantité constante.

Soit cette constante $\frac{ds}{a^{\frac{1}{m}-1}}$, on aura pour l'équation de la courbe cherchée $\frac{ydx - xdy}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{ads}{a^{\frac{1}{m}}}$.

Si l'on reprend l'équation $-\frac{1}{m}y^{-\frac{1}{m}}dxdy - xy^{-\frac{1}{m}}ddy + \frac{1}{m}xy^{-1-\frac{1}{m}}dy^2 + y^{1-\frac{1}{m}}ddx = 0$, & que l'on change tous les signes de ses termes, on aura $\frac{1}{m}y^{-\frac{1}{m}}dxdy + xy^{-\frac{1}{m}}ddy - \frac{1}{m}xy^{-1-\frac{1}{m}}dy^2 - y^{1-\frac{1}{m}}ddx = 0$, dont l'intégrale est $xy^{-\frac{1}{m}}dy - y^{1-\frac{1}{m}}dx$, ou $\frac{xdy - ydx}{y^{\frac{1}{m}}}$; ainsi la courbe cherchée peut aussi avoir pour son équation $\frac{xdy - ydx}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{ads}{a^{\frac{1}{m}}}$, c'est-à-dire que son équation sera $\frac{\pm xdy \mp ydx}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{ads}{a^{\frac{1}{m}}}$.

Si l'on suppose $m = 1$, qui est le cas où l'on a vû que les courbes coupées étoient des cercles, on aura $\frac{xdy - ydx}{y} = \frac{ads}{a} = ds$ pour l'équation de la courbe cherchée dans ce cas. En quarrant cette équation, & mettant pour ds sa va-

leur $\sqrt{dx^2 + dy^2}$, elle deviendra $xxdy^2 - 2xydxdy + yydx^2 = yydx^2 + yydxy^2$ qui se réduit à $xxdy^2 - 2xydxdy = yydy^2$, ou à $\frac{2xydx - xxdy}{yy} = -dy$, dont l'intégrale est $\frac{xx}{y} = a - y$, ou $xx = ay - yy$, qui est l'équation à un cercle dont le diametre est a. La courbe qui coupe une infinité de cercles à angles droits est donc un autre cercle, ce que l'on sçavoit d'ailleurs.

SECONDE SOLUTION.

Soit repris l'équation $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}}du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$ qui a été trouvée pour une courbe déterminée AMB. Si on réduit cette équation ensuite, en élevant le dénominateur $\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}$ à l'exposant $-\frac{1}{2}$; par les regles de l'élévation des puissances, on aura $\overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,-\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{m}\cdot\overline{-\frac{1}{2}}}$

$-\frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}\cdot\overline{-\frac{1}{2}-1}} \times -u^{\frac{2}{m}}, \frac{-\frac{1}{2}\cdot-\frac{1}{2}-1}{1.2} \times a^{\frac{2}{m}\cdot\overline{-\frac{1}{2}-2}}$

$\times u^{\frac{4}{m}}, \frac{-\frac{1}{2}\cdot-\frac{1}{2}-1\cdot-\frac{1}{2}-2}{1.2.3} \times a^{\frac{2}{m}\cdot\overline{-\frac{1}{2}-3}} \times -u^{\frac{6}{m}}$

$\frac{-\frac{1}{2}\cdot-\frac{1}{2}-1\cdot-\frac{1}{2}-2\cdot-\frac{1}{2}-3}{1.2.3.4} \times a^{\frac{2}{m}\cdot\overline{-\frac{1}{2}-4}} \times u^{\frac{8}{m}}$

$-$ &c. qui se réduit à $\overline{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}^{\,-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{m}}} +$

$$\frac{\frac{1}{2} \times u^{\frac{2}{m}}}{1.\, a^{\frac{3}{m}}} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} \times u^{\frac{4}{m}}}{1.\,2.\, a^{\frac{5}{m}}} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2} \times u^{\frac{6}{m}}}{1.\,2.\,3.\, a^{\frac{7}{m}}} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{2} \times u^{\frac{8}{m}}}{1.\,2.\,3.\,4.\, a^{\frac{9}{m}}} = -$$

$$+ \frac{\frac{1}{2}.\frac{3}{2}.\frac{5}{2}.\frac{7}{2}.\frac{9}{2} \times u^{\frac{10}{m}}}{1.2.3.4.5\, a^{\frac{11}{m}}} + \&c.$$

Si donc on met dans l'équation $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}}\, du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$, pour le dénominateur, la suite que l'on vient de trouver, on aura

$$dz = \frac{u^{\frac{1}{m}}\, du}{a^{\frac{1}{m}}} + \frac{1.\, u^{\frac{3}{m}}\, du}{2^{-1}.1.a^{\frac{3}{m}}} + \frac{1.3.u^{\frac{5}{m}}\, du}{2^{-2}.1.2.a^{\frac{5}{m}}} + \frac{1.3.5.u^{\frac{7}{m}}\, du}{2^{-3}.1.2.3.a^{\frac{7}{m}}} + \frac{1.3.5.7.n^{\frac{9}{m}}\, du}{2^{-4}.1.2.3.4.a^{\frac{9}{m}}} + \frac{1.3.5.7.9.u^{\frac{11}{m}}\, du}{2^{-5}.1.2.3.4.5.a^{\frac{11}{m}}} + \&c.$$

dont l'intégrale est

$$z = \frac{u^{\frac{1}{m}+1}}{\frac{1}{m}+1.a^{\frac{1}{m}}} + \frac{1.u^{\frac{3}{m}+1}}{\frac{3}{m}+1.2^{-1}.1.a^{\frac{3}{m}}} + \frac{1.3.u^{\frac{5}{m}+1}}{\frac{5}{m}+1.2^{-2}.2.a^{\frac{5}{m}}} + \frac{1.3.5.u^{\frac{7}{m}+1}}{\frac{7}{m}+1.2^{-3}.1.2.3.a^{\frac{7}{m}}} + \frac{1.3.5.7.u^{\frac{9}{m}+1}}{\frac{9}{m}+1.2^{-4}.1.2.3.4.a^{\frac{9}{m}}}$$

$+$ &c. qui se réduit à

$$z = \frac{m.u^{\frac{m+1}{m}}}{m+1.a^{\frac{1}{m}}} + \frac{m.1.u^{\frac{m+3}{m}}}{m+3.2^{-1}.1.a^{\frac{3}{m}}} + \frac{m.1.3.u^{\frac{m+5}{m}}}{m+5.2^{-2}.1.2.a^{\frac{5}{m}}} + \frac{m.1.3.5.u^{\frac{m+7}{m}}}{m+7.2^{-3}.1.2.3.a^{\frac{7}{m}}} + \&c.$$

Cette équation ensuite infinie, exprime la nature d'une courbe déterminée *AMB*, & si l'on met à la place de la constante a, l'indéterminée t, on aura pour l'équation d'une courbe quelconque, *AMB*, *AmO*, *ARH*, $z = \frac{m.u^{\frac{m+1}{m}}}{m+1.t^{\frac{1}{m}}}$

$+$

$$+ \frac{m.1.u^{\frac{m+3}{m}}}{\overline{m+3}.\overline{2}^{-1}.1.t^{\frac{3}{m}}} + \frac{m.1.3.u^{\frac{m+5}{m}}}{\overline{m+5}.\overline{2}^{-2}.1.2.t^{\frac{5}{m}}} +$$

$$\frac{m.1.3.5.u^{\frac{m+7}{m}}}{\overline{m+7}.\overline{2}^{-3}.1.2.3.t^{\frac{7}{m}}} + \&c.$$

Si l'on veut que cette équation exprime la nature de la courbe cherchée *DMmR*, il ne faut que substituer à la place de z, u & t, leurs valeurs x, y & $\frac{z\,ds^m}{-dy^m}$, & l'on aura

$$x = \frac{-m.y^{\frac{m+1}{m}}dy}{\overline{m+1}.y^{\frac{1}{m}}ds} - \frac{m.1.y^{\frac{m+3}{m}}dy^3}{\overline{m+3}.\overline{2}^{-1}.1.y^{\frac{2}{m}}ds^3}$$

$$- \frac{m.1.3.y^{\frac{m+5}{m}}dy^5}{\overline{m+5}.\overline{2}^{-2}.1.2.y^{\frac{5}{m}}ds^5} - \frac{m.1.3.5.y^{\frac{m+7}{m}}dy^7}{\overline{m+7}.\overline{2}^{-3}.1.2.3.y^{\frac{7}{m}}ds^7}$$

$$- \frac{m.1.3.5.7.y^{\frac{m+9}{m}}dy^9}{\overline{m+9}.\overline{2}^{-4}.1.2.3.4.y^{\frac{2}{m}}ds^9} - \&c.$$ qui se réduit à

$$-x = \frac{m.y\,dy}{\overline{m+1}.ds} + \frac{m.1.y\,dy^3}{\overline{m+3}.\overline{2}^{-1}.1.ds^3} + \frac{m.1.3.y\,dy^5}{\overline{m+5}.\overline{2}^{-2}.1.2.ds^5}$$

$$+ \frac{m.1.3.5.y\,dy^7}{\overline{m+7}.\overline{2}^{-3}.1.2.3.ds^7} + \frac{m.1.3.5.7.y\,dy^9}{\overline{m+9}.\overline{2}^{-4}.1.2.3.4.ds^9} + \&c.$$

Si l'on multiplie chaque membre de cette équation par $\frac{dy}{y}$, on aura

$$\frac{-x\,dy^m}{y} = \frac{m.dy^{m+1}}{\overline{m+1}.ds} + \frac{m.1.dy^{m+3}}{\overline{m+3}.\overline{2}^{-1}.1.ds^3}$$

$$+ \frac{m.1.3.dy^{m+5}}{\overline{m+5}.\overline{2}^{-2}.1.2.ds^5} + \frac{m.1.3.5.dy^{m+7}}{\overline{m+7}.\overline{2}^{-3}.1.2.3.ds^7}$$

$$+ \frac{m.1.3.5.7.dy^{m+9}}{\overline{m+9}.\overline{2}^{-2}.1.2.3.4.ds^9} + \&c.$$

La différence de cette équation, en supposant ds constante,

est $\frac{-ydxdy^m - mxydy^{m-1}ddy + xdy^{m+1}}{yy} = \frac{m.dy^m ddy}{ds}$ $+ \frac{m.1.dy^{m+2}ddy}{2^{-1}.1.ds^3} + \frac{m.1.3.dy^{m+4}ddy}{2^{-2}1.2.ds^5} + \frac{m.1.3.5.dy^{m+6}ddy}{2^{-3}.1.2.3.ds^7}$ $+ \frac{m.1.3.5.7.dy^{m+8}ddy}{2^{-4}.1.2.3.4.ds^9} +$ &c. en divisant cette équation par $mdy^m ddy$, elle se réduit à $\frac{-ydxdy^m - mxydy^{m-1}ddy + xdy^{m+1}}{myydy^m ddy}$ $= \frac{1}{ds} + \frac{1.dy^2}{2^{-1}.1.ds^3} + \frac{1.3.dy^4}{2^{-2}.1.2.ds^5} + \frac{1.3.5.dy^6}{2^{-3}.1.2.3.ds^7}$ $+ \frac{1.3.5.7.dy^8}{2^{-4}.1.2.3.4.ds^9} +$ &c.

La somme de cette suite infinie est $\frac{1}{\sqrt{ds^2 - dy^2}}$, ce qui se voit en élevant $\overline{ds^2 - dy^2}$ à la puissance $-\frac{1}{2}$, car on trouvera la même suite. Mais $\sqrt{ds^2 - dy^2} = dx$, on aura donc cette équation $\frac{-ydxdy^m - mxydy^{m-1}ddy + xdy^{m+1}}{myydy^m ddy} = \frac{1}{dx}$ ou $-ydx - \frac{mxyddy}{dy} + xdy = \frac{myyddy}{dx}$, ou enfin en multipliant par $\frac{dxdy}{m}$, & transposant, il vient $-\frac{1}{m}ydydx^2$ $- xydxddy + \frac{1}{m}xdxdy^2 - yydyddy = 0$, & en mettant dans le dernier terme pour ddy sa valeur $-\frac{dxddx}{dy}$, tirée de la différence de $dx^2 + dy^2 = ds^2$, en supposant ds constante, comme on l'a déja supposé, cette équation deviendra $-\frac{1}{m}ydx^2dy - xydxddy + \frac{1}{m}xdxdy^2 + yydxddx$ $= 0$, qui se réduit à $-\frac{1}{m}ydxdy - xyddy + \frac{1}{m}xdy^2$ $+ yyddx = 0$.

Pour intégrer cette équation, on la multipliera par $y^{-1-\frac{1}{m}}$

& l'on aura $-\frac{1}{m} y^{-\frac{1}{m}} dx\,dy - xy^{-\frac{1}{m}} ddy + \frac{1}{m} xy^{-1-\frac{1}{m}} dy^2 + y^{1-\frac{1}{m}} ddx = 0$, dont l'intégrale est $\frac{ydx - xdy}{y^{\frac{1}{m}}}$, ou (en changeant les signes de l'équation) $\frac{xdy - ydx}{y^{\frac{1}{m}}}$ comme dans la premiere solution.

L'équation de la courbe cherchée est donc $\frac{\pm ydx \mp xdy}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{bds}{b^{\frac{1}{m}}}$.

Mais comme cette équation, qui exprime la nature de la courbe cherchée, est telle que les indéterminées x, & y, y sont mêlées entr'elles, & avec leurs différences dx & dy, & qu'en faisant évanoüir ds, ou le signe radical $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ qui lui est égal, ce mêlange devient encore plus composé, que si l'on introduit de nouvelles inconnues, à la place de x & de y; on ne peut encore parvenir à la séparation des indéterminées, ce qui est cependant nécessaire pour construire la courbe demandée par le moyen de quelques quadratures.

Pour donc parvenir à une construction, soit repris l'équation $\frac{xdy - ydx}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{bds}{b^{\frac{1}{m}}}$, ou $\frac{xdy - ydx}{y^{\frac{1}{m}} ds} = \frac{1}{b^{\frac{1}{m} - 1}}$, dans laquelle si l'on met pour $\frac{y^{\frac{1}{m}} ds}{-dy}$ sa valeur $t^{\frac{1}{m}}$, il viendra $\frac{xdy - ydx}{-t^{\frac{1}{m}} dy} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, qui se réduit à $\frac{ydx}{t^{\frac{1}{m}} dy} - \frac{x}{t^{\frac{1}{m}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$.
Maintenant pour faire évanoüir les x & les dx, soit mis pour dx sa valeur trouvée $\frac{-dy\sqrt{t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}} - yy}}{y} =$

$\frac{-y^{\frac{m-1}{m}}dy\sqrt{t^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{y}$, & pour x, sa valeur

$S\frac{-y^{\frac{m-1}{m}}dy\sqrt{t^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{y}$, S, signifie somme ou intégrale.

Alors on aura $\frac{-y^{\frac{m-1}{m}}\sqrt{t^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{t^{\frac{1}{m}}} + S$

$\frac{dy\sqrt{t^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{t^{\frac{1}{m}}y^{\frac{1}{m}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$; mais si pour t, parametre variable de toutes les courbes coupées, on met la constante a, on aura $\frac{-y^{\frac{m-1}{m}}\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{a^{\frac{1}{m}}} + S\frac{dy\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{a^{\frac{1}{m}}y^{\frac{1}{m}}}$

$= \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, dont la différence est

$$\frac{\frac{-m+1}{m}\times y^{\frac{m-1}{m}-1}dy\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}} + \frac{1}{2}\times \overline{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}^{-\frac{1}{2}}\times -\frac{2}{m}y^{\frac{2}{m}-1}dy\times -y^{\frac{m-1}{m}}}{a^{\frac{1}{m}}}$$

$+\frac{dy\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}{a^{\frac{1}{m}}y^{\frac{1}{m}}} = 0$, qui se réduit à $\frac{a^{\frac{1}{m}}dy}{y^{\frac{1}{m}}\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}$

$= 0$, dont l'intégrale est par conséquent égale à la quantité constante $\frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, c'est-à-dire que l'on aura S

$\frac{a^{\frac{1}{m}}dy}{y^{\frac{1}{m}}\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, qui est l'équation que le célebre M. Jean Bernouli a construite.

Si l'on fait attention à ce qui vient d'être fait, on verra que cette équation ne convient qu'au seul point de la courbe cherchée, où cette courbe coupe celle des courbes coupées qui a pour parametre la constante *a*.

D'où l'on voit encore que si ce parametre est pris plus grand ou plus petit, cette équation exprimera dans ces deux cas, deux nouveaux points de la courbe cherchée qui sont ceux où cette courbe rencontre les deux courbes coupées qui ont pour parametre, l'une la grandeur *a* augmentée, & l'autre cette même grandeur diminuée; mais il faut que dans ces trois valeurs de *a*, l'expression $S\frac{a^{\frac{1}{m}}dy}{y^{\frac{1}{m}}\sqrt{a^{\frac{2}{m}}-y^{\frac{2}{m}}}}$ soit toûjours égale à la même grandeur constante $\frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, puisque *b* ne peut varier. Il en sera de même de l'infinité de valeurs que l'on peut donner à la grandeur *a*, ce qui fournit cette construction.

Soit une des courbes coupée *AMB* dont le parametre soit *a*, si l'on décrit une courbe *AN* dont le sommet soit en *A*, qui ait pour axe la ligne *AQ*, perpendiculaire à l'axe *AP* de la courbe cherchée, & dont les ordonnées *NQ* soient cette expression $\frac{a^{\frac{1}{m}}b^{\frac{1}{m}+1}}{y^{\frac{1}{m}}\sqrt{a^{\frac{2}{m}}+y^{\frac{2}{m}}}}$, les abscisses *AQ* étant *y*. Si l'on prend l'espace *ANQ* de cette courbe égal à l'espace donné *bb*, & que l'on prolonge l'ordonnée *NQ* jusqu'en *M*, où elle coupe la courbe *AMB* dont le parametre est *a*, ce point *M*, sera aussi à la courbe cherchée *AmMD*. Fig. 6.

Si l'on prend une autre courbe *Amb*, dont le parametre *a* soit plus grand ou plus petit que dans le cas précédent, on aura aussi une autre courbe *An*, dont l'ordonnée

eſt encore $\frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}+1}}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$, dans laquelle courbe on prendra de même l'eſpace Anq égal à l'eſpace donné bb, l'ordonnée nq prolongée coupera la courbe Amb en m, qui ſera encore à la courbe cherchée $AmMD$.

DÉMONSTRATION.

Dans toutes les courbes AN, l'expreſſion de la différentielle de l'eſpace ANQ ſera $\frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}+1} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$, dont l'intégrale doit être égale à l'eſpace bb, on aura donc $S \frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}+1} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} = bb$, ou $S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, qui eſt l'équation qui étoit à conſtruire.

REMARQUE.

1.° Si l'on examine l'équation $S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, & que l'on transforme le premier terme en une ſuite infinie dont tous les termes pris deux à deux ſoient intégrables, on trouvera $a^{\frac{1}{m}} y^{-\frac{1}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{-\frac{1}{2}} =$
$-\frac{1}{m} y^{\frac{2-m}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{-\frac{1}{2}} \times -m a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{m-3}{m}}$
$- a^{\frac{1}{m}} \times \overline{m-3} \times y^{\frac{-}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{}$

$$y^{\frac{2-m}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} \times - a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m.\ m-3}{1.\ 3} y^{\frac{m-5}{m}}$$

$$- a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m-3.\ m-5}{1.\ 3} \times y^{\frac{5}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{2}{3}} -$$

$$\frac{1}{m} y^{\frac{2-m}{m}} dy \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}} \times - a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m.\ m-3.\ m-5}{1.\ 3.\ 5}$$

$$y^{\frac{m-7}{m}} - a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m-3.\ m-5.\ m-7}{1.\ 3.\ 5} \times y^{-\frac{7}{m}} dy \times$$

$\overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}}$ — &c. dont l'intégrale est $\frac{a}{a^{\frac{1}{m}}} - m.\ a^{\frac{1}{m}}$

$$y^{\frac{m-3}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} - \frac{m.\ m-3.}{1.\ 3.} \times a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{m-5}{m}}$$

$$\times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{3}{2}} - \frac{m.\ m-3.\ m-5}{1.\ 3.\ 5} \times a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{m-7}{m}} \times \overline{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}^{\frac{5}{2}}$$

— &c. $= \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$.

2°. Si l'on réduit l'équation $S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$ $= \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$ sous cette forme qui lui est égale $S y^{-\frac{2}{m}} dy$ $\times \overline{y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}}^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, & que l'on transforme cette derniere est une suite infinie, dont les termes pris deux à deux, soient intégrables, on trouvera $y^{-\frac{1}{m}} dy$

$$\times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{m} y^{\frac{-2-m}{m}} dy \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times -my - mdy \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{3}{m} y^{\frac{-2-m}{m}} dy \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{1}{2}} \times -\frac{m.m}{1.3} y^{\frac{2+m}{m}}$$

$$-\frac{m.m+2}{1.3} y^{\frac{2}{m}} dy \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{m} y^{\frac{-2-m}{m}} dy$$

$$\times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{3}{2}} \times -\frac{mm.m+2}{1.3.5} y^{\frac{4+m}{m}} - \frac{m.m+2.m+4}{1.3.5}$$

$$y^{\frac{4}{m}} dy \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{5}{2}} - \text{\&c.}$$

dont l'intégrale est

$$\frac{a}{a^{\frac{1}{m}}} - my \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{mm}{1.3} y^{\frac{2+m}{m}} \times$$

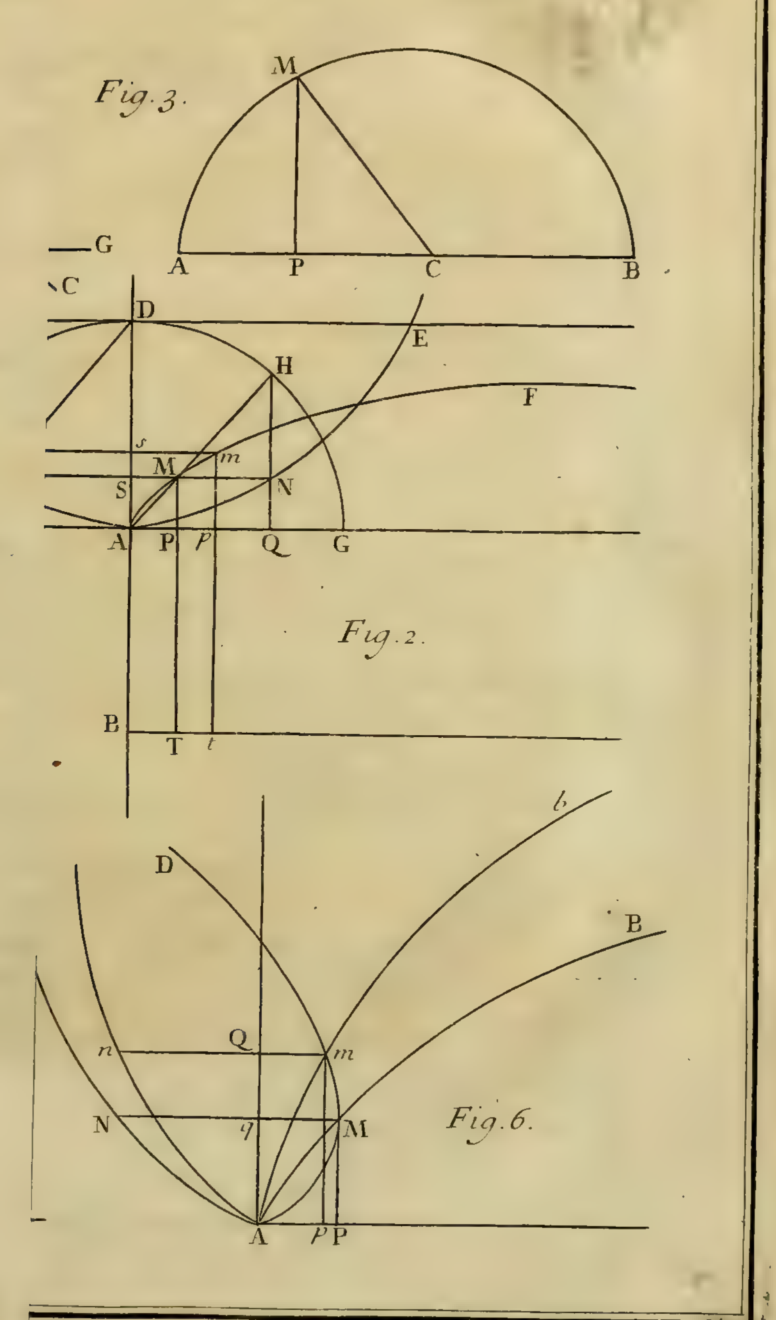
$$\left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{mm.m+2}{1.3.5} y^{\frac{4+m}{m}} \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{5}{2}}$$

$$-\frac{mm.m+2.m+4}{1.3.5.7} y^{\frac{6+m}{m}} \times \left(y^{-\frac{2}{m}} - a^{-\frac{2}{m}}\right)^{\frac{7}{2}} - \text{\&c.}$$

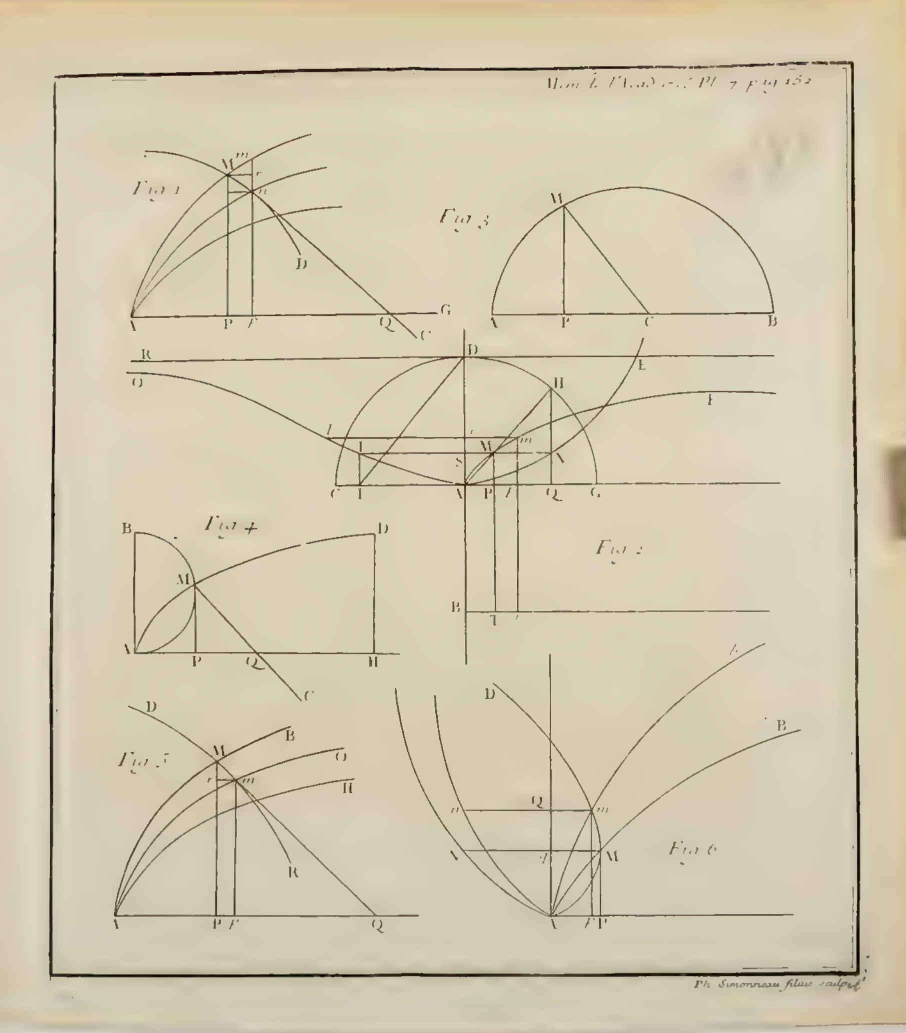
$$= \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}.$$

COROLLAIRE.

Il suit de la nature des deux suites que l'on vient de trouver, pour l'intégration de la même grandeur $\frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$, que



Ph. Simonneau filius sculp.



Pl. 7 pag. 152
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Ph. Simonneau filius sculps.

que si dans la premiere, m vaut 3 ou 5, ou 7, ou 9, &c. & que si dans la seconde, m vaut -2, ou -4, ou -6, &c. il suit, dis-je, que dans tous ces cas les courbes AN, An sont non-seulement géométriques, mais encore qu'elles seront quarrables, & par conséquent que la courbe cherchée sera aussi géométrique dans tous ces cas qui sont les mêmes dans lesquels on a vû que les courbes coupées étoient géométriques.

OBSERVATIONS SUR LA PRÉPARATION DU BLEU DE PRUSSE, OU DE BERLIN.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LA Société Royale de Berlin publia en 1710 le premier Volume de ses Memoires sous le nom de *MISCELLANEA* 14. Nov. 1725.
BEROLINENSIA, où il est fait mention du *Bleu de Berlin*, & connu ici sous le nom de *Bleu de Prusse*. On y annonce seulement les avantages de cette couleur, mais on n'y déclare point comment elle se prépare.

Les Peintres qui peignent en huile, manquent (dit-on dans ce Memoire) d'une bonne couleur pour le bleu. Ils ont, à la vérité, quelques matieres bleues qui se mêlent fort bien avec l'huile, mais les unes ne sont pas durables, avec le tems elles s'alterent & deviennent vertes, pâles, rousses ou brunes; d'autres qui sont belles, ont le défaut d'être sableuses. On a beau les broyer très-long-tems, elles ne sont jamais assez fines pour les ouvrages délicats. La meilleure de toutes est l'Outremer, qui se prépare avec le *Lapis*, ou la Pierre d'azur. Il est très-fin. Sa couleur est très-belle, & ne change point.

Mais outre qu'il eſt d'un très-grand prix, il ne s'allie pas bien avec les autres couleurs.

Le bleu de Pruſſe a toutes les qualités qu'on peut ſouhaiter dans les couleurs bleues. Il ſe détrempe & ſe mêle parfaitement avec l'eau, avec l'huile, & avec toutes les autres liqueurs dont on peut ſe ſervir pour peindre. L'huile lui donne même plus d'éclat. Le grand air n'en altere point la couleur. L'eau-forte ni les autres acides n'y font aucun changement conſidérable. La chaux vive ne l'endommage point. On peut le broyer en poudre auſſi fine & auſſi douce qu'il eſt néceſſaire pour peindre en miniature, ayant ſoin de le bien laver dans l'eau nette après l'avoir broyé : il n'en ſera que plus beau. Il ſe couche & s'étend à merveille, & mieux qu'aucune couleur.

On en compoſe de différentes nuances plus claires & plus obſcures pour former les clairs & les ombres, ſans avoir recours à des alliages d'autres couleurs. Ce n'eſt pas que ce bleu ne puiſſe s'unir à d'autres couleurs, comme avec le blanc pour en faire différentes nuances : & c'eſt ce que font quelques Peintres pour ménager leur bourſe. Mais il eſt aiſé de diſtinguer ces couleurs alliées, de celles qui ont été employées dans leurs nuances naturelles. Celles-ci ont toûjours plus de douceur & d'éclat : celles-là ſont plus rudes & plus mattes. On en prépare à Berlin de deux ſortes, l'un fort clair, & l'autre très-foncé, dont les Peintres peuvent enſuite par leurs différens mêlanges former des nuances différentes.

D'ailleurs cette couleur n'a rien de nuiſible à la ſanté, comme pluſieurs matieres qu'on employe dans la Peinture, de ſorte qu'on peut s'en ſervir ſans danger à colorer des pâtes de ſucre pour manger. Enfin le prix de cette couleur eſt fort au deſſous de celui de l'Outremer.

Ce ſont là les éloges que Meſſieurs de Berlin firent de leur bleu dans cette annonce, ſans nous en déclarer la préparation. Ils ont tenu ce ſecret caché tant qu'ils ont pû. Mais il eſt difficile qu'une préparation auſſi utile, & qui eſt entre les mains de pluſieurs perſonnes qui le travaillent, puiſſent être long-tems cachée.

Le curieux M. Woodward, illuſtre Membre de la Société Royale de Londres, a trouvé moyen d'avoir la maniere dont ce bleu ſe prépare, qu'il a rendu publique dans les Tranſactions philoſophiques, ou Journaux de la Société Royale de Londres des mois de Janvier & Fevrier 1724; on prépare même beaucoup de ce bleu préſentement à Londres: & ſoit que la maniere dont on le prépare ſoit différente de celle de Berlin, ou ſoit que Meſſieurs de Berlin, aſſûrés de leur débit, ſe négligent dans cette préparation, celui de Londres paroît aujourd'hui plus brillant & plus éclatant que celui de Berlin. Voici la deſcription de cette préparation, tirée des Tranſactions de la Société Royale de Londres.

Prenez quatre onces de tartre cru & autant de ſalpêtre bien deſſéché, mettez-les en poudre, & les mêlez exactement, mettez le feu à ce mêlange avec un charbon. Il ſe fera une grande fulmination: après laquelle il reſtera quatre onces d'un ſel alkali fixe, auquel les Chymiſtes donnent le nom de *Nitre fixé par le Tartre*.

Pendant que ce ſel eſt encore chaud, mettez-le en poudre ſubtile, & joignez-y quatre onces de ſang de bœuf bien deſſéché & réduit en poudre très-fine. Mettez enſuite ce mêlange dans un grand creuſet, dont le tiers au moins demeure vuide. Couvrez le creuſet de ſon couvercle: entourez-le de charbons qu'on allumera peu à peu, de ſorte que la matiere contenue dans le creuſet, s'échauffe, s'allume, s'embraſe lentement, & ne brûle point trop vîte. Vous tiendrez la matiere dans ce même degré de feu juſqu'à ce que la flamme qui part de la matiere embraſée ſe rallentiſſe & diminue conſidérablement. Vous augmenterez pour lors le feu juſqu'à ce que la matiere rougiſſe, & qu'il ne ſorte plus du creuſet qu'un peu de flamme légere.

Alors retirez le creuſet du feu, verſez la matiere encore chaude dans un mortier, & la pulvériſez groſſierement. Jettez-la ſans lui donner le tems de ſe refroidir dans deux pintes d'eau bouillante que vous aurez toute prête ſur le feu: laiſſez bouillir le tout pendant l'eſpace d'une demi-heure. Faites

passer cette décoction au travers d'un linge. Ramassez la matiere noire qui reste sur le linge, faites-la bouillir de nouveau dans suffisante quantité d'eau. Passez cette décoction, & faites bouillir encore cette matiere noire dans de nouvelle eau jusqu'à ce qu'elle n'ait plus aucune salure, & que l'eau en sorte insipide. Passez votre décoction, & en dernier lieu exprimez fortement votre matiere noire. Mêlez ensemble toutes vos décoctions, faites-les évaporer & réduire à deux pintes. Gardez cette lessive.

Prenez une once de vitriol d'Angleterre légerement calciné en blancheur. Faites-le fondre dans six onces d'eau de pluie. Filtrez cette dissolution de vitriol, & la gardez.

Enfin prenez huit onces d'alun bien net & crystalin. Faites-le fondre dans deux pintes d'eau bouillante. Vous tiendrez cette eau sur le feu, bouillant à gros bouillons, jusqu'à ce que l'alun soit fondu. Vous y ajoûterez alors la dissolution du vitriol que vous aurez aussi chauffée auparavant jusqu'à bouillir. Versez ces deux dissolutions mêlées ensemble dans une grande terrine, & y ajoûtez en même-tems votre lessive de sang & de nitre fixé toute bouillante aussi.

Ce mêlange de liqueurs produira un bouillonnement considérable, & il prendra, en se troublant & en s'épaississant, une couleur de vert de montagne.

Pendant cette effervescence il faut avoir soin de verser la liqueur d'une terrine dans une autre pour faire le mêlange plus exact, & faciliter cette fermentation.

Lorsque l'effervescence est passée, laissez un peu reposer la liqueur, & la versez ensuite sur un linge fin pour laisser écouler toute l'humidité & retenir la fécule sur le linge.

Quand toute l'eau est bien égouttée, prenez la fécule avec une spatule de bois de dessus le linge, & la mettez dans une petite terrine neuve; versez dessus deux ou trois onces de bon esprit de sel qui changera sur le champ la couleur verdâtre de cette matiere en une très-belle couleur bleue. Agitez bien cette fécule, afin de la bien détremper dans l'esprit de sel, puis laissez reposer ce mêlange pendant la nuit. Le

lendemain verſez deſſus une grande quantité d'eau de pluie avec laquelle vous détremperez ſoigneuſement la matiere. Laiſſez enfin repoſer le tout, & lorſque l'eau ſera bien claire & la fécule bien repoſée, verſez l'eau par inclination. Remettez-en de nouvelle ſur la fécule, & réitérez cela tant de fois, que l'eau en ſorte inſipide, & que la fécule n'ait plus aucune acrimonie. Portez tout ce précipité ou cette fécule ſur un linge fin ou ſur un filtre pour le laiſſer bien égoutter, & vous acheverez de le laiſſer bien ſécher à l'ombre.

Il eſt d'une grande conſéquence dans cette opération de bien obſerver le point de la calcination du ſang de bœuf avec le ſel alkali pour avoir une couleur bleue-claire, plus foncée, ou violette obſcure : ce qui dépend d'une légere, médiocre ou forte calcination. Il faut encore obſerver de mêler toutes les diſſolutions fort chaudes, & même bouillantes, ſi on veut bien réuſſir.

Dans les mêmes Tranſactions le ſieur John Brown, Chymiſte & Membre de la Société Royale de Londres, a joint à ce Memoire quelques expériences & quelques remarques ſur cette opération.

Il a obſervé qu'ayant calciné quatre onces de ſang de bœuf deſſéché & autant de ſel de tartre bien ſec, la calcination étoit achevée en deux heures de tems, après leſquelles il reſtoit dans le creuſet une maſſe noire & ſpongieuſe peſant quatre onces; qu'après en avoir fait la diſſolution dans l'eau bouillante & l'avoir filtrée, la matiere noire qui reſtoit ſur le filtre peſoit neuf dragmes.

Qu'il n'eſt pas aiſé de déterminer préciſément ce qui ſe perd de l'une & de l'autre de ces matieres dans cette opération, parce qu'ayant calciné ſéparément au même degré de feu du ſel de tartre, il avoit diminué d'un huitieme de ſon poids, & le ſang de bœuf de ſix huitiemes.

Que la fécule bleue qui réſultoit de cette opération, peſoit environ une once & quelque peu davantage.

Il rapporte que dans les diverſes préparations qu'il a faites de ce bleu avec la leſſive du ſel alkali & du ſang de bœuf, les

diſſolutions du vitriol & d'alun, cette odeur a varié ſuivant les différentes proportions d'alun & de vitriol : qu'ayant ſupprimé totalement l'alun dans une de ces expériences, il n'eut qu'un bleu fort pâle ; que dans une autre ayant mis égales parties de vitriol & d'alun, il eut un bleu très-foncé ; qu'il lui a paru par ſes eſſais que la proportion d'alun & de vitriol portée par le Memoire étoit la plus juſte pour faire le plus beau bleu. Il aſſûre que ſi on ne réuſſit pas avec cette proportion, cela ne peut venir que de ce qu'on aura manqué dans la calcination, dont le point juſte n'eſt pas toûjours aiſé à attraper.

Ce ſçavant Chymiſte regarde le ſang de bœuf comme la principale matiere qui développe la couleur bleue dans cette préparation, parce que ſans le ſang de bœuf le mélange des autres matieres ne donne point de couleur bleue. Le ſang ne le fait même que lorſque le feu qu'il a ſouffert dans la calcination a développé en lui cette propriété.

Il ne doute point que le ſang de toutes ſortes d'animaux ne produiſe le même effet. Il croit que la chair de tous les animaux produiroit auſſi la même couleur, fondé ſur l'expérience qu'il a faite avec la chair de bœuf deſſéchée & calcinée de même que le ſang qui donna une couleur bleue, mais à la vérité beaucoup moins belle que le ſang.

Il reconnoît qu'il eſt beſoin de quelques ſels alkalis, tels que le ſel de tartre, le nitre fixé, les cendres gravelées, la potaſche, &c. pour extraire ou développer cette qualité teignante du ſang, & pour la communiquer à l'eau bouillante.

La décoction du ſang de bœuf calciné ſeul ſans ſel alkali, traitée ſuivant le procédé du Memoire de M. Woodward, ne donne aucune couleur bleue. Bien plus, ſi on joint de l'huile de tartre avec cette décoction de ſang calciné, & ſi on les mêle avec les diſſolutions d'alun & de vitriol, il ſe fait un précipité, mais il ne paroît aucune couleur bleue. L'eſprit de ſel verſé deſſus, comme dans le procédé de M. Woodward, diſſout le précipité, & rend la liqueur claire & de couleur d'ambre.

M. Brown conclut de ces expériences & de ces observations, que de toutes les matieres qu'on emploie dans cette opération, c'est le vitriol ou le fer contenu dans le vitriol qui fournit la matiere de la couleur bleue : que le sang de bœuf aidé des sels alkalis, développe & exhalte cette couleur bleue cachée dans ce métal : que l'alun ne fait que fournir par sa terre le corps auquel cette couleur bleue s'attache, & que l'esprit de sel sert à rendre cette couleur plus foncée.

Cet effet particulier du fer a engagé ce Chymiste à faire quelques essais sur les autres sels métalliques ou sur les dissolutions des autres métaux. Il a travaillé sur le fer, l'argent, le vif-argent, le cuivre, le bismuth & le plomb.

La dissolution du fer dans l'esprit de vitriol, traitée comme le vitriol d'Angleterre, avec les autres matieres, lui a fourni du bleu. Les autres métaux n'ont point produit de couleur bleue, à la réserve d'une dissolution d'argent, qui traitée avec la chair de bœuf, a donné une légere couleur bleue ; mais il doute si cette couleur bleue ne provient point d'un peu de cuivre contenu encore dans son argent : ce que je ne crois pas, puisque le cuivre ne donne point cette couleur bleue.

La dissolution du sublimé corrosif, traitée avec la chair de bœuf, a aussi laissé paroître un peu de bleu. M. Brown soupçonne que ce bleu pourroit être le produit du vitriol employé dans la préparation du sublimé corrosif. Mais en même-tems il demande pourquoi le sang de bœuf n'a-t-il pas produit cette même couleur ? Il laisse à d'autres à en chercher la raison.

Aussi-tôt que cette préparation du bleu de Prusse fut venue à ma connoissance, la singularité de cette opération, qui, comme la plûpart des découvertes singulieres de Chymie, paroît être plûtôt l'effet du hazard que d'une méditation profonde, m'engagea d'y travailler pour en examiner toutes les circonstances, pour en approfondir la théorie, & pour découvrir les raisons des effets que produisoit l'assemblage bizarre de ces différentes matieres.

Je suivis à la lettre le Mémoire de M. Woodward, & j'éprouvai d'abord dans mes premiers essais le succès infidele d'une grande partie des expériences de Chymie. Je ne pûs attraper le point de calcination nécessaire pour donner le beau bleu qu'après plusieurs tentatives, qui me le donnerent enfin.

Après avoir réfléchi sur cette opération, tout ce qui s'y passe m'a paru très-singulier & digne d'attention. Je pense, comme M. Brown, que c'est le fer qui fournit la base de ce bleu. Je crois que c'est la partie bitumineuse du fer, qui (comme on sçait) se trouve en grande quantité dans ce métal, qui donne cette couleur. Plusieurs choses me le persuadent. 1°. La couleur bleue que prend l'acier poli, étant exposé à un feu moderé, où ce bitume rarefié par la chaleur du feu est un peu élevé à la surface de ce métal. 2°. La couleur bleue de l'encre qui est faite avec le vitriol & la noix de Galle, & dont le noir est un bleu obscur & très-foncé. 3°. La couleur bleue que prennent avec la noix de Galle les eaux ferrugineuses, & particulierement celles de Passy qui sont fort chargées de fer. 4°. La teinture bleue que quelques Chymistes tirent du fer par le moyen du sel ammoniac.

On pourroit croire que cette couleur bleue vient de quelque portion de cuivre contenue dans le fer. Mais les expériences que M. Brown a faites avec la dissolution du cuivre dans l'eau-forte, qui n'ont point donné de bleu, & les tentatives inutiles que j'ai faites avec le vitriol d'Allemagne, qui participe du fer & du cuivre, & qui n'a donné qu'un précipité de couleur d'ardoise, prouvent suffisamment que le cuivre lui-même ne fournit point cette couleur bleue, & qu'il y est même nuisible.

Il est vrai que dans le fer ce bitume paroît trop compacte & trop condensé pour donner une belle couleur bleue. Par lui-même il est obscur, & même noir. Il est lié & engagé trop étroitement dans la terre grossiere du fer pour s'en débarrasser facilement. Il a besoin d'une matiere analogue, sulphureuse, qui s'unisse à lui, qui le détache de cette terre, l'étende, le divise & le rarefie.

Les

Les huiles ſont les diſſolvans naturels des matieres bitumineuſes. Mais comme toutes les huiles ne ſont pas propres à diſſoudre toutes les matieres ſulphureuſes & bitumineuſes indifféremment, auſſi ai-je reconnu que la plûpart des huiles tirées des végétaux ne ſont pas propres à diſſoudre ce bitume, & à développer ſa couleur bleue.

Meſſieurs de Berlin ont employé utilement dans cette occaſion le ſang de bœuf, & leur expérience a fait connoître que l'huile de ce ſang y eſt très-propre. M. Brown a reconnu la même propriété dans la chair de bœuf; & j'ai trouvé que la plûpart des huiles contenues dans les matieres animales produiſent le même effet. Il faut à la vérité que ces huiles ſoient ſuffiſamment préparées & ſubtiliſées par le feu pour produire cet effet. Il eſt encore néceſſaire qu'elles ſoient jointes à quelques ſels alkalis qui ſont auſſi par eux-mêmes des diſſolvans propres & particuliers des ſoufres & des bitumes.

Voici de quelle maniere je conçois la théorie de cette opération.

Trois ſortes de liqueurs s'emploient dans la préparation de ce bleu; la leſſive du ſang calciné avec le ſel alkali, la diſſolution d'alun & la diſſolution de vitriol.

La leſſive alkaline du ſang calciné eſt une liqueur dans laquelle une petite portion de l'huile du ſang atténuée par le feu, & débarraſſée par la calcination des autres parties ſalines, terreſtres & groſſieres du ſang, s'eſt jointe très-intimement avec quelque portion des ſels alkalis. Cette huile & ce ſel unis enſemble, compoſent ſelon toute apparence un ſavon très-ſubtil, tout propre à s'unir au bitume du fer, à l'étendre & à le raréfier.

Je compare ce ſavon au ſavon tartareux de Starkey, il n'en differe qu'en ce que le ſavon tartareux de ce Chymiſte eſt formé par l'union du ſel alkali & d'une huile eſſentielle tirée du regne végétal, au lieu que ce ſavon-ci eſt formé de la jonction du ſel alkali avec une huile animale ſubtiliſée par le feu.

Quoique les ſels alkalis ſoient les diſſolvans des matieres

ſulphureuſes ou huileuſes, & que dès qu'on les mêle enſemble, ils s'uniſſent très-facilement & très-promptement, néanmoins malgré l'union étroite de ces ſubſtances, ſi on jette ſur une diſſolution d'une matiere ſulphureuſe par les ſels alkalis une liqueur acide, cet acide s'attache promptement au ſel alkali, & en détache les parties ſulphureuſes qui y étoient jointes; nous en avons des exemples dans la précipitation du magiſtere de ſoufre & dans pluſieurs préparations de Chymie.

L'alun, dont la diſſolution eſt la ſeconde liqueur qui s'employe dans cette opération, eſt un ſel ſalé, comme parlent les Chymiſtes, compoſé d'un acide & d'une terre blanche, fine, abſorbante, aſſez ſemblable à la craie. Nonobſtant l'union étroite de ces deux ſubſtances dans ce ſel, ſi on jette dans la diſſolution d'alun un ſel alkali, tel que le ſel de tartre, ce ſel alkali s'attache à l'acide de l'alun, & lui fait abandonner la terre blanche qu'il tenoit en diſſolution, & qui étoit imperceptible dans ce ſel; & l'acide de l'alun & le ſel de tartre forment par leur union un ſel moyen aſſez approchant du tartre vitriolé.

Enfin le vitriol martial, qui eſt la troiſieme matiere qu'on joint à cette préparation, y apporte trois ſubſtances, l'acide vitriolique, la terre métallique du fer & ſon bitume.

Ce vitriol eſt un ſel ſalé compoſé de l'acide vitriolique étroitement uni avec la terre métallique du fer dont il a fait la diſſolution, & qu'il a extrèmement diviſé. Ce ſel contient auſſi beaucoup de la ſubſtance bitumineuſe du fer, dont une partie eſt encore unie à la terre métallique, mais cependant très-aiſée à s'en ſéparer à cauſe de la grande diviſion de cette terre : une autre partie déja détachée de cette terre métallique, eſt reſtée jointe au ſel acide.

Qu'il y ait dans le fer une ſubſtance bitumineuſe inflammable, on n'en peut point douter, ſi on conſidere que la limaille de fer jettée au travers la flamme d'une chandelle, brûle & tombe en étincelles très-brillantes : & ſi on fait attention qu'en faiſant diſſoudre le fer dans l'eſprit de ſel ou dans l'eſprit de vitriol la vapeur qui s'éleve de la diſſolution, eſt

d'une odeur ſulphureuſe, déſagréable, & que ſi on en approche une lumiere, elle s'allume.

Lorſqu'on jette ſur le vitriol diſſout dans l'eau un ſel alkali, ce ſel s'attache d'abord à l'acide vitriolique, & l'oblige d'abandonner le fer qu'il tenoit en diſſolution, qui tombe au fond de la liqueur en une poudre jaune.

La nature de ces trois ſubſtances établie, voyons ce qui ſe paſſe dans le mêlange qui s'en fait ici.

Si-tôt qu'on mêle la diſſolution d'alun, la diſſolution de vitriol & la leſſive du ſang calciné par le ſel alkali, ces liqueurs qui étoient claires & tranſparentes, fermentent beaucoup, ſe troublent, s'épaiſſiſſent, & il ſe fait un précipité de couleur de vert de montagne ou vert bleuâtre.

Cette grande effervescence vient de l'action des acides de l'alun & du vitriol ſur le ſel alkali de la leſſive.

Les liqueurs ſe troublent, & il ſe fait un précipité conſidérable, parce que les acides de l'alun & du vitriol ayant plus de rapport avec le ſel alkali de la leſſive qu'avec la terre blanche alumineuſe & la terre métallique du fer, ils abandonnent l'une & l'autre terre pour ſe joindre au ſel alkali. Pour lors ces molécules terreuſes qui étoient fort diviſées par ces acides, ſe rapprochent, ſe réuniſſent en molécules aſſez groſſes pour devenir ſenſibles & trop peſantes pour nager dans le liquide qui les ſoûtenoit dans le tems qu'elles avoient plus de ſurface par rapport à leurs maſſes.

Mais en même tems que les ſels acides abandonnent leurs terres pour ſe joindre aux ſels alkalis, les ſels alkalis de leur côté, en s'uniſſant aux acides, abandonnent auſſi la partie graſſe & huileuſe du ſang qui leur étoit reſtée unie dans le tems de la calcination. Il ſe fait donc une double précipitation.

Néanmoins la partie huileuſe du ſang n'eſt pas tellement détachée du ſel alkali qu'elle n'en retienne quelque peu, & c'eſt à l'acide de ce ſel que cette ſubſtance graſſe venant à rencontrer le bitume du fer prêt à ſe détacher de ſa partie terreuſe par l'entremiſe de la fermentation, elle s'y unit à

cauſe du grand rapport qu'elles ont enſemble : elle le diſſout, le détache de la terre métallique à laquelle il étoit joint, l'étend, le raréfie & développe ſa couleur bleue qui étoit fort foncée & fort obſcure dans le fer.

La couleur de ce précipité eſt verte un peu bleuâtre ou vert de montagne, dont voici la raiſon. La terre alumineuſe qui fait la principale partie de ce précipité eſt blanche, elle ſe trouve chargée du bitume du fer étendu par l'huile du ſang dont la couleur eſt bleue foncée : ce qui devroit donner à ce précipité une couleur bleue pâle. Mais comme parmi cette terre blanche ſe rencontre auſſi la terre ferrugineuſe qui eſt jaune ; & comme le jaune & le bleu mêlés enſemble produiſent la couleur verte, il réſulte de tout ce mêlange dans ce précipité un vert pâle & bleuâtre.

Il reſte après le mêlange & la fermentation de ces liqueurs une matiere compoſée 1°. du tartre vitriolé formé par la jonction des acides alumineux & vitrioliques avec le ſel alkali, 2°. de la terre alumineuſe, 3°. de la terre du fer, & 4°. des parties graſſes & bitumineuſes du fer & du ſang répandues dans ce mêlange & fort étroitement unies avec quelque portion de la terre alumineuſe.

Le tartre vitriolé ſe trouve diſſous dans l'eau de ce mêlange. On peut l'en retirer en filtrant l'eau & l'évaporant. On ne retire pas à la vérité ce ſel bien pur, à cauſe de quelques parties graſſes qui y reſtent toujours aſſez étroitement unies, & qu'on a peine à en ſéparer.

Les parties graſſes & bitumineuſes du ſang & du fer ayant trouvé les pores de la terre alumineuſe vuides, dénués de ſels, & très-propres à les recevoir, s'y ſont attachées, & elles y demeurent unies aſſez étroitement. Le bitume du fer, quoiqu'étendu par les parties huileuſes du ſang, produiroit encore un bleu obſcur, comme nous le voyons dans l'encre, ſans cette terre blanche de l'alun ſur laquelle en s'appliquant il s'éclaircit & donne un bleu moins obſcur.

Pour la terre du fer elle demeure ſeule confondue, mais non pas unie avec la terre de l'alun. On la voit ſouvent ſe dépoſer à part ſur la fécule bleue.

Quand la fermentation eſt ceſſée, on verſe ce mêlange ſur un linge fin pour ſéparer la liqueur claire chargée du tartre vitriolé qui paſſe au travers du linge, & pour garder la fécule qui reſte ſur le linge. Lorſqu'elle eſt bien égouttée, on la détrempe avec l'eſprit de ſel, & la couleur de vert de montagne ſe change dans l'inſtant en une belle couleur bleue fort foncée.

Il me paroît que l'effet de l'eſprit de ſel ſur cette fécule eſt de diſſoudre toute la terre alumineuſe inutile & ſurabondante. Cette terre étant alkaline, eſt facilement diſſoute par l'acide du ſel marin. Il n'y a que la portion de cette terre à laquelle la partie bitumineuſe du fer & l'huile du ſang ſe ſont jointes, qui eſt deffendue par ces matieres graſſes contre l'action des ſels acides. L'eſprit de ſel épargne donc ces molécules terreuſes qui ſont, pour ainſi dire, vernies par ces matieres ſulphureuſes, & qui forment les molécules bleues, pendant qu'il détruit toutes les molécules terreuſes blanches qui affoibliſſoient l'éclat du bleu, & par-là l'eſprit de ſel paroît concentrer le bleu & le rendre plus vif. Il diſſout auſſi les parties terreuſes jaunes du fer qui altéroient le bleu, & formoient avec lui la couleur verte.

On lave enfin la fécule pour emporter avec l'eau tout l'acide du ſel & tout le ſel ſalé qui réſulte du mêlange de l'eſprit de ſel avec les terres alumineuſes & vitrioliques, de ſorte qu'il ne reſte plus que la terre alumineuſe qui étoit chargée du bitume bleu du fer.

Dans le Mémoire de la préparation de ce bleu donné par M. Woodward, Meſſieurs de Berlin employent le ſang de bœuf pour extraire du vitriol martial la couleur bleue.

M. Brown dit avoir employé avec un ſuccès à peu-près pareil la chair de Bœuf, excepté qu'elle n'a pas donné un bleu ſi éclatant. J'ai voulu tenter ſi d'autres matieres animales, chargées à peu-près des mêmes principes que le ſang, produiroient le même effet.

J'ai fait la même opération avec la laine mêlée & calcinée avec le ſel alkali, & leur leſſive m'a donné un aſſez beau bleu, mais un peu pâle.

J'ai tenté la même chose avec la corne de cerf râpée, pulvérisée & calcinée avec le sel alkali, sçavoir, quatre onces de l'un & quatre onces de l'autre : elle m'a donné une aussi belle fécule bleue que le sang de bœuf, mais en petite quantité. Il n'y en avoit que deux gros vingt-quatre grains ; aussi la corne de cerf ne contient-elle pas tant d'huile que le sang.

Je ne doute point que les autres substances animales, comme les cheveux, les ongles, la corne, les os, l'urine, les excrémens, &c. ne produisent la même couleur. J'observerai par la suite la variété de couleur que donnent ces différentes substances dans cette opération.

J'ai voulu voir si des substances végétales, sur-tout de celles qui sont chargées de beaucoup d'huile essentielle & de résine produiroient la couleur bleue. J'ai choisi pour cela d'abord les sommités du thym, que j'ai traitées de la même maniere que le sang de bœuf, les calcinant avec le sel alkali & suivant le procédé ordinaire pour le reste, & je n'ai eu qu'une fécule pâle un peu verdâtre.

J'ai fait la même tentative avec le bois de gayac, qui est fort résineux, avec le tartre rouge qui tient beaucoup d'huile grossiere, avec le coton, & avec plusieurs autres plantes ou matieres végétales différentes en principes, mais inutilement. Le gayac a donné une fécule blanchâtre ou verte pâle, le tartre une fécule jaunâtre, & le coton une fécule blanchâtre tant soit peu verdâtre. Les autres plantes ont donné des fécules ou grisâtres cendrées ou un peu verdâtres.

Il paroît par ces essais que les huiles animales sont plus propres à extraire ce bitume ferrugineux & à donner la couleur bleue que ces substances végétales. Je ne dis pas néanmoins qu'il ne se puisse trouver aussi dans quelques plantes des huiles analogues à celles du sang. J'ai suivi ce même procédé avec les truffes seches. Elles ont fourni une fécule qui a pris une belle couleur bleue si-tôt qu'on a versé l'esprit de sel dessus, mais peu de tems après elle a perdu cette couleur bleue, & elle est devenue verdâtre, tirant un peu sur le bleu. Ce qui me fait présumer que les truffes contiennent,

quoiqu'en petite quantité, un principe analogue à celui qui dans les animaux développe ce bleu, à moins qu'on ne voulût croire que les truffes participent un peu des substances animales, & qu'on ne voulût les regarder comme ces productions extraordinaires occasionnées dans les plantes par la piquûre de quelque insecte, telle par exemple que la noix de galle : ce qui ne paroît pas vraissemblable.

Cette pensée néanmoins me donna la curiosité d'éprouver ce que feroit la noix de galle dans cette occasion, d'autant plus que nous voyons que sans calcination elle nous développe dans l'encre ce bleu du Mars.

J'ai donc éprouvé la noix de galle calcinée avec le sel alkali, qui dans le procédé ordinaire n'a point du tout donné de bleu, mais seulement une fécule jaunâtre d'abord, qui en séchant est devenue blanchâtre, tirant un peu sur le gris. Ainsi cette matiere, quoiqu'en partie animale, & en partie végétale, n'est pas propre à développer le bitume du fer dans cette opération, quoiqu'elle le fasse fort bien quand elle n'est point calcinée.

Cela m'a fait penser que la noix de galle non calcinée, aussi bien que l'écorce & les feuilles du chêne, les fleurs & l'écorce de grenade, les grappes de sumac, les roses rouges, &c. ne tirent la teinture noire du fer que comme des absorbans sulphureux qui par leurs terres astringentes absorbent en partie les acides du vitriol, & par les parties résineuses ou huileuses dont ils sont chargés, développent imparfaitement le bitume du fer, comme M. Lémery l'a prouvé dans son Mémoire sur les vitriols & les encres en 1707. Dans l'encre faite avec la noix de galle & le vitriol, le bitume du fer reste encore fort étroitement uni avec une grande partie de sa terre : au lieu que dans l'opération de M. Woodward ce bitume est détaché de la terre du fer, & porté sur la terre de l'alun. Dans l'expérience que j'ai voulu faire avec la noix de galle calcinée, elle n'a pû détacher le bitume du fer, parce que son huile a été enlevée par le feu ou tellement changée, qu'elle n'avoit plus aucune action sur ce bitume.

Pour éprouver si dans les substances animales qu'on emploie pour la préparation du bleu, les huiles sont les principaux agens, qui joints aux sels alkalis, développent le bitume du fer, il falloit faire du bleu avec l'huile distillée de quelques parties d'animaux, j'en ai fait la tentative. J'ai choisi pour cela l'huile distilée de la corne de cerf, d'autant plus volontiers que la corne de cerf, comme je l'ai dit, m'a donné un fort beau bleu. J'ai donc préparé avec cette huile & le sel de tartre un savon tartareux, & je suis parvenu à en tirer quelque teinture bleue, non sans quelque difficulté. Je réserve pour un autre Mémoire la maniere de faire ce savon tartareux très-promptement, & les circonstances qui m'ont donné la couleur bleue.

J'ai voulu tenter par un autre moyen, d'étendre la couleur noire ou bleue obscure que prennent la noix de galle & le vitriol, en les joignant à la terre blanche de l'alun, pour observer ce qui en résulteroit. Ce mêlange m'a donné une couleur violette obscure, assez vilaine.

Pour cet effet j'ai fait une décoction de quatre onces de noix de galle dans deux pintes d'eau, : après l'avoir bien filtrée, elle étoit brune assez foncée. J'y ai ajoûté ensuite une once de terre d'alun que j'avois préparée, en versant sur une dissolution d'alun de l'huile de tartre. Dans le mêlange de ces deux liqueurs il se précipite une terre blanche fort fine, que j'ai lavée dans plusieurs eaux pour la dépouiller de tous ses sels.

J'ai fait bouillir cette terre dans la décoction de noix de galle, & réduire à moitié. J'y ai joint pour lors la dissolution de deux onces de vitriol de Mars. Le tout a pris dans l'instant une couleur noire ou bleue très-foncée. Ayant laissé reposer le mêlange, il est tombé au fond de la liqueur la terre de l'alun. La liqueur qui surnageoit étoit de couleur bleue ou violette très-foncée, sale & obscure.

J'ai séparé la liqueur par inclination. J'ai lavé dans plusieurs eaux la fécule qui est restée, laquelle a prise, en séchant, une couleur violette obscure, mais toûjours très-vilaine.

Quoique

Quoique dans cette occasion la couleur bleue foncée ou obscure de l'encre dût être éclaircie par la terre blanche de l'alun, néanmoins ce bleu n'est jamais beau ni éclatant, à cause que le bitume du fer restant toûjours lié avec toute sa terre, ne peut être suffisamment étendu & raréfié par la partie huileuse de la noix de galle.

Lorsque sur notre encre j'ai voulu verser de l'esprit de sel pour voir s'il n'éclairciroit point la couleur de cette liqueur, cet acide lui a donné une couleur verdâtre obscure.

L'analyse que j'avois faite autrefois de l'éponge, & qui est rapportée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, m'ayant fait connoître qu'elle fournissoit des principes assez semblables à ceux des substances animales, c'est-à-dire, beaucoup de sel volatil & d'huile fétide, j'ai eu la curiosité d'éprouver ce qu'elle feroit par rapport au bleu. Je l'ai donc calcinée avec le sel alkali, & la lessive qu'on en a faite avoit une très-belle couleur verte comme une dissolution de cuivre, chose que je n'ai encore observée que dans cette seule occasion. J'ai vû ensuite avec plaisir qu'elle me donnoit une très belle fécule bleue, quoiqu'en médiocre quantité.

Ceux qui ont voulu rapporter l'éponge au regne animal, soit parce qu'on remarque dans quelques-unes un mouvement de contraction & de dilatation continuel qui semble désigner en elle une espece de vie, ou qui la regardent comme le nid de quelques poissons à coquilles, produit & tissu par le poisson même, parce qu'elle se trouve ordinairement remplie d'un nombre infini de très-petits coquillages, regarderont cette expérience comme une preuve de leur opinion. Mais si on fait attention qu'une grande partie des plantes marines, sur-tout les *Lithophytons*, fournissent les mêmes principes que l'éponge, on cessera de la croire animée, quoique par l'analyse & par le bleu qu'elle donne en cette expérience, on ne puisse s'empêcher d'y reconnoître les mêmes principes que dans les substances animales.

Parmi un grand nombre d'essais & de combinaisons que j'ai faites de différentes matieres que j'ai inférées dans la

préparation du bleu de Prusse, pour voir si j'en tirerois quelque nouvelle couleur, il y en a deux qui m'ont paru mériter attention, l'une est la fleur de carthame ou safran bâtard, l'autre est la cochenille.

On sçait que le safran bâtard donne dans les teintures une couleur rouge qui a beaucoup d'éclat. Tout le monde connoît le carmin, qui est une fécule de la cochenille d'une couleur rouge très-éclatante. Je les ai mêlées dans la préparation du bleu, & elles m'ont paru relever très-considérablement l'éclat de cette couleur. Voici de quelle maniere j'ai procédé avec le safran bâtard.

Après avoir préparé la lessive de sang de bœuf, prête à mêler avec mes dissolutions d'alun & de vitriol, j'y ai fait bouillir légerement un gros de safran bâtard. J'ai passé la lessive au travers d'un linge, & l'ai mêlée avec les dissolutions. Dans la fermentation qui accompagne ce mêlange, l'écume qui s'y fait étoit d'une couleur verdâtre, il s'est fait ensuite un précipité d'une couleur grise cendrée. Ayant versé le tout dans un linge pour séparer la liqueur de la fécule précipitée, cette liqueur a passé claire & sans couleur. La fécule bien égouttée ayant resté quelque tems sur le linge, a prise une couleur verte à la surface, où l'air la touchoit, le fond restant toûjours gris cendré.

J'ai versé sur cette fécule trois onces d'esprit de sel, qui lui a donné d'abord une couleur bleue très-foncée. En agitant la matiere, elle a repris une couleur verte tirant un peu sur le jaune. J'ai lavé cette matiere au bout de quelque tems avec beaucoup d'eau. Les premieres eaux que j'y ai employées en sont ressorties jaunes, couleur de safran, & enfin les dernieres en sont sorties fort claires, & à mesure que l'eau emportoit le jaune, la fécule reprenoit une couleur bleue qui est restée à la fin fort belle & fort éclatante : cette fécule bien desséchée, pesoit deux onces & demie & quelques grains. Ce qui est une quantité beaucoup plus considérable que dans le procédé Anglois qui ne donne que huit à neuf dragmes.

Il s'agit présentement de voir l'effet que produira ce bleu,

étant employé, soit avec l'huile, soit avec l'eau gommée, & exposée à l'air. J'en ferai faire différentes épreuves.

Il paroît dans cette expérience que l'eau dans les lotions de la fécule emporte la plus grande partie du jaune du safran, & que la fécule n'en retient qu'une suffisante quantité pour relever son éclat.

J'ai fait avec la cochenille différens essais & à différentes doses. Quand j'ai employé une trop grande quantité de cochenille, la couleur de ma fécule tiroit trop sur le pourpre. Un demi-gros m'a paru une dose suffisante dans la quantité des autres drogues marquées dans le procédé d'Angleterre, pour relever l'éclat du bleu. Dix-huit grains m'ont paru faire trop peu d'effet.

J'ai fait bouillir de la cochenille dans la lessive du sang de bœuf, & j'en ai fait aussi de simples infusions. Il m'a paru que les décoctions donnoient au bleu un œil trop rougeâtre, de sorte que je m'en suis tenu aux simples infusions.

J'ai donc préparé la lessive ordinaire du sang de bœuf avec le sel alkali. Dans une portion de cette lessive j'ai fait infuser pendant quelques heures demi-gros de cochenille réduite en poudre subtile.

J'ai versé dans une grande terrine cette infusion de cochenille avec le reste de la lessive, la dissolution d'alun, & la dissolution de vitriol fort chaudes & dans les doses ordinaires. Il s'est fait une effervescence très-considérable, beaucoup plus d'écume que dans l'opération ordinaire, & qui paroissoit d'abord rouge, éclatante dans des endroits, & d'un très-beau bleu dans d'autres. Enfin toute l'écume est devenue bleue. Lorsque la fermentation a cessé, & que la liqueur a été reposée, le precipité qui est ordinairement de couleur de vert de montagne, avoit une couleur rougeâtre qui a aussi changé en peu de tems en une belle couleur bleue.

On a versé le tout dans un linge fin, au travers duquel a passé une liqueur claire chargée de sels.

Après avoir laissé égoutter la fécule bleue qui reste sur le linge, & qui est encore chargée de sels, on l'a étendue dans

une grande terrine, & j'ai obſervé qu'en peu de tems la ſurface que l'air touche prend une couleur bien plus éclatante que celle qui eſt deſſous. Ainſi il faut avoir ſoin de remuer de tems en tems cette fécule pour qu'elle préſente à l'air différentes ſurfaces, & en un jour ou deux elle devient d'un bleu très-vif & très-éclatant.

On a enſuite lavé cette fécule pour en emporter tous les ſels, & elle eſt reſtée très-belle & en plus grande quantité que dans le procédé de Berlin. J'en ai retiré deux onces cinq gros & demi.

J'ai fait encore la même opération, dans laquelle j'ai paſſé la fécule dans l'eſprit de ſel ſelon la pratique de Berlin, mais je n'ai pas apperçû que le bleu en ſortit beaucoup plus beau, il paroît ſeulement quelque peu plus foncé. J'en ai eu à peu-près la même quantité. Ainſi l'eſprit de ſel me paroît inutile dans cette derniere opération. J'ai obſervé qu'en employant l'eſprit de ſel, l'eau des lotions ſort rouge de deſſus la fécule, ce qu'elle ne fait pas quand on ne l'y met point. L'eſprit de ſel anime l'eau, & la met en état de retirer une partie de la teinture de la cochenille.

Le mucilage de la cochenille étendu par le ſavon tartareux de la leſſive du ſang de bœuf, diviſe & étend beaucoup la matiere bitumineuſe du fer, il en rehauſſe la couleur par ſon rouge éclatant.



SUR LA THEORIE DU MOUVEMENT DES COMETES,

Comparée aux Obſervations des années 1707 & 1723.

Par M. CASSINI.

DEPUIS que l'on obſerve avec ſoin le mouvement des Cometes, & que l'on a trouvé des méthodes de réduire à quelque régularité leur cours qui paroît ſouvent ſi irrégulier ; la plûpart des Aſtronomes ſont perſuadés que ce ſont des corps céleſtes permanens, & non pas des Météores ou phénomenes paſſagers, qui arrivant dans de certains tems, ſoient, ſuivant l'opinion du vulgaire, deſtinés pour prédire des évenemens extraordinaires. On peut s'en convaincre aiſément, ſi l'on conſidere que pendant leur cours on ne les a jamais vû ceſſer entierement de paroître, ou même diminuer ſenſiblement de grandeur & de lumiere, qu'à proportion de leur éloignement de la terre, & de la diminution apparente de leur mouvement ; ce qui, dans le grand nombre que l'on en a apperçû, ſeroit arrivé du moins quelquefois, ſi les Cometes étoient compoſées d'une matiere capable de s'enflammer, de ſe conſommer & de s'éteindre. On a vû, à la vérité, des changemens conſidérables dans leurs queues ou dans les chevelures qui les environnent : mais auſſi quelque explication que l'on donne de la formation de ces queues ou de ces chevelures, tous les Phyſiciens conviennent qu'elles ne leur ſont que purement accidentelles. 4 Août 1725.

Pour ne laiſſer aucun doute ſur la nature des Cometes, il ſeroit à déſirer que l'on pût prédire leur retour, & reconnoître celles qui après avoir ceſſé d'être apperçûes à cauſe de leur grand éloignement, reparoiſſent de nouveau après un

certain intervalle de tems, c'eſt ce que nous eſſayerons de faire dans ce Mémoire.

Nous conſidererons pour cet effet que les Cometes, dont la lumiere eſt le plus ſouvent plus foible que celle des Planetes, & dans leſquelles on apperçoit des mouvemens qui ſe font ſuivant différentes directions avec des viteſſes fort inégales, ne peuvent point être miſes au rang du Soleil & des étoiles fixes qui ſont lumineuſes par elles-mêmes, & dans leſquelles on n'apperçoit aucun mouvement ſemblable. Qu'ainſi on ne peut les regarder que comme des corps céleſtes ſemblables aux Planetes qui empruntent leur lumiere du Soleil.

Entre les Planetes il y en a qui tournent immédiatement autour du Soleil, qui ſont conſidérées comme les principales, & d'autres qui font leurs révolutions autour d'une Planete, telles que la Lune autour de la terre, & les Satellites autour de Jupiter & de Saturne.

A l'égard des Cometes, il eſt aiſé de reconnoître que la plûpart d'elles ne font pas leurs révolutions autour de la terre. Les ſtations, directions & rétrogradations que l'on a ſouvent obſervé dans leurs cours, en ſont une preuve évidente. Car les mouvemens des corps céleſtes peuvent bien ſe ralentir à l'égard de celui autour duquel ils font leur mouvement à meſure qu'ils s'en éloignent, & augmenter de viteſſe en s'en approchant, mais on ne peut jamais ſuppoſer qu'ils ſe puiſſent anéantir pendant un certain tems; & reprendre enſuite une direction oppoſée. On peut auſſi ſe perſuader que les Cometes ne font point leur révolution autour d'une autre Planete, parce qu'elles auroient de même que les Satellites, un mouvement composé de celui de la Comete autour de ſa Planete, & de celui de cette Planete autour du Soleil, ce que l'on n'apperçoit point dans leur cours.

On peut donc conclure avec beaucoup de vraiſſemblance, que les Cometes font leur révolution autour du Soleil ou de quelque étoile fixe. A l'égard des étoiles fixes, quoiqu'on puiſſe ſuppoſer qu'elles ont chacune autour d'elles des Planetes, que leur peu de lumiere ou leur trop grande diſtance nous

rend imperceptibles, & qu'elles ont chacune de même que le Soleil, un tourbillon qui leur est particulier, il y a tout lieu de croire que leurs Planetes, si elles existent, sont renfermées dans l'étendue de ce tourbillon, sans s'en écarter, & pénétrer pour ainsi dire dans le nôtre. Car comment pourroient-elles y conserver le mouvement qu'elles ont reçû de leur tourbillon, sans participer à celui que le nôtre leur imprimeroit, ce qui pourroit altérer leur mouvement, l'anéantir, ou du moins en changer la direction, & les empêcheroit de rentrer dans leur propre tourbillon.

Il y a donc tout lieu de supposer que les Cometes sont dans l'ordre des Planetes, & qu'elles font de même qu'elles leurs révolutions autour du Soleil.

Suivant cette hypothese, il n'est pas nécessaire, pour que les Cometes puissent être censées les mêmes, qu'elles paroissent avoir des mouvemens égaux, couper l'écliptique aux mêmes dégrés & avec une pareille inclinaison en passant par les mêmes régions du Ciel. Cela ne doit arriver que lorsque l'on observe ces apparences dans les mêmes jours de l'année. Car la révolution du Soleil autour de la terre, ou de la terre autour du Soleil, fait varier continuellement le cours apparent des corps qui se meuvent le plus régulierement autour du Soleil; de sorte qu'il peut arriver qu'une Comete paroisse en des régions du Ciel presque opposées à celles où a paru une autre Comete; que son mouvement ait des dégrés de vitesse fort différens; que son orbe soit plus ou moins incliné à l'écliptique, & que cependant ce soit la même Comete qui soit retournée au même endroit du Ciel, avec la même quantité de mouvement, & dont l'orbe ait une pareille inclinaison à l'écliptique.

On s'en convaincra aisément par l'inspection de la Figure premiere, dans laquelle *S* représente le Soleil, *CGHI*, l'orbe de la Comete, dont le perihélie est en *P*; *TDBE*, l'orbe annuel sur lequel la terre est placée en *T*, lorsque la Comete est en *C*. Il est constant que la terre verra alors cette Comete suivant la direction de la ligne *TCK*. Si l'on suppose * Fig. 1.

ensuite que la même Comete soit retournée au point *C*, après un certain nombre d'années plus six mois, la terre sera alors sur l'orbe annuel au point *B* qui est à l'opposite du point *T*, & verra cette Comete suivant la direction de la ligne *BCL*, répondre à un point du Zodiaque, éloigné de plusieurs signes du lieu où elle étoit vûe de la terre dans la révolution précédente, lorsqu'elle avoit passé par le point *C*.

Son diametre apparent, aussi-bien que la vitesse apparente de son mouvement, qui sont en raison réciproque des distances *TC*, *CB*, de la Comete à la terre, doivent donc être beaucoup plus grands à son passage par le perihélie, dans la premiere révolution que dans la derniere; & comme la lumiere qu'elle nous refléchit aussi-bien que la surface du disque qu'elle présente à nos yeux, sont comme le quarré des diametres apparens, & diminuent dans cette proportion à mesure qu'elle s'éloigne de nous, il peut arriver très-souvent qu'après le retour de la Comete au même point de son orbe, son diametre soit trop peu sensible pour être apperçû à nos yeux.

L'obliquité apparente de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique, peut aussi être alors fort différente. Car si l'on suppose que l'orbe *CGHI* soit incliné à l'écliptique ou l'orbe annuel *TDBE*, de maniere que le point *C*, de l'orbe de la Comete soit élevé au dessus du plan de l'écliptique, & le point *H* soit au dessous, & que la plus grande obliquité, vûe du Soleil, soit mesurée par l'angle *TSC*, l'angle *CTS* mesurera l'obliquité apparente de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique vûe de la terre, lorsqu'elle est au point *T*; & l'angle *CBS* qui est beaucoup plus petit, mesurera cette obliquité, lorsque la Comete étant retournée au point *C* après une révolution, la terre est sur l'orbe annuel au point *B*.

Toutes ces différentes apparences qu'on doit observer dans le retour des Cometes, ne sont qu'un effet de l'optique, dans la supposition que les Cometes fassent, de même que la terre, leurs révolutions autour du Soleil, mais dans des tems inégaux,

inégaux, que leur axe soit toûjours dirigé au même point du zodiaque, & que leurs nœuds ou intersections du plan de leur orbe à l'égard de l'écliptique, n'ayent aucun mouvement sensible dans l'intervalle d'une révolution. Au lieu que s'il y a réellement quelque mouvement dans l'aphélie & le périhélie d'une Comete, aussi-bien que dans la situation de ses nœuds, on doit observer encore de plus grandes variations dans leur mouvement apparent.

Il est donc nécessaire de pouvoir distinguer le mouvement réel des Cometes à l'égard du Soleil, de leur mouvement apparent par rapport à la terre, ce que nous ferons en cette maniere.

Soit dans le systême de Copernic, *S*, le Soleil, *V*, la terre sur l'orbe annuel, *A*, le lieu où la Comete a passé par l'écliptique. Soit mené du point *V*, la ligne *VC* parallele à la ligne *SA*, la terre verra cette Comete à son passage par l'écliptique, suivant la direction de la ligne *VC*, parallele à la ligne *SA*, qui répond au même point du ciel supposé à une distance infinie. Si la terre se trouve alors éloignée de trois signes du point *A*, les angles *ASV* & *SVC* seront droits, & la ligne *VC* sera tangente au cercle au point *V*. Dans cet état, si l'on considere le mouvement de la terre sur l'orbe annuel qui se fait de *V* vers *T*, on trouvera que la terre, dans le premier instant, décrit une tangente à cet orbe au point *V*, & que par conséquent elle se meut suivant la direction de la ligne *VR*, directement opposée à la ligne *VC*. Quelques jours après, la terre étant parvenue en *T*, après avoir fait par exemple 10 dégrés, la Comete est vûe à son passage par l'écliptique suivant la ligne *TC*, parallele à *SA* & *VC*. Fig. 2.

L'angle *AST* est de 100 dégrés, aussi-bien que l'angle *STL* que fait le rayon *TS* avec la ligne *TL*, & tirant au point *T* une tangente *TG*, sur laquelle la terre commence à se mouvoir, l'angle *STG* est de 90 dégrés; le retranchant de l'angle *STL* de 100 dégrés, on aura l'angle *LTG* qui mesure

l'inclinaiſon de la route de la terre par rapport à la ligne *LTC*, de 10 dégrés.

Cette inclinaiſon ſera de la même quantité, mais d'un ſens contraire, ſi le point *T* eſt de *V* vers *A*; d'où il réſulte que lorſque la diſtance de la terre au lieu de l'écliptique par où a paſſé la Comete, excede 90 dégrés, l'inclinaiſon de la route de la terre, à l'égard de la ligne qui eſt dirigée à ce lieu de l'écliptique, prolongée du ſens contraire, & du nombre de dégrés qui excede 90, & que lorſque cette diſtance eſt moindre de 90 dégrés d'une certaine quantité de dégrés, l'inclinaiſon de la route de la terre à l'égard de la ligne qui eſt dirigée à ce lieu de l'écliptique par où la Comete a paſſé, eſt de cette quantité de dégrés, mais d'un ſens contraire.

Cette regle ſubſiſte juſqu'à ce que la diſtance de la terre au lieu où la Comete a paſſé, par l'écliptique ſoit de 0, ou de 180 dégrés, auquel cas la terre a une direction perpendiculaire, à l'égard de la ligne qui eſt dirigée au lieu de l'écliptique par lequel la Comete a paſſé, après quoi la terre ſe meut d'un ſens contraire, avec une inclinaiſon qui diminue dans la même portion qu'elle avoit augmenté.

Fig. 3. Suppoſons préſentement que la terre étant en *T*, la Comete ſoit vûe ſuivant la ligne *TC* qui eſt dans le plan de l'écliptique, & que la diſtance du périgée de la Comete à l'écliptique ait été obſervée d'un certain nombre de dégrés; faiſant l'angle *CTP* de ce nombre de dégrés, & tirant du point *P*, la ligne *CP* perpendiculaire à *TP*, le point *P* repréſentera le périgée de la Comete, & *PC*, ſon mouvement apparent depuis ſon périgée, juſqu'à ſon paſſage par l'écliptique, lequel eſt meſuré par l'angle *CTP*.

Dans cet état, ſi le cours de la Comete eſt dirigé vers les poles de l'écliptique, la portion de l'orbe qu'elle a décrite ſe trouve dans un plan perpendiculaire à celui de l'écliptique, & l'angle de l'inclinaiſon de cet orbe, à l'égard de l'écliptique, eſt meſuré par l'angle *TCP*, complément de l'angle *CTP*.

Mais si la portion de l'orbe que la Comete a décrite est dans le plan même de l'écliptique, alors elle paroîtra se mouvoir suivant l'écliptique dans tout le tems de son cours ; mais avec des dégrés différens de vitesse, dont les plus grands seront lorsqu'elle est dans son périgée, & qui diminueront continuellement jusqu'à ce qu'on cesse de l'appercevoir.

Dans les autres directions du cours de la Comete, qui ne sont pas suivant l'écliptique, ni suivant un cercle de latitude, l'inclinaison *TCP* du plan de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique, doit diminuer dans la proportion du sinus total au sinus de l'obliquité apparente de sa route à l'égard de l'écliptique.

Car si l'on conçoit que le triangle *TPC*, supposé d'abord dans un plan perpendiculaire à celui de l'écliptique, tourne autour de la base *TC*, le point *P* qui est au sommet, décrira autour du point *D* comme centre, un cercle *PHL*, dont le plan sera perpendiculaire à l'écliptique, & dont les arcs *HA*, *HB*, mesureront l'obliquité apparente de la route de la Comete à l'égard de l'écliptique, & les lignes *AE*, *BI*, ou *FD*, *GD*, qui leur sont égales, mesureront le sinus de cette obliquité. On aura donc *PD* est à *AE* ou *FD*, comme le sinus total est au sinus de l'arc *AH* de l'obliquité apparente de la route de la Comete par rapport à l'écliptique. Mais *PD* est à *FD* comme le sinus de l'arc *DCP* de l'inclinaison de l'orbe de la Comete par rapport au plan de l'écliptique, lorsque son cours est perpendiculaire à l'écliptique, est au sinus de l'angle *DCA* de l'inclinaison de l'orbe de la Comete, lorsque l'obliquité apparente de sa route est mesurée par l'arc *AH*. Donc le sinus de l'inclinaison de l'orbe de la Comete, lorsque son cours est perpendiculaire à l'écliptique, est au sinus de cette inclinaison, lorsque son cours est incliné à l'écliptique, comme le sinus total est au sinus de l'obliquité apparente de sa route.

Cette inclinaison du plan de l'orbe de la Comete par rapport à celui de l'écliptique, seroit la véritable, si dans l'intervalle de tems que la Comete a employé à aller de son

périgée jusqu'à l'écliptique, la terre n'avoit eu aucun mouvement sensible par rapport à la Comete : mais aussi dans les cas où le mouvement de la Comete est dirigé du Midi vers le Nord par rapport au Soleil placé à l'Occident, comme il a été observé dans les Cometes de 1707 & 1723, ce mouvement seroit contre l'ordre des signes ; ce qui est contraire à ce que l'on remarque non-seulement dans toutes les révolutions des planetes principales autour du Soleil, mais même dans celles des satellites autour de ces planetes. Pour rendre raison de cette apparence, il faut considérer ce qui résulte du mouvement de la terre autour du Soleil, & nous démontrerons que lorsque le mouvement de la terre se fait en sens contraire de la direction apparente d'une Comete qui se meut du Midi vers le Septentrion, cette Comete peut avoir un mouvement réel & régulier de l'Occident vers l'Orient, qui produira les mêmes dégrés de vitesse apparente que si la terre étoit immobile.

Fig. 4. Soit *T*, la terre ; *TC*, une ligne tirée de la terre au point *C*, où la Comete a paru passer par l'écliptique ; *P*, le périgée de la Comete, lequel est dans un plan perpendiculaire ou incliné à l'écliptique de telle quantité que l'on voudra ; *CTP*, l'angle qui mesure la distance du périgée de la Comete à l'écliptique.

Si l'on suppose que la terre se meuve suivant la ligne *TG*, dans une direction quelconque par rapport au mouvement apparent de la Comete, & qu'elle soit parvenue en *G* dans le tems que la Comete a employé à parvenir depuis son périgée jusqu'à l'écliptique ; je dis que si l'on fait *GB*, égale & parallele à *TC*, la ligne *PB* représentera la route de la Comete qui sera parvenue du point *P* au point *B*, dans le même tems que la terre a employé, à parcourir la ligne *TG*, & qu'il résulte de ces deux mouvemens les mêmes apparences que si la terre étant immobile en *T*, la Comete eût parcouru la ligne *PC*.

DÉMONSTRATION.

Ayant fait *TL* égal au mouvement de la terre repréſenté par *TG*, ſoit pris *LK*, égal à *GB*, & ſoit menée du point *B* au point *K*, la ligne *BK* qui ſera égale & parallele à *LG*. Joignez *PK*, & diviſez les lignes *PB*, *PK*, *TL*, *TG*, *PC*, en deux parties égales aux points *Q*, *H*, *N*, *F*, *S*, par leſquelles on tirera les lignes *QH*, *NF*, *HS* & *TS*; les triangles *TLG*, *TNF*, dont les côtés égaux *TL*, *TG*, ſont doubles des côtés *TN*, *NF*, & dont l'angle *LTG* eſt commun, ſont ſemblables & iſoſceles, c'eſt pourquoi le côté *LG* eſt double du côté *NF*, & lui eſt parallele. Les triangles *PKB*, *PHQ*, dont les côtés *PK*, *PB*, ſont doubles des côtés *PH*, *PQ*, & dont l'angle *BPK* eſt commun ſont ſemblables, c'eſt pourquoi le côté *BK* ou *LG* qui lui eſt égal eſt double de *HQ*, & lui eſt parallele, mais *LG* eſt double de *NF*, & lui eſt parallele. Donc *HQ*, eſt égale & parallele à *NF*, & les lignes *FQ* & *NH*, compriſes entre les lignes *HQ* & *NF*, égales & paralleles, ſeront auſſi égales & paralleles entr'elles. Maintenant dans les triangles *KPC*, *HPS*, les côtés *PK*, *PC*, ſont doubles des côtés *PH*, *PS*, & l'angle *KPC* eſt commun, c'eſt pourquoi le côté *KC* eſt double du côté *HS*, & lui eſt parallele, mais à cauſe de la ligne *LK*, égale par la conſtruction à la ligne *GB*, qui a été priſe égale à *TC*, la ligne *TL* eſt égale à la ligne *KC*; donc *TL* eſt double de *HS*, & lui eſt parallele, mais *TL* eſt double de *TN*; donc *HS* eſt égale & parallele à *TN*, & les lignes *TS*, *NH*, compriſes entre les lignes *HS* & *TN*, égales & paralleles, ſeront auſſi égales & paralleles entr'elles; mais nous venons de démontrer que la ligne *FQ* eſt égale & parallele à la ligne *NH*, donc la ligne *FQ* eſt égale & parallele à la ligne *TS*. C'eſt pourquoi ſi l'on ſuppoſe que la Comete ſoit parvenue de *P* en *B* dans le tems que la terre a employé à parcourir la ligne *TG*, & que la terre ſoit parvenue en *F*, & la Comete en *Q*, après avoir fait chacune la moitié de leur route, la diſtance *FQ* de la terre à la comete ſera égale & parallele à la diſtance *TS*

tirée de la terre ſuppoſée immobile à la Comete, lorſqu'elle a parcouru la moitié de ſa route apparente depuis ſon périgée juſqu'à l'écliptique ; ce qui produit les mêmes apparences que ſi la terre étant reſtée immobile, la Comete eût parcouru la ligne *P C*.

Cette démonſtration ſubſiſte, quelque inclinaiſon que la route de la terre puiſſe avoir à l'égard de la ligne tirée de la terre au lieu de l'écliptique par où la Comete a paſſé, & quelque inclinée que ſoit la route apparente de la Comete par rapport à l'écliptique.

Après avoir repréſenté le mouvement vrai des Cometes à l'égard de la terre, qui répond aux diverſes inclinaiſons de ſa route apparente à l'égard de l'écliptique, & aux différentes directions de la route de la terre, à l'égard de la ligne tirée de la terre au vrai lieu de la Comete ſur l'écliptique ; nous donnerons la méthode de déterminer dans tous ces différens cas, la quantité du mouvement réel de la Comete par rapport à celui de la terre, & ſa diſtance véritable à la terre tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique, qui répond aux diverſes inclinaiſons véritables de ſon orbe ; & réciproquement la quantité du mouvement réel d'une Comete, où ſa diſtance véritable à la terre étant connue, nous enſeignerons la maniere de déterminer les autres élémens.

PROBLEME I.

Fig. 5. *L'inclinaiſon apparente de la route d'une Comete à l'égard de l'écliptique étant déterminée, & la diſtance du vrai lieu de la terre au vrai lieu de cette Comete étant donnée, determiner la quantité de ſon mouvement réel & ſa diſtance à la terre, tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique, pour telle inclinaiſon de l'orbe de la Comete à l'égard du plan de l'écliptique que l'on voudra.*

Soit mené par le point *T*, qui repréſente le lieu de la terre, & par les points *P* & *C* qui repréſentent le périgée de la Comete & ſon lieu ſur l'écliptique, le triangle *T P C* qui eſt

dans un plan dont l'inclinaiſon à l'égard du plan de l'écliptique eſt meſurée par l'inclinaiſon apparente de la route de la Comete à l'égard de l'écliptique. Soit fait l'angle *TCB* égal à l'angle *LTG*, qui meſure la direction de la route à la terre à l'égard de la ligne *LTC* tirée de la terre au vrai lieu de la Comete, & ſoit pris *CB* égale à *TG*. Du point *P* ſoit menée la ligne *PV*, perpendiculaire à *TC*, & la ligne *PA*, perpendiculaire au plan de l'écliptique, & ſoient jointes les lignes *AB*, *AV*, *AC*, qui ſont toutes ſur le même plan; la ligne *PA* ſera auſſi perpendiculaire ſur toutes ces lignes, & les angles *PAB*, *PAV*, *PAC*, ſeront droits. Si l'on conçoit un plan qui paſſe par les points *P*, *A*, *V*, ce plan ſera perpendiculaire au plan du triangle *TPC*, & la ligne *CV* perpendiculaire à la ligne *PV*, commune ſection de ces plans, ſera auſſi perpendiculaire à toutes les lignes tirées par le point *V* ſur le plan du triangle *PAV*, telles que *VA*, & l'angle *CVA* ſera droit, la ligne *GB*, compriſe entre les lignes *CB*, *TG*, égales & paralleles, ſera égale & parallele à *TC*, & par conſéquent le vrai mouvement de la Comete ſera repreſenté par la ligne *PB*, l'angle *PBA* meſurera l'inclinaiſon véritable de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique qui eſt donnée, & dans le triangle *BAP* rectangle en *A*, l'angle *PBA* étant connu, on aura la valeur des côtés *PA* & *BA* par rapport à l'hypothenuſe *PB*, que l'on ſuppoſera de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, l'angle *PVA* qui meſure l'inclinaiſon du plan du triangle *TPC* à l'égard de celui de l'Ecliptique, eſt connu auſſi-bien que le côté *PA*, c'eſt pourquoi l'on trouvera la valeur du côté *AV* & de l'hypothenuſe *PV*. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, le côté *PV* étant connu, & l'angle *PCV* complément de l'angle *CTP*, on aura la valeur des côtés *CV* & *PC*. Dans le triangle *AVC* rectangle en *V*, les côtés *AV* & *CV* étant connus, on aura la valeur de l'hypothénuſe *AC* & de l'angle *ACV*, dont il faut retrancher l'angle *VCB* ou *LTG*, lorſqu'il eſt plus petit, & on aura l'angle *BCA*. Et dans le triangle *BCA*, dont les côtés *BA* & *AC* ſont connus, & l'angle

BCA, on trouvera la valeur du côté *BC* qui meſure le mouvement de la terre par rapport au côté *B P* qui meſure le mouvement de la Comete dans le même intervalle de tems. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *PC* étant connu, & l'angle *CTP*, l'on aura les côtés *PT* & *TC* qui meſurent la diſtance de la Comete à la terre, tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique, dont on connoîtra la valeur réelle auſſi-bien que de la quantité du mouvement *P B* de la Comete, la quantité du mouvement réel de la terre dans l'orbe annuel, dans l'intervalle de tems depuis le paſſage de la Comete par le périgée juſqu'à celui de ſon paſſage par l'écliptique, étant connue en lieues ou demi-diametres de la terre.

Il faut remarquer que lorſque l'angle *A C V* eſt plus petit que l'angle *B C V*, il faut le retrancher de l'angle *B C V*, & qu'il faut ajoûter l'angle *ACV* à l'angle *BCV*, lorſque la perpendiculaire *PA* tombe au delà de la ligne *TC*, ce qui arrive dans les cas où l'inclinaiſon du plan du triangle *TPC* à l'égard du plan de l'Ecliptique, eſt d'un ſens contraire à la direction de la route de la terre *T G* à l'égard de la ligne *T L*.

PROBLEME II.

Le rapport du mouvement véritable d'une Comete à l'égard de celui de la terre, étant connu, déterminer dans toutes les ſituations de la Comete ſur l'écliptique, & pour toutes les inclinaiſons apparentes de ſa route, l'inclinaiſon véritable du plan de ſon orbe à l'égard de celui de l'écliptique, & ſa diſtance réelle à la terre tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique.

Ayant mené du point *A* au point *V* la ligne *A V* ſur le plan de l'écliptique qui coupe en *D* la ligne *BC* qui eſt auſſi ſur ce plan. Soit menée du point *P* au point *D* la ligne *PD*. Dans le triangle *CVD*, l'angle *CVD* ou *CVA* étant droit, & l'angle *VCD* ou *LTG* qui meſure la direction de la terre à l'égard du vrai lieu de la Comete ſur l'écliptique, étant connu, on aura la valeur de l'hypothénuſe *DC* & du côté *DV*

par

par rapport au côté *CV*, ſuppoſé de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle *CVP* rectangle en *V*, le côté *CV* étant connu, l'angle *PCV*, on aura la valeur du côté *PV* & de l'hypothénuſe *PC*. Dans le triangle *PVD*, les côtés *PV* & *DV* étant connus, & l'angle compris *PVD*, qui meſure l'inclinaiſon apparente de la route de la comete à l'égard de l'écliptique, on trouvera le côté *PD*, & dans le triangle *PCD*, dont les trois côtés *DC*, *PC* & *PD* ſont connus, on aura l'angle *PCD* ou *PCB*. Maintenant dans le triangle *BCP*, dont les côtés *BC* & *BP* qui meſurent la quantité du mouvement réel de la terre & de celui de la comete, ſont connus, & l'angle *PCB*, on aura la valeur du côté *PC* par rapport au mouvement de la terre *BC*. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, l'angle *PCV* étant connu, & la valeur de l'hypothénuſe *PC*, on aura la valeur du côté *PV*, & dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, le côté *PV* étant connu, & l'angle *PVA* de l'inclinaiſon du plan du triangle *TPC* à l'égard de l'écliptique, on aura la valeur du côté *PA*. Enfin dans le triangle *PAB* rectangle en *A*, dont les côtés *PA* & *PB* ſont connus, on trouvera l'angle *PBA*, qui meſure l'inclinaiſon véritable du plan de l'orbe de la comete à l'égard de l'écliptique. On aura auſſi dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, dont le côté *PC* & l'angle *CTP* ſont connus, la valeur du côté *TP* & de l'hypothénuſe *PC* qui meſurent la diſtance véritable de la comete à la terre, tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique. Ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME III.

La diſtance réelle d'une comete à la terre dans ſon périgée, étant donnée ou connue par l'obſervation de ſa parallaxe, déterminer dans toutes les ſituations de cette comete ſur l'écliptique par rapport à la terre & pour toutes les inclinaiſons apparentes de ſa route, l'inclinaiſon véritable de ſon orbe à l'égard de l'écliptique & la quantité réelle de ſon mouvement.

Dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, la diſtance de la

comete à la terre dans ſon périgée, meſurée par *TP*, étant connue, & l'angle *CTP*, on aura la valeur du côté *PC* & de l'hypothénuſe *TC*, qui meſure la diſtance de la comete à la terre dans ſon paſſage par l'écliptique. Dans le triangle *PCV* rectangle en *V*, l'hypothénuſe *PC* étant connue, & l'angle *PCV*, on aura les côtés *PV* & *CV*. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, le côté *PV* étant connu, & l'angle *PVA* de l'inclinaiſon du plan du triangle *TCP* à l'égard du plan de l'écliptique, on aura les côtés *PA* & *AV*. Dans le triangle *CVA* rectangle en *V*, les côtés *AV* & *CV* étant connus, on aura l'angle *ACV*, dont il faut retrancher l'angle *TCB* ou *LTG*, lorſqu'il eſt plus petit, & qu'il faut retrancher du même angle *TCB*, lorſqu'il eſt plus grand, pour avoir l'angle *BCA*. Dans le triangle *BCA*, le côté *BC* qui meſure le mouvement de la terre, étant connu, auſſi-bien que le côté *CA*, & l'angle compris *BCA*, on aura le côté *BA*. Enfin dans le triangle *BAP* rectangle en *A*, dont le côté *PA* eſt connu & l'hypothénuſe *BA*, on aura l'angle *ABP* qui meſure l'inclinaiſon véritable du plan de l'orbe de la comete à l'égard de celui de l'écliptique, & le côté *BP* qui meſure la quantité réelle de ſon mouvement depuis ſon périgée juſqu'à ſon paſſage par l'écliptique. Ce qu'il falloit trouver.

Pour déterminer dans ces trois cas, les termes du plus grand & du plus petit mouvement qu'on puiſſe aſſigner à la comete, auſſi-bien que de ſa plus grande diſtance poſſible à la terre, & le lieu où ſon mouvement eſt égal à celui de la terre, on élevera du point *P* ſur la ligne *PC*, la perpendiculaire *PE* qui rencontre *CE* au point *E*, par lequel on menera la ligne *EL* égale & parallele à *TC*. Il eſt clair, par ce que l'on a démontré ci-deſſus, que la ligne *CE* ou *TL* repréſentant le mouvement de la terre, la ligne *LE* égale à *TC*, repréſentera la diſtance de la terre à la comete, lorſqu'elle a paſſé par l'écliptique, & la ligne *PE* meſurera le mouvement de la comete depuis ſon périgée juſqu'à ſon interſection avec l'écliptique, qui ſera le plus petit qui ſoit poſſible, puiſque le rapport de *PE* à *CE* eſt comme le ſinus de l'angle

PCE, qui eſt toûjours conſtant, eſt au ſinus total, qui eſt le plus grand que l'on peut concevoir. Pour déterminer dans ce cas la valeur de *PE*, l'inclinaiſon véritable de l'orbe de la comete meſurée par l'angle *PEA*, & ſa diſtance à la terre dans ſon périgée & dans ſon paſſage par l'écliptique, on réſoudra le triangle *CVD* rectangle en *V*, dans l'angle *VCD* ou *LTG* eſt connu; c'eſt pourquoi l'on aura la valeur des côtés *DV* & *DC* par rapport au côté *CV*, ſuppoſé de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle *CVP*, rectangle en *V*, le côté *CV* étant connu, & l'angle *PCV*, on aura le côté *PV* & l'hypothénuſe *PC*. Dans le triangle *PVD*, le côtés *PV* & *DV* étant connus, & l'angle *PVD* compris entre les deux plans, on trouvera le côté *PD*, & dans le triangle *PCD*, dont les trois côtés *DC*, *PC* & *PD* ſont connus, on aura l'angle *PCD* ou *PCE* qui eſt toûjours conſtant. Maintenant dans le triangle *EPC* rectangle en *P*, dont le côté *CE* ou *TL*, mouvement de la terre depuis le tems de ſon paſſage par le périgée, juſqu'à celui de ſon paſſage par l'écliptique, eſt connu, & l'angle *PCE* vient d'être déterminé, on aura le côté *PC* & le côté *PE* qui meſure le plus petit mouvement poſſible de la comete. Ce qu'il falloit d'abord trouver.

Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, le côté *PC* étant connu, & l'angle *PCV*, on aura le côté *IV*. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, le côté *PV* étant connu, & l'angle *PVA* de l'inclinaiſon du plan du triangle *TCP*, à l'égard du plan de l'écliptique, on aura le côté *PA*. Dans le triangle *PAE* rectangle en *A*, les côtés *PA* & *PE* étant connus, on trouvera l'angle *AEP* qui meſure l'inclinaiſon véritable du plan de l'orbe de la comete à l'égard de celui de l'écliptique, lorſque ſon mouvement eſt le plus petit qui ſoit poſſible. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, dont le côté *CP* eſt connu, & l'angle *CTP*, on trouvera la diſtance *PT* de la comete à la terre dans ſon périgée, & ſa diſtance à la terre *TC* dans ſon paſſage par l'écliptique, lorſque le mouvement de la comete eſt le plus petit qui ſoit poſſible.

Dans les autres ſituations de la comete ſur la ligne *CB* qu'elle rencontre dans ſon paſſage par l'écliptique, ſon mouvement doit être plus grand que lorqu'elle eſt au point *E*, avec la différence que lorſqu'elle rencontre l'écliptique de *E* vers *B*, ſon mouvement ne peut jamais égaler celui de la terre, parce que le ſinus de l'angle obtus *CPB*, qui meſure le mouvement de la terre, eſt toûjours plus grand que le ſinus de l'angle conſtant *PCB* aigu, qui meſure le mouvement de la comete, & qu'il peut le ſurpaſſer lorſqu'elle ſe trouve de *E* vers *C*. On déterminera le lieu où ces deux mouvemens ſont égaux, en faiſant l'angle *CPF* égal à l'angle conſtant *PCE*. Car alors les lignes *PF*, *PC*, qui repréſentent le mouvement de la comete & de la terre ſont égales entr'elles; & on déterminera dans ce cas la diſtance véritable de la comete à la terre dans ſon périgée & dans ſon paſſage par l'écliptique, auſſi-bien que l'angle *AFP* de l'inclinaiſon véritable du plan de ſon orbe à l'égard de celui de l'écliptique, en cette maniere.

Dans le triangle *PFC* iſoſcele, les côtés égaux *CF* & *PF* étant connus, & l'angle conſtant *PCF*, on aura la valeur du côté *PC*. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, l'hypothénuſe *PC* étant connue, & l'angle *PCV*, on aura le côté *PV*. Dans le triangle *PVA* rectangle en *A*, l'hypothénuſe *PV* étant connue, & l'angle *PVA* de l'inclinaiſon du plan du triangle *TCP* à l'égard du plan de l'écliptique, on aura le côté *PA*; & dans le triangle *PAF* rectangle en *A*, le côté *PA* étant connu, & l'hypothénuſe *PF* qui eſt égale à *PC*, on trouvera la valeur de l'angle *AFP*, qui meſure l'inclinaiſon veritable du plan de ſon orbe à l'égard de celui de l'écliptique. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *PC* étant connu, & l'angle *CTP*, on aura les côtés *PT* & *TC*, qui meſurent la diſtance véritable de la comete dans ſon périgée & dans ſon paſſage par l'écliptique, lorſque ſon mouvement eſt égal à celui de la terre. Ce qu'il falloit trouver.

Lorſque la comete dans ſon paſſage par l'écliptique, rencontre la ligne *CB* de *F* vers *C*, comme en *I*, ſon mouvement

doit être plus grand que celui de la terre, parce que l'angle *CPI* étant plus petit que l'angle *CPF* ou *PCF* qui lui est égal, le côté *CI* qui mesure le sinus de cet angle, & qui représente le mouvement de la terre, est plus petit que le côté *PI* qui mesure le sinus de l'angle *PCF*, & mesure en même tems le mouvement de la comete. Menant du point *A*, la ligne *AO* perpendiculaire à la ligne *CB*, & joignant *PO*, la ligne *PO* représentera le plus grand mouvement possible de la comete, supposant qu'il soit direct suivant la suite des signes. Car la ligne *AO* étant la plus courte de toutes les lignes tirées du point *A* sur la ligne *CB*, & l'angle *PAO*, que la perpendiculaire *PA* fait avec toutes les lignes tirées par le point *A* sur le plan de l'écliptique, telles que *AO* étant droit, l'angle *APO* est le plus petit de tous les angles formés par la ligne *PA* & une ligne quelconque tirée du point *P* sur la ligne *CB*. L'angle *POA*, qui mesure alors l'inclinaison de l'orbe de la comete par rapport au plan de l'écliptique, est donc le plus grand de tous ceux que l'on peut concevoir, & le point *O*, le terme où le mouvement de la comete est le plus grand qui soit possible, supposant qu'il soit direct suivant la suite des signes, puisque au de-là de ce terme vers *C*, l'inclinaison de l'orbe de la comete diminuant de grandeur, la comete prend une direction contraire.

Dans cet état, la ligne *CO* qui représente la quantité du mouvement de la terre, est la plus petite qui soit possible par rapport aux lignes *PT* & *TC*, qui mesurent la distance de la comete à la terre dans son périgée & dans son passage par l'écliptique, qui seront par conséquent les plus grandes qui soient possibles, & dont on déterminera la quantité, aussi-bien que du plus grand mouvement de la comete, en cette maniere.

Dans le triangle *COA* rectangle en *O*, le côté *CO* qui mesure le mouvement de la terre, pendant que la comete est parvenue de son périgée à l'écliptique est connu, de même que l'angle *ACO* ou *BCA*; c'est pourquoi on aura les côtés *CA* & *AO*. Dans le triangle *CVA* rectangle en *V*, le côté *CA*

& l'angle *ACV* ſont connus; c'eſt pourquoi l'on aura les côtés *AV* & *CV*. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, le côté *AV* & l'angle *PVA* de l'inclinaiſon du plan du triangle *TPC* par rapport à l'écliptique, étant connus, on aura le côté *PA*, & dans le triangle *PAO* rectangle en *A*, les côtés *PA* & *CA* étant connus, on trouvera l'angle *POA* qui meſure la plus grande inclinaiſon poſſible de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, & le côté *PO* qui meſure le plus grand mouvement qu'elle peut avoir. Maintenant dans le triangle *CVP* rectangle en *V*, le côté *CV* étant connu, & l'angle *PVC*, on aura le côté *PC*; & dans le triangle *TPC* rectangle en *T*, le côté *PC*; & l'angle *PTC* étant connus, on aura la diſtance *PT* de la comete à la terre dans ſon perigée, & ſa diſtance *TC* dans ſon paſſage par l'écliptique, qui ſont les plus grandes qui ſoient poſſibles. Ce qu'il falloit trouver.

Les regles que nous venons d'établir, pour déterminer les termes du plus grand & du plus petit mouvement d'une comete, doivent être différentes, lorſque le mouvement de la terre ſe fait de *T* vers *C*, qui répréſente le lieu de la comete ſur l'écliptique.

Dans le cas où le mouvement apparent de la comete eſt perpendiculaire à l'écliptique, & la direction du mouvement de la terre, eſt auſſi perpendiculaire à la ligne tirée de la terre au vrai lieu de la comete ſur l'écliptique, la quantité de ſon mouvement réel eſt toûjours plus grande que celle de la terre. Car ſoit tiré des points *T* & *C* ſur le plan de l'écliptique, les lignes *Tg*, *Cb*, perpendiculaires à la ligne *TC*, & égales entr'elles, & ſoient joints les points *Pb* & *gb*. Il eſt clair par ce que nous avons démontré ci-devant, que la terre étant arrivée en *g*, la comete eſt parvenue de *P* en *b*, & que les lignes *Tg* ou *Cb* repréſentant le mouvement de la terre, la ligne *Pb* meſure celui de la comete. La ligne *Cb* étant perpendiculaire à la ligne *TC*, commune ſection du plan de l'écliptique & du plan du triangle *TPC* qui lui eſt perpendiculaire, eſt auſſi perpendiculaire à toutes les lignes tirées ſur ce plan par le point *C*, telles que *PC*, & l'angle *PCb*

Fig. 6.

eſt droit; le mouvement de la comete qui eſt meſuré par l'hypothénuſe *Pb*, eſt donc plus grand que lemouvement de la terre, qui eſt meſuré par un des côtés *Cb*.

Dans toutes les autres directions du mouvement de la terre de *T* vers *C*, comme lorſqu'elle ſuit la ligne *TG*. Le mouvement de la terre eſt repréſenté, par exemple, par la ligne *TG* ou *CB* qui lui eſt égale, & celui de la comete par la ligne *PB* qui meſure le ſinus de l'angle obtus *PCB*, lequel eſt toûjours plus grand que le ſinus de l'angle aigu *CPB* qui meſure le mouvement de la terre *TG* ou *CB* qui lui répond, d'où il ſuit que lorſque le mouvement apparent de la comete eſt perpendiculaire à l'écliptique, & la direction du mouvement de la terre eſt de *T* vers *C*, le mouvement de la comete eſt toûjours plus grand que celui de la terre.

Dans les cas où le mouvement apparent de la comete eſt incliné au plan de l'écliptique, il faut conſidérer ſi l'angle *PCb* ou *PCB* eſt obtus ou aigu. Lorſqu'il eſt obtus, le mouvement de la comete *Pb* ou *PB* qui meſure le ſinus de l'angle *PCb* ou *PCB* obtus & conſtant, eſt dans toutes les ſituations de la terre ſur la ligne *Cb* ou *CB*, plus grand que le mouvement de la terre *Cb* ou *CB* qui meſure le ſinus de l'angle aigu *CPb* ou *CPB*.

Lorſque l'angle *CPb* ou *PCB* eſt aigu, le mouvement de la comete peut être plus grand ou plus petit q[illegible] celui de la terre, ou lui être égal. Il eſt plus grand, lorſq[illegible] la terre étant parvenue en *g* ou en *G*, dans le tems que la comete a employé à parvenir de ſon périgée *P* à l'écliptique en *b* ou *B*, l'angle *PCb* ou *PCB* qui eſt toûjours conſtant, dont le ſinus meſure le mouvement *Pb* ou *PB* de la comete, eſt plus grand que l'angle *CPb* ou *CPB*, dont le ſinus meſure le mouvement *Cb* ou *CB* de la terre. Il eſt plus petit lorſque l'angle *CPb* ou *CPB* ſurpaſſe en grandeur l'angle *PCb* ou *PCB*. Enfin il lui eſt égal, lorſque l'angle *CPb* ou *CPB* eſt égal à l'angle conſtant *PCb* ou *PCB*.

Appliquons préſentement les regles que nous avons preſcrites aux obſervations des cometes des années 1707 & 1723.

La premiere de ces cometes coupa l'écliptique à $5^{d}\frac{3}{4}$ du Verſeau le 26 Novembre de l'année 1707, à 9 heures du matin. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à 3 dégrés & demi du Sagittaire, & celui de la terre qui eſt à l'oppoſite, à 3 dégrés & demi des Gémeaux. Ainſi la diſtance de la terre au lieu de l'écliptique par où la comete a paſſé étoit de 3 signes 28 dégrés, qui ſont meſurés par l'angle *AST*, dont retranchant 3 ſignes, reſte l'angle *LTG* de 28 dégrés, qui meſure l'inclinaiſon de la route de la terre à l'égard de la ligne dirigée du vrai lieu de la comete au vrai lieu de la terre.

Fig. 2.

La diſtance du périgée de cette comete à l'écliptique, ayant été déterminée de $33^{d}\ 30'$, on aura l'angle *CTP*, qui meſure cette diſtance de $33^{d}\ 30'$. La direction de ſa route étoit à peu-près ſuivant un cercle de latitude, dont elle ne déclinoit que de deux à trois dégrés de l'Occident vers l'Orient, depuis ſon paſſage par l'écliptique juſqu'à la diſtance de 43 dégrés. Ainſi nous ſuppoſerons, ſans erreur ſenſible, que le plan du triangle *TPC*, ſur lequel le périgée étoit placé au point *P*, étoit perpendiculaire au plan de l'écliptique.

Fig. 5.

Dans toutes ces circonſtances, on déterminera la quantité du mouvement de la comete par rapport à celui de la terre & ſa diſtance véritable à la terre, tant dans ſon périgée que dans ſon paſſage par l'écliptique, pour telle inclinaiſon de l'orbe de la comete à l'égard de l'écliptique que l'on voudra, comme par exemple de $33^{d}\ 30'$, en cette maniere.

Dans le triangle *BVP* rectangle en *V*, l'hypothénuſe *BP* qui repréſente le mouvement de la comete, étant ſuppoſée de 100000, & l'angle *PBV* de $33^{d}\ 30'$, on trouvera le côté *BV* de 83389, & le côté *PV* de 55194. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, le côté *PV* étant connu de 55194, & l'angle *PCV*, complément de l'angle *CTP*, de $56^{d}\ 30'$ on aura le côté *CV* de 36532, & l'hypothénuſe *PC* de 66188. Dans le triangle *BCV*, le côté *BV* étant connu de 83389, & le côté *CV* de 36532, auſſi-bien que l'angle *BCV*, qui eſt égal à l'angle *LTG*, de $28^{d}\ 0'\ 0''$, on trouvera le côté *BC* ou *TG*, qui meſure le mouvement de la terre

terre de 113863 parties, dont le mouvement de la comete eſt de 100000. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, dont l'angle *CTP* eſt connu de $33^d\ 30'$, & le côté *PC* de 66188, on trouvera le côté *PT*, diſtance de la comete à la terre dans ſon périgée, de 100000, & ſa diſtance *CT*, lorſqu'elle eſt ſur l'écliptique, de 119920. La diſtance de la terre au Soleil étant de 22 mille demi-diametres de la terre, ou de 33 millions de lieues, l'orbe annuel eſt de 207 millions 430 mille lieues, qui étant partagées par 365 & un quart, donnent la quantité du mouvement journalier de la terre de 568 mille lieues ou environ; ainſi dans l'exemple propoſé, la comete ayant employé trois jours & 15 heures à parvenir de ſon périgée juſqu'à l'écliptique, la terre a pendant ce tems-là parcouru 2 millions 60 mille lieues qui meſurent la ligne *CB* ou *TG*. On fera donc comme *CB*, qui a été trouvé de 113863 parties, eſt à *PT*, diſtance de la comete à la terre dans ſon périgée qu'on a trouvée de 100000, ainſi 2 millions 60 mille lieues, ſont à la diſtance réelle de la comete à la terre dans ſon périgée, qu'on trouvera de 1. 809. 200 lieues. On fera auſſi comme *BC* 113863 eſt à *TC* 119920; ainſi 2 millions 60 mille lieues ſont à 2. 169. 600 lieues qui meſurent la diſtance de la comete à la terre, lorſqu'elle a paſſé par l'écliptique. Enfin l'on fera comme *CB* 113863 eſt à *BP*, mouvement de la comete depuis ſon périgée juſqu'à l'écliptique, qu'on a ſuppoſé de 100000; ainſi le mouvement journalier de la terre, qui eſt de 568000 lieues, eſt au mouvement journalier de la comete qu'on trouvera de 498860, & qui ſeroit le veritable, ſi l'inclinaiſon de l'orbe de la comete à l'égard de l'écliptique étoit de $33^d\ 30'$, comme on l'a ſuppoſé.

Pour déterminer les termes du plus grand & du plus petit mouvement que cette comete ait pû avoir, auſſi-bien que de ſon plus grand éloignement de la terre, on menera du point *P*, la ligne *PE* perpendiculaire à la ligne *PC*, qui rencontrera en *E* la ligne *CE* parallele à la ligne *TG*, & repréſentera le mouvement de la comete, le plus petit qui ſoit poſſible, comme il a été démontré ci-devant.

Pour en déterminer la quantité, on resoudra le triangle
Fig. 5. *CVD* rectangle en *V*, dont l'angle *TCE* ou *VCD* est connu de 28 degrés, & le côté *CV* a été trouvé de 35632 parties, dont *BP* & *PT* sont de 100000; c'est pourquoi l'on aura *DV* de 19424, & *DC* de 41375. Dans le triangle *PVD*, le côté *PV* ayant été trouvé de 55194, le côté *DV* de 19424, & l'angle *PVD*, que le plan du triangle *CPD* fait avec le plan de l'écliptique, étant supposé droit, on aura *PD* de 58512; dans le triangle *PDC*, dont les trois côtés ont été déterminés, sçavoir *PC* de 66188, *DC* de 41375, & *PD* de 58512, on trouvera l'angle *PCE* de $60^d\ 50'\ 5''$. Et dans le triangle *CPE* rectangle en *P*, dont le côté *PC* est de 66188, & l'angle *PCE* de $60^d\ 50'\ 5''$, on trouvera le côté *PE* de 118597, & l'hypoténuse *CE* de 135819. Enfin dans le triangle *EVP* rectangle en *V*, dont le côté est connu de 55194, & l'hypoténuse *PE* de 118597, on trouvera l'angle *PEV* qui mesure alors l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique de $27^d\ 44'\ 6''$. La distance *CE* ou *TC* qui mesure le mouvement réel de la terre dans l'espace de 3 jours & 15 heures, étant, comme on l'a dit ci-dessus, de 2 millions 60 mille lieues. On fera comme *CE*, que l'on vient de déterminer de 135819, est à *PT*, 100000, à *TC* 119920, & à *PE* 118597; ainsi *CE* 2. 060 .000 lieues est à *PT* 1. 516. 740 lieues, distance de la comete à la terre dans son passage par le périgée, à *TC* 1. 818. 860 lieues, distance de la comete à la terre dans son passage par l'écliptique; & à *PE* de 1. 798. 870 lieues, qui mesurent le mouvement de la comete le plus petit qui soit possible, pendant l'espace de trois jours 15 heures, depuis son passage par son périgée jusqu'à son intersection avec l'écliptique. Partageant ce nombre de lieues par 3 jours 15 heures, on aura le mouvement journalier de la comete le plus petit qu'on peut lui assigner de 496230 lieues, l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique étant de $27^d\ 44'\ 6''$.

Dans toutes les inclinaisons de l'orbe de la comete qui

ſont plus petites, le mouvement réel de la comete doit être plus grand que celui que l'on vient de déterminer, mais il ne peut jamais égaler celui de la terre, quoiqu'il puiſſe en approcher à l'infini, par les raiſons que nous avons dites ci-deſſus.

Dans les autres inclinaiſons qui excedent $27^d\ 44'\ 6''$, le mouvement réel de la comete doit augmenter, & le terme de cette augmentation, ſuppoſant que ſon mouvement ſoit ſuivant la ſuite des Signes eſt lorſqu'elle décrit la ligne *PD* tirée du point *P* au point *D*, où tombe la perpendiculaire tirée du point *V* ſur la ligne *CE*. On trouvera dans cet état la quantité du mouvement de la comete par rapport à celui de la terre qui eſt meſuré par *CD*. Car dans le triangle *CDV* rectangle en *D*, le côté *CD* ou *TG* qui meſure le mouvement de la terre pendant 3 jours & 15 heures, étant connu de 2 millions 60 mille lieues, & l'angle *VCD* de 28 degrés, on aura le côté *CV* de 1818860 lieues, & le côté *VD* de 967120 lieues; & dans le triangle *CVP* rectangle en *V*, le côté *CV* étant connu, & l'angle *PCV*, de $56^d\ 30'$, on aura le côté *PV* de 2181170, & l'hypoténuſe *CP* de 3. 295. 400 lieues. Enfin dans le triangle *PVD* rectangle en *V*, les côtés *PV* & *VD* étant connus, on aura l'hypoténuſe *PD*, qui meſure le mouvement de la comete dans l'eſpace de 3 jours 15 heures de 2. 385. 950 lieues, qui eſt le plus grand qu'on peut lui aſſigner. Le partageant par 3 jours 15 heures, on aura ſon mouvement journalier de 658. 200 lieues, plus grand de 172000 lieues que ſon plus petit mouvement poſſible qui a été trouvé de 496. 230 lieues, de ſorte que le plus grand mouvement que cette comete ait pû avoir, eſt à ſon plus petit comme 658 à 496, c'eſt-à-dire, à peu-près comme 4 à 3.

On fera auſſi comme le ſinus de l'angle *CTP* de $33^d\ 30'$ eſt au ſinus de l'angle *TCP* de $56^d\ 30'$; ainſi *CP* 3295. 400 lieues eſt à *PT*, qui meſure la plus grande diſtance poſſible de cette comete à la terre dans ſon périgée, que l'on trouvera de 4 millions 978 mille 900 lieues, d'où l'on peut conclure que la diſtance de cette comete à la terre, lorſqu'elle étoit dans ſon périgée, n'a pas excédé 50 fois la diſtance de

la Lune à la terre, suppoſant que ſon mouvement a été direct ſuivant la ſuite des ſignes.

Déterminons preſentement quel doit être le mouvement de la comete de l'année 1723, & ſa diſtance à la terre dans ſon périgée, ſuppoſant l'obliquité de ſon orbe à l'égard de l'écliptique de $27^d\ 44'\ 6''$, telle que nous l'avons trouvée dans la comete de 1707, ſon mouvement étant ſuppoſé le plus petit qui fût poſſible.

La route apparente de cette comete étoit inclinée à l'écliptique de 75 degrés, ayant une direction du Midi vers le Nord qui déclinoit vers l'Oueſt, d'où il réſulte que le plan du triangle *TPC* qui paſſe par ſon périgée, déclinoit d'un cercle de latitude de 15 degrés vers l'Eſt.

Cette comete coupa l'écliptique le 19 Octobre à 2 heures du ſoir au huitieme degré du Verſeau. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $25^d\ \frac{1}{2}$ de la Balance, & celui de la terre à $25^d\ \frac{1}{2}$ du Bélier, d'où il ſuit que la terre étoit éloignée de 2 ſignes 18 degrés du lieu où la comete a paſſé par l'écliptique, & que par conſéquent la ligne *TG* qui repréſente la route de la terre, déclinoit de la ligne *LTC* qui eſt dirigée à l'écliptique, de 12 degrés vers l'Eſt, du même ſens que le plan du triangle *TPC*. Menant du point *P* la ligne *PA* perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique, l'angle *PBA* meſure l'inclinaiſon du plan de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique, que l'on a ſuppoſée de $27^d\ 44'\ 6''$; c'eſt pourquoi dans le triangle *PAB* rectangle en *A*, l'angle *PBA* étant connu, & le mouvement de la comete depuis ſon périgée juſqu'à l'écliptique, qui eſt meſuré par *PB*, étant ſuppoſé de 100 mille parties, on trouvera le côté *BA* de 88484 de ces parties, & le côté *PA* de 46538. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, l'angle *PVA* qui meſure l'inclinaiſon du plan du triangle *TPC* par rapport à l'écliptique, eſt connu de 75 degrés, de même que le côté *PA*; c'eſt pourquoi l'on trouvera le côté *AV* de 12455, & l'hypoténuſe *PV* de 48180. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, le côté *PV* eſt connu & l'angle *PCV* de $28^d\ 44'$, complément de l'angle

CTP de 61^d 16′, qui mesure le mouvement apparent de la comete depuis son périgée jusqu'à l'écliptique; c'est pourquoi l'on aura le côté *CV* de 87881, & l'hypoténuse *CP* de 100221. Dans le triangle *AVC* rectangle en *V*, les côtés *AV* & *CV* sont connus, c'est pourquoi on aura l'hypoténuse *AC* de 88760, & l'angle *ACV* de 8^d 4′ 34″ qu'il faut retrancher de l'angle *LTG* ou *TCB* de 12^d 0′ 0′ pour avoir l'angle *ACB* de 3^d 55′ 26″; & dans le triangle *BCA*, dont les côtés *AC* & *BA* sont connus, & l'angle *ACB*, on aura *BC* ou *TG*, mouvement de la terre, depuis le tems du passage de la comete par son périgée jusqu'à son intersection avec l'écliptique de 176820 parties, dont le mouvement de la comete est de 100000 pendant le même intervalle de tems; & dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *CP* étant connu de 100221, & l'angle *CTP* de 61^d 16′, on aura le côté *PT*, distance de la comete à la terre dans son périgée, de 54945 parties, dont *BC* est de 176820. Le mouvement de la terre pendant l'intervalle de cinq jours que la comete a employés à parvenir de son périgée à l'écliptique est de 2 millions 840000 lieues; ainsi l'on fera comme *BC* 176820 est à *PT* 54945; ainsi 2840000 lieues sont à la distance *PT* de la comete à la terre dans son périgée, qu'on trouvera de 882510 lieues, plus petite d'environ deux cinquiemes que celle que l'on a trouvée en 1707 de 1516740 lieues, supposant la même obliquité de son orbe à l'égard de l'écliptique de 27^d 44′ 6″. Enfin l'on fera comme *BC* 176820 est à *BP* 100000; ainsi le mouvement journalier de la terre qui est de 568000 lieues est à celui de cette comete qu'on trouvera de 321400 lieues, plus petit de 175000 lieues que le mouvement journalier de la comete de 1707 qui répond à la même inclinaison de l'orbite, quoique le mouvement apparent de la comete de 1723 près de son périgée, ait été le double plus grand que celui de la comete de 1707.

Pour déterminer dans la comete de 1723 sa plus grande distance possible à la terre, aussi bien que le plus grand & le plus petit mouvement qu'on puisse lui assigner, on résoudra

d'abord le triangle *PCB*, dans lequel les trois côtés sont connus, sçavoir *PB* de 100000, *PC* de 100221, & *BC* de 176820, c'est pourquoi l'on trouvera l'angle *BCP* de 27^h 56′ 27. On élevera du point *P* sur la ligne *PC* la perpendiculaire *PE* qui rencontre *BC* au point *E*. La ligne *PE* représentera le plus petit mouvement possible de la comete, puisque le rapport *PE* à *CE* est comme le sinus de l'angle *PCE* qui est toujours constant au sinus total qui est le plus grand que l'on peut concevoir.

Pour déterminer la valeur de *PE* & l'inclinaison véritable de l'orbe de la comete, qui est alors mesurée par l'angle *PEA*, on fera comme le sinus total est au sinus de l'angle *PCE* constant, qui a été déterminé de 27^d 56′ 27″; ainsi *CE*, mouvement de la terre dans l'espace de cinq jours qui est de 2840000 lieues, est à *PE* qui représente le plus petit mouvement de la comete dans cet espace de tems qu'on trouvera de 1330700 lieues. Le divisant par cinq, on aura le mouvement journalier de la comete, le plus petit qui soit possible, de 266140 lieues. On fera aussi comme le sinus total est au sinus de l'angle *PEC* de 62^d 3′ 33″, complément de l'angle *PCE* constant; ainsi *CE* 2840000 lieues est à *PC*, qu'on trouvera de 2508900 lieues. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, l'hypoténuse *PC* étant connue de 2508900 lieues, & l'angle *PCV* de 28^d 44′ 0″, on aura le côté *PV* de 1206100 lieues. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A* le côté *PV* étant connu de 1206100 lieues, & l'angle *PVA* de 75^d 0′ 0″, on aura le côté *PA* de 1248700 lieues. Dans le triangle *PAE* rectangle en *A*, le côté *PA* étant connu de 1240700 lieues, & le côté *PE* de 1330700 lieues, on aura l'angle *PEA*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, de 69^d 46′ 40″, lorsque son mouvement est le plus petit qui soit possible. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, dont le côté *PC* est connu de 2508900 lieues, & l'angle *CTP* de 61^d 16′, on trouvera la distance *PT* de la comete à la terre dans son périgée de 1375500 lieues, & sa distance à la terre *TC*,

lorſqu'elle a paſſé par l'écliptique, de 2861300 lieues.

Pour déterminer preſentement le plus grand mouvement poſſible de cette comete, & ſa plus grande diſtance à la terre dans ſon périgée & dans ſon paſſage par l'écliptique, lorſque l'inclinaiſon de ſon orbe excede $69^d\ 46'\ 40''$; ce qui arrive, comme on l'a remarqué ci-devant, lorſque la comete ſuit la ligne *PO* tirée du point *P* au point *O* où tombe la perpendiculaire tirée du point *A* ſur la ligne *BC*; on réſoudra le triangle *COA* rectangle en *O*, dans lequel le côté *CO* qui meſure le mouvement de la terre, eſt connu de 2840000 lieues, & l'angle *ACO* ou *ACB* de $3\ 55'\ 26''$, c'eſt pourquoi l'on trouvera le côté *AC* de 2846700 lieues, & le côté *AO* de 194800 lieues. Dans le triangle *CVA* rectangle en *V*, le côté *AC* étant connu de 2846700 lieues, & l'angle *ACV* de $8^d\ 4'\ 34''$, on aura le côté *AV* de 399930 lieues, & le côté *CV* de 2818500 lieues. Dans le triangle *PAV* rectangle en *A*, le côté *AV* étant connu de 399930 lieues, & l'angle *PVA* de 75 degrés, on aura le côté *PA* de 1492500 lieues, & dans le triangle *PAO* rectangle en *A*, le côté *PA* étant connu de 1492500 lieues, & le côté *AO* de 194800 lieues, on aura l'angle *PAO*, qui meſure la plus grande inclinaiſon de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, de $82^d\ 33'\ 50''$, & le côté *PO*, qui meſure le plus grand mouvement poſſible de la comete, de 1505200 lieues. Le partageant par cinq jours que la comete a employés à parvenir de ſon périgée à l'écliptique, on aura le plus grand mouvement journalier poſſible de cette comete, lorſque l'inclinaiſon de ſon orbe excede $69^d\ 53'\ 10''$ de 301040 lieues. On fera auſſi comme le ſinus de l'angle *CPV* eſt au ſinus total; ainſi le côté *CV* de 2818500 lieues eſt au côté *PC* qu'on trouvera de 3214200 lieues. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *PC* étant connu de 3214200 lieues, & l'angle *TCP* de $61^d\ 16'\ 0''$, on aura la diſtance *PT* de la comete à la terre dans ſon périgée de 1762200 lieues, & ſa diſtance *TC*, lorſqu'elle a paſſé par l'écliptique, de 3665600 lieues, qui ſont les plus grandes qui ſoient poſſibles, d'où l'on peut conclurre que

ſuppoſé que le mouvement de cette comete ait été dirigé ſuivant la ſuite des ſignes, ſa diſtance à la terre dans ſon périgée n'a pas excédé 18 fois la diſtance de la Lune à la terre.

A l'égard de ſon mouvement, il a pû être plus petit que celui de la terre d'un peu moins de la moitié : mais il ne l'a jamais dû ſurpaſſer, ni même l'égaler, puiſque nous avons trouvé que lorſque l'inclinaiſon de l'orbe de la comete étoit de $82^d\ 33'\ 50''$, la plus grande qui ſoit poſſible, ſon mouvement n'étoit qu'environ la moitié de celui de la terre, & que quelque petite que ſoit cette inclinaiſon, le ſinus de l'angle *PCE* qui meſure la quantité du mouvement de la comete, eſt toûjours plus petit que le ſinus de l'angle *CPE* qui meſure le mouvement de la terre.

Dans toutes ces déterminaiſons du plus grand & du plus petit mouvement de ces cometes, auſſi-bien que de leur plus grande diſtance à la terre, l'inclinaiſon de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique excedoit 27 degrés, ce qui ſurpaſſe de beaucoup l'inclinaiſon des orbes des planetes à l'égard de l'écliptique, dont la plus grande, qui eſt celle de Mercure, ne monte pas à 7 degrés.

Si l'on ſuppoſe cette inclinaiſon de 4 degrés, moyenne entre la plus grande & la plus petite que l'on obſerve dans les planetes, on trouvera que le mouvement journalier de la comete de 1707 eſt au mouvement journalier de la terre comme 1000 à 1038, ou comme 25 à 26, & que le mouvement journalier de la comete de 1723 eſt à celui de la terre, comme 100 à 113, comme 25 à 28 $\frac{1}{4}$, de ſorte que, ſuppoſant le mouvement de la terre égal dans ces deux obſervations, le mouvement journalier de la comete en 1707 eſt à celui de la comete en 1723 comme 28 $\frac{1}{4}$ à 26 à peu-près comme 12 à 11 ; au lieu que ſuppoſant cette inclinaiſon de $27^d\ 44'$, le rapport de ces deux mouvemens étoit comme 12 à 8 ; on trouvera auſſi en 1707 la diſtance de la comete à terre dans ſon paſſage par le périgée de 250520 lieues, & en 1723 de 207050 lieues, ce qui n'excede gueres le double de la diſtance de la Lune à la terrre.

Enfin

Enfin si l'on suppose l'inclinaison de ces deux Cometes de 2 dégrés, moyenne entre celle de Saturne qui est de $2^d\ 30'$ & celle de Jupiter qui est de $1^d\ 20'$, on trouvera que le mouvement journalier de la Comete de l'année 1707 est à celui de la Comete de 1723, comme 1066 à 1020, c'est-à-dire, à peu près comme 23 à 22; que la distance de la Comete à la terre dans son périgée étoit en 1707, de 127618 lieues, & en 1723 de 109827 lieues, ce qui n'excede guere la distance de la Lune à la terre.

On trouvera encore une plus grande conformité entre le mouvement des Cometes de 1707 & 1723, & leur distance à la terre en supposant l'inclinaison de leur orbe à l'égard de celui de l'écliptique, plus petite que celle que l'on a ci-devant établie : mais comme nous mettons les Cometes au rang des Planetes, nous avons jugé qu'il étoit plus convenable d'assigner aux orbes sur lesquelles elles se meuvent, des inclinaisons à peu-près semblables à celles que l'on observe dans les autres Planetes.

Nous avons dans le rapport du mouvement des Cometes de 1707 & 1723, supposé que le mouvement de la terre étoit uniforme au tems de leurs observations, au lieu qu'en 1707 il étoit réellement plus grand de la cinquantieme partie qu'en 1723; il faut donc augmenter d'autant le mouvement de la Comete de 1707, qui dans le dernier exemple étoit à celui de 1723 comme 1066 à 1020, & au moyen de cette augmentation, on aura le mouvement réel de la Comete de 1707, à celui de la Comete de 1723, comme 106 à 100, ou comme 53 à 50 supposant l'inclinaison de leurs orbes de deux dégrés.

Mais il faut considérer que la distance de la terre au Soleil, étant plus petite au tems de l'observation de 1707 que dans celle de 1723, le mouvement réel de la Comete de 1707 devoit être plus grand que celui de la Comete de 1723 supposé que ces deux Cometes fussent à la même distance du Soleil que la terre.

Il y a plus, la Comete de 1707, qui a suivi une ligne Fig. 7.

presque perpendiculaire à l'Ecliptique, étoit au tems de son périgée dans la direction de la ligne *TC*, & a coupé l'écliptique en quelque endroit de cette ligne comme en *D*, dont la distance au Soleil *DS*, est plus petite que la distance *ST* du Soleil à la terre, au lieu que la Comete de 1723 qui au tems de son périgée déclinoit de la direction de la ligne *VC* de plusieurs dégrés vers l'Est, a coupé cette ligne dans un point tel que *E*, dont la distance au Soleil *SE*, étoit plus grande que la distance *SV* de la terre au Soleil; ainsi par cette raison, le mouvement réel de la Comete de 1707 devoit aussi être plus grand que celui de la Comete de 1723, conformément à ce que nous avons déterminé.

Toutes ces égalités de rapport dans le mouvement de ces deux Cometes, conformes à ceux que l'on observe dans les Planetes, à mesure qu'elles sont plus ou moins éloignées du Soleil, nous donnent lieu de conjecturer que la Comete de 1723 peut être la même que celle de 1707 qui a paru de nouveau après un intervalle de près de 16 années.

Dans cette supposition, nous avons cru devoir examiner quel doit être son orbe suivant l'hypothese de Kepler, où les Planetes décrivent des aires proportionnelles aux tems.

Pour déterminer la longueur de son grand axe, nous avons suivi la regle générale, suivant laquelle les distances des Planetes entr'elles sont comme les racines cubiques des quarrés du tems qu'elles emploient à faire leur révolution. Ayant donc pris le quarré de 16 qui est 256, on aura sa racine cubique qui est $6 \frac{35}{63}$, ce qui fait voir que la distance de cette Comete au Soleil, moyenne entre la plus grande & la plus petite est de 6 & $\frac{35}{100}$, dont la distance du Soleil à la terre est 1.

La direction apparente de la Comete de l'année 1707, qui étoit dans un plan presque perpendiculaire à celui de l'écliptique, fait voir que sa distance au Soleil, étoit peu différente de celle de la terre au Soleil; & supposant que cette Comete étoit alors près de son perihélie, la distance du Soleil au perihélie de la Comete étoit d'une partie dont la moyenne étoit de 6 & $\frac{35}{100}$. Suivant ces proportions, supposant le grandaxe

de 100000 parties, on trouvera le petit axe de l'orbe de cette Comete de 53867 de ces parties.

La révolution de la Comete étant de 16 années, son mouvement moyen journalier doit être de 3′ 41″, la seizieme partie de celui du Soleil ou de la terre. Elle emploie donc 16 jours & quelques heures à parcourir un dégré de son moyen mouvement, & calculant suivant la méthode que nous avons donnée dans les Mem. de l'Acad. de 1719, le mouvement vrai qui convient à un dégré de moyen mouvement, nous le trouvons de 21^{d} 15′ 30″ que cette Comete a parcouru en 16 jours & quelques heures, au lieu que le Soleil près de son périgée, ne décrit dans cet espace de tems que 16 dégrés & quelques minutes; ainsi le mouvement de cette Comete près de son périgée devoit être plus grand que celui du Soleil ou de la terre. Ayant calculé ensuite le mouvement vrai de cette Comete pour les autres dégrés du moyen mouvement, nous l'avons trouvé pour le second dégré depuis le perihélie de 18^{d} 49′ 45″, encore plus grand que celui de la terre, & pour le troisieme dégré de 15^{d} 7′ 40″, plus petit que celui de la terre; de sorte que pour représenter le mouvement de cette Comete, qui suivant ce que nous avons démontré, doit être en 1707 & 1723 plus petit que celui de la terre, il faut qu'au tems des observations qui en ont été faites, elle se soit trouvée éloignée de son perihélie de plus de 2 dégrés de son moyen mouvement, & de plus de 40 dégrés de son vrai mouvement, avec la différence qu'elle en étoit un peu plus proche en 1707 qu'en 1723.

La distance de cette Comete à son perihélie, supposé qu'elle ait suivi exactement l'orbite de Kepler, & que son mouvement n'ait point été altéré en passant par le tourbillon des Planetes supérieures pour entrer dans celui de la terre; au lieu que si les différentes directions qu'elle a dû recevoir en passant par divers tourbillons, ont diminué sa vitesse réelle, comme il y a beaucoup d'apparence, son mouvement vrai a dû être plus lent que celui que nous avons calculé près de son perihélie, dont elle se sera par conséquent trouvée plus

proche dans le tems de l'une & l'autre de ces obſervations.

Pour déterminer la ſituation du nœud de cette Comete, ou de l'interſection de ſon orbe avec l'écliptique, il faut conſidérer que le 22 Novembre de l'année 1707, elle a paſſé par ſon périgée à ſix heures du ſoir, la terre étant à 29^d $46'$ du Taureau, repréſentée dans la figure 5 au point *T*, & la Comete au point, *P*. Trois jours & 15 heures après, cette Comete eſt arrivée du point *P* au point *B* de ſon interſection avec l'écliptique, la terre étant parvenue du point *T* au point *G* qui répond à 3^d $26'$ des Gémeaux. Ainſi ſi l'on ſuppoſe que le point *B* ſe ſoit rencontré entre les points *T* & *G*, comme il doit arriver lorſque l'inclinaiſon de l'orbe de la Comete eſt moindre que l'angle *CTP* qui eſt de 33^d $30'$, il ſuit que ſon nœud étoit placé entre le trentieme dégré du Taureau & le quatrieme des gémeaux, plus près de ce dernier, plus l'inclinaiſon de l'orbe de cette Comete à l'égard de l'écliptique eſt petite.

Dans le dernier exemple où l'inclinaiſon de l'orbe de la Comete de 1707 à l'égard de celui de l'écliptique eſt de 2 dégrés, on trouve que la quantité du mouvement de la terre, depuis le tems du paſſage de la Comete par ſon périgée juſqu'au tems de ſon interſection avec l'écliptique meſurée par *TG*, étoit à la diſtance de la Comete à la terre, dans le tems de ſon interſection avec l'écliptique meſurée par *GB*, comme 127618 ſont à 7576. Menant du point *S*, qui repréſente le Soleil par le point *B*, lieu du nœud de la Comete, la ligne *SBH* qui rencontre la route de la terre au point *H*, l'angle *GHB* ſera droit; & dans le triangle rectangle *GHB*, dont le côté *GB* eſt connu de 7576, auſſi-bien que l'angle *BGH* ou *GTL* de 28 dégrés, qui meſure l'inclinaiſon de la route de la terre *TG* à l'égard de la ligne *LT*, on trouvera le côté *GH* de 6689. On fera donc comme *TG* 127618 eſt à *GH* 6689; ainſi le mouvement de la terre, depuis le tems du paſſage de la Comete par ſon périgée juſqu'au tems de ſon interſection avec l'écliptique, qui eſt de 3 dégrés 40 minutes, eſt à la diſtance du nœud de la Comete qui répond au point *H*,

au point *G*, lieu de la terre, lorſque la Comete a paſſé par l'écliptique, qu'on trouvera de 11′ 30″, & qui étant retranché de 3^d 26′ des Gémeaux, donne le vrai lieu du nœud de cette Comete à 3^d 14′ 30″ des Gémeaux.

On trouvera de la même maniere le vrai lieu du nœud de cette Comete à 3^d 3′ des Gémeaux, lorſque l'inclinaiſon de ſon orbe à l'égard de l'écliptique eſt de 4 dégrés ; d'où l'on voit que l'on peut déterminer le lieu du nœud de cette Comete, du moins avec autant de préciſion que ceux des Planetes, pourvû que l'on ſuppoſe que l'inclinaiſon de ſon orbe à l'égard de celui de l'écliptique, n'excede point celle des autres Planetes.

Pour déterminer le vrai lieu du nœud de cette Comete dans l'obſervation de 1723, où l'inclinaiſon de la ligne *TG*, qui repréſente la route de la terre, à l'égard de la ligne *LT* qui eſt dirigée au lieu où la Comete a paſſé par l'écliptique, eſt de 12 dégrés vers l'Eſt, on conſiderera qu'elle a paſſé par le point *P* de ſon périgée le 14 Octobre à 2 heures du ſoir, la terre étant au point *T*, qui répond à 20^d 35′ du Belier. Cinq jours après, cette Comete eſt parvenue du point *P* au point *B* de ſon interſection avec l'écliptique, & la terre du point *T* au point *G*, qui répond à 25^d 35′ du Belier. Ainſi ſi l'on ſuppoſe que l'inclinaiſon de l'orbe de cette Comete à l'égard de l'écliptique, ſoit moindre que l'angle *CTP* qui eſt de 61^d 16′, le point *B* qui repréſente le lieu de ſon nœud, étant vû du Soleil en *S*, répond à quelque endroit de la ligne *TG* comme en *H*, & ſe trouve entre le 21 & 26me. dégré du Belier, plus ou moins proche du point *G*, ſuivant que l'inclinaiſon de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique eſt plus petite ou plus grande.

Dans le cas où cette inclinaiſon eſt de deux dégrés, on trouve que *TG* étoit à *TC* ou *GB* comme 106589 eſt à 8572. C'eſt pourquoi dans le triangle *GHB* rectangle en *H*, dont le côté *GB* eſt connu de 8572, & l'angle *BGH* ou *GTL* de 12^d 0′, on trouvera le côté *GH* de 8384. On fera donc comme *BC* ou *TG* 106589 eſt à *GH* 8384 ; ainſi le

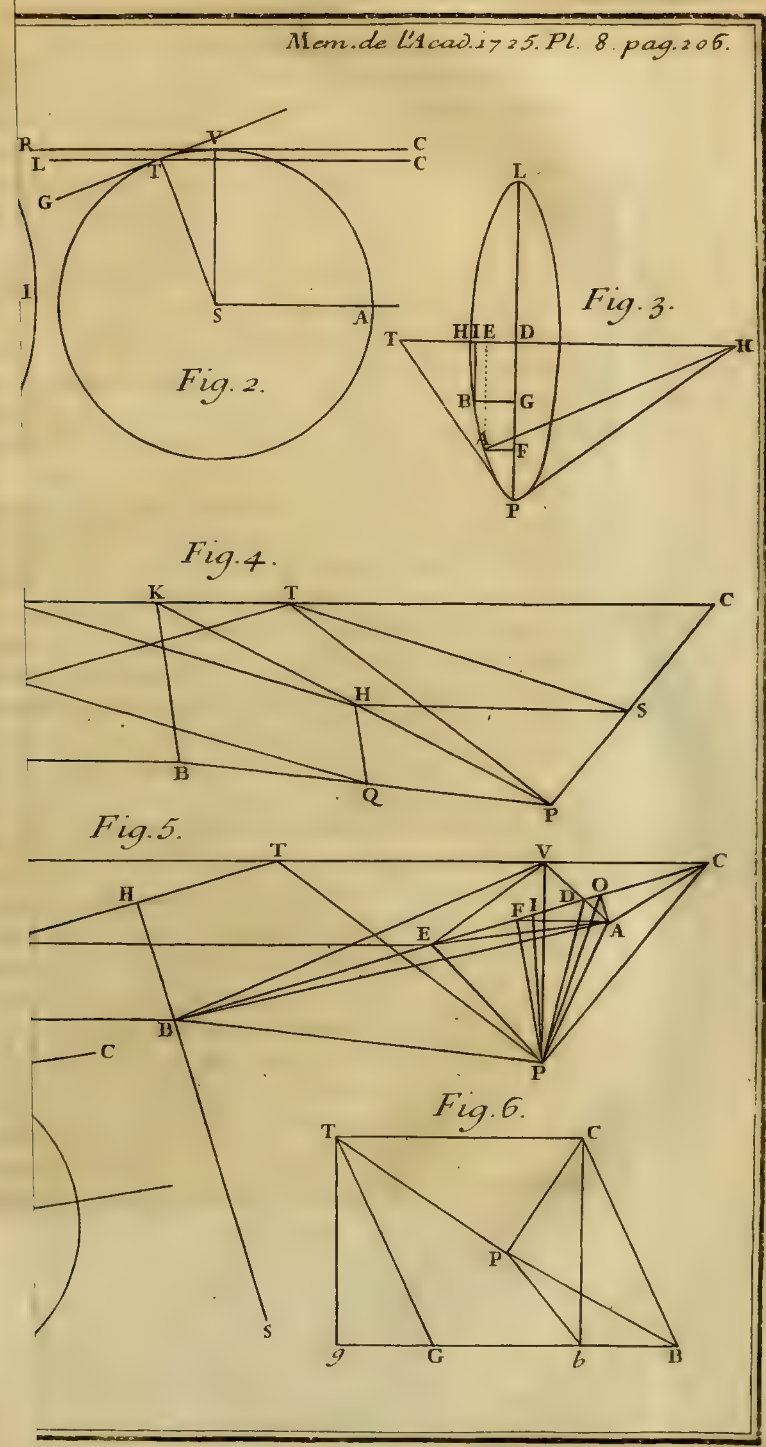
mouvement de la terre meſuré par *TG*, qui eſt de 5 dégrés, eſt à la diſtance *GI* du nœud de la Comete au vrai lieu de la terre, dans le tems que cette Comete a paſſé par l'écliptique qu'on trouvera de 23′ 20″. Les retranchant du lieu de la terre, qui étoit à 25^{d} 35′ du Belier, on aura le vrai lieu du nœud de cette Comete le 19 Octobre 1723 à 2 heures du ſoir, à 25^{d} 11′ 40″ du Belier.

Il a été trouvé le 26 Novembre de l'année 1707 à 3^{d} 14′ 30″ des Gémeaux, ſuppoſant la même inclinaiſon de 2 dégrés ; ainſi le mouvement du nœud de cette Comete ſuppoſée la même, a été dans l'intervalle de 16 années moins un mois & 7 jours, de 38^{d} 3′ ; ce qui excede de beaucoup le mouvement des nœuds des Planetes, à la réſerve de celui de la Lune.

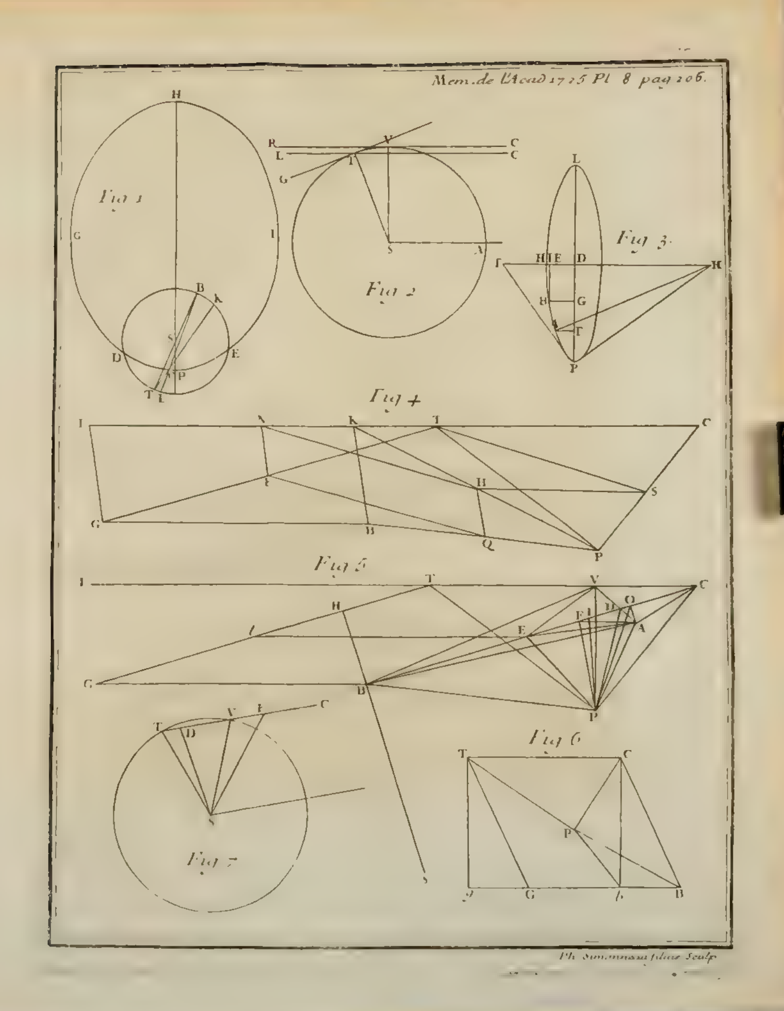
On ne peut pas déterminer avec la même préciſion la ſituation de ſon perihélie, ni la quantité de ſon mouvement. Nous nous contenterons d'avoir fait voir qu'en ſuppoſant que les Cometes de 1707 & 1723 ont un mouvement autour du Soleil, de l'Occident vers l'Orient, & qu'elles ont une inclinaiſon à peu-près ſemblable à celle des autres Planetes, leurs mouvemens, quoique ſi différens en apparence, ſont aſſez uniformes, & que la quantité de ces mouvemens s'accorde aſſez exactement à l'hypotheſe de Kepler, ſuppoſant que la révolution de cette Comete ſoit de 16 années, & que ſon orbe ſe trouve placé entre ceux de Saturne & de Jupiter.

Tout ce que nous venons de conclure des obſervations de ces Cometes, ſuppoſe qu'elles ont fait leurs révolutions autour du Soleil, de l'Occident vers l'Orient; ſuivant la ſuite des ſignes; ce que l'on remarque non-ſeulement dans tous les mouvemens des Planetes autour du Soleil, & des ſatellites autour de leurs Planetes, mais même dans leurs révolutions autour de leur axe, & qui ſemble par conſéquent être une loi conſtante de la nature.

Nous ne prétendons pas cependant aſſûrer que toutes les Cometes que l'on a apperçûes juſqu'à préſent, aient fait leurs révolutions à l'égard du Soleil dans le même ſens : mais alors



Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem. de l'Acad. 1725 Pl. 8 pag. 206.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Ph. Simonneau filius Sculp.

il eſt difficile de ſe perſuader qu'elles aient décrit leurs révolutions autour du Soleil, & il faudra chercher quelque autre centre ou foyer de leur mouvement, qui étant inconnu, rendroit la théorie du retour des Cometes très-difficile, pour ne point dire impoſſible.

REMARQUES SUR L'INSCRIPTION DU CUBE DANS L'OCTAEDRE, ET DE L'OCTAEDRE DANS LE CUBE.

Par M. DE MAIRAN.

UN Auteur de Géométrie élémentaire fort connu, & que je crois d'ailleurs utile, * a donné deux propoſitions fauſſes, en traitant des cinq corps réguliers, & de la maniere de les inſcrire réciproquement les uns dans les autres. L'une regarde l'Octaëdre, dans lequel il s'agit d'inſcrire le cube; l'autre l'Icoſaëdre, où il s'agit d'inſcrire le Dodecaëdre; deux problèmes, qui font, comme on ſçait, le ſujet de la 4me. & de la 5me propoſition du XVme Livre d'*Euclide*. Une perſonne qui montre les Mathématiques, m'ayant fait l'honneur de me conſulter là-deſſus, je fus bien-tôt convaincu que l'Auteur en queſtion, pour s'être voulu écarter d'*Euclide*, s'étoit abſolument écarté de la vérité. Car ſa conſtruction, qui conſiſte à partager les côtés tant de l'Octaëdre que de l'Icoſaëdre par la moitié, à mener par le point de milieu des paralleles à la baſe des triangles, & à prendre ces paralleles pour les côtés du cube, & du Dodecaëdre inſcriptibles, donne dans l'Octaëdre, non un cube, mais un parallelepipede ou priſme quadrilatere, qui a pour auteur la diagonale du quarré de ſa baſe. Et à

22 Dec. 1725.

* Le P. Lamy, *Elem. de Geom. l.* 5. *N°.* 184 & 185, 4me. *Edit.* 1710.

l'égard de l'Icoſaëdre, le corps qu'il y inſcrit n'eſt pas le Dodecaëdre, mais un corps régulier mixte, terminé par 12 pentagones, & par 20 triangles équilatéraux, qui ont tous pour côté, les uns & les autres, la moitié du côté de l'Icoſaëdre.

Cependant en examinant cette ſolution de plus près, je me ſuis apperçû que toute fauſſe qu'elle eſt, elle pouvoit être rectifiée en un ſens, par rapport à l'Octaëdre, & fournir un nouveau cube inſcriptible, beaucoup plus grand que celui d'*Euclide*, & tout autrement poſé dans l'Octaëdre. C'eſt ce que je vais donner dans ce Mémoire, avec quelques remarques ſur l'inſcription réciproque de ces deux poliedres, conçue d'une maniere beaucoup plus générale qu'elle ne l'a été juſqu'ici.

* Fig. 1. Soit *ABCDEF*, un Octaëdre. Si d'un point *L*, ſur le côté *AD*, on mene la ligne *LM* parallele à *AE*, & de même du point *M*, la ligne *MN*, & ainſi de ſuite ſur les deux autres triangles *DCF*, *DFA*, de la pyramide *DAECF*, on aura le quarré *LMNO* dans un plan parallele à celui du quarré de la baſe *AECF*. Et ſi l'on fait la même choſe & à la même diſtance, *AK*=*AL*, ſur la pyramide inférieure *BAECF*, on formera un autre quarré *KGHI* égal au précédent, & de même poſition par rapport à l'octaëdre. Que ſi maintenant on joint les angles de ces deux quarrés par les perpendiculaires *LK*, *MG*, *NH*, *OI*, paralleles entr'elles, & à la diagonale ou diametre du cercle circonſcrit *DB*; il eſt évident qu'on formera le priſme *LKGMNHIO*, inſcrit à l'octaëdre, & qui deviendra un vrai cube, lorſque la hauteur *LK*, ſera égale au côté *LM*, du quarré de la baſe.

Donc pour inſcrire ce cube, il ne s'agit que de trouver ſur un des côtés *AD*, du quarré *ABCD*, un point *L*, duquel ayant mené la ligne *LK*, parallelement à la diagonale *DB*, la partie *LD*, du côté *AD*, ſoit égale à *LK*. Car à cauſe des triangles équilatéraux qui terminent l'Octaëdre, *LM* ſera égale à *DL*.

Fig. 2. Soit le côté *CD* du quarré *ABCD*, prolongé vers *E*, enſorte que *DE* ſoit égale à *DB* diagonale. Si de l'extrémité *E* du prolongement *DE*, on mene une ligne *EB*, au point *B*, elle

elle coupera *AD* au point *M*, qui eſt celui qu'on demande, & tel, qu'ayant fait *MP*, parallele à *DB*, *MP* ſera égale à *DM*.

Car à cauſe des triangles ſemblables *EMD*, *BMA*, & *ADB*, *AMP*, on aura,

$$AB.\ AM :: ED.\ DM.$$
$$AD.\ AM :: DB.\ MP.$$

Mais par conſtr. $AB = AD$, $ED = DB$, & $AM = AM$; donc les quatriemes termes *DM*, *MP* ſont auſſi égaux. C. Q. F. D.

Les triangles ſemblables *EBC*, *BMA*, donnent $EC.\ CB :: BA.\ AM$. Mais $EC = BD + DA$, & $CB = DA = BA$.

D'où l'on voit que ces trois grandeurs $BD + DA$, DA, AM, ſont en progreſſion géometrique, ce qui fournit encore une maniere très-facile d'avoir le point *M*, puiſqu'il ne s'agit pour cela que de trouver une troiſieme proportionnelle continue.

REMARQUES.

I. On ſçait que le cube inſcrit dans l'octaëdre, par *Euclide*, & par ſes commentateurs, du moins par tous ceux qui me ſont connus, appuye ſes angles ſolides *P*, *Q*, *R*, *S*, ſur le milieu des triangles de l'octaëdre, ou, ce qui eſt la même choſe, ſur le centre des cercles circonſcrits à ces triangles, & que pour cela il faut que *LM* égale à *LD*, ſoit les $\frac{2}{3}$ du côté *AD*, &c. Fig. 1.

Il y a aſſûrement quelque choſe de plus régulier, & de plus ſymmétrique dans cette inſcription, que dans celle que je viens de donner. Car les 8 angles ſolides du cube s'y trouvent au centre des 8 triangles de l'octaëdre ; & réciproquement, ſes 6 faces en ſoûtiennent les 6 angles ſolides : de même les 12 côtés ou arêtes de l'un répondent aux 12 côtés ou arêtes de l'autre, & leur ſont perpendiculaires. Au lieu que dans le cube inſcrit, que nous venons de voir, les 8 angles ſolides portent ſur 8 des côtés ou arêtes de l'octaëdre, & 4 de ſes faces ſoûtiennent les 4 autres arêtes, ſes 2 autres faces

LMNO, *KGHI*, faiſant la baſe de deux pyramides oppoſées, *LMNOD*, *KGHIB*, & retranchées des deux pyramides entieres, qui compoſent l'oćtaëdre en ce ſens.

II. Mais ce cube a cet avantage ſur celui d'*Euclide*, qu'il eſt beaucoup plus grand, & même le plus grand, qui ſoit inſcriptible à l'oćtaëdre. Car, comme nous verrons dans la ſuite, il eſt preſque double de celui d'*Euclide*; & il eſt très-aiſé de ſe convaincre, ſans aucun calcul, qu'il eſt le plus grand de tous, puiſque le cube étant toûjours proportionnel, en raiſon triplée, avec la diagonale de ſon quarré, il eſt évident que la diagonale du quarré ou de la baſe du cube inſcriptible quelconque dans l'oćtaëdre, ne pourra jamais être plus grande, que lorſqu'elle ſera poſée parallelement à la diagonale même de l'oćtaëdre, c'eſt-à-dire, ſur un des diametres *AC*, &c. de la ſphere circonſcrite, qui paſſe par le ſommet des deux angles ſolides de l'oćtaëdre : comme on voit que ſeroit ici la diagonale *LN*, parallele à la diagonale *AC*, &c.

Par un ſemblable raiſonnement on prouvera que le cube inſcrit d'*Euclide* eſt le plus petit des cubes inſcriptibles à l'oćtaëdre. Car la diagonale du quarré du cube inſcrit ne ſçauroit jamais être plus courte, que lorſqu'elle ſera parallele au côté de l'oćtaëdre, telle que ſeroit ici *PR*, ou *QS*, par rapport à *EC*, ou à *AE*; ce qui fait une poſition perpendiculaire, & la plus contraire qu'il ſoit poſſible à la précédente.

III. Si l'on veut mettre au nombre des cubes inſcrits régulierement dans l'oćtaëdre, comme je crois qu'on le doit, ceux dont les angles ſolides ne porteroient ni ſur le centre des triangles, ni ſur les côtés ou arêtes de l'oćtaëdre, mais ſur un point quelconque de la ſurface des triangles, on trouvera qu'il y en peut avoir une infinité tous différens. Car on peut toûjours imaginer que la diagonale *LN* s'éloigne plus ou moins du parallèliſme avec la diagonale ou diametre *AC*, juſqu'à ce que ſon obliquité ſoit nulle, qu'elle lui ſoit perpendiculaire, & qu'elle ſe ſoit changée en *PR*, en ſuppoſant *P* au centre du triangle, & $AL = \frac{1}{3} AD$, comme il a été remarqué

par rapport au cube inscriptible d'*Euclide*. De sorte que si l'on imagine cette suite de cubes croissans ou décroissans, par une espece de mouvement autour du centre de l'octaëdre, & de l'axe commun BD; l'angle solide L, du cube, en quittant le point L, & en s'approchant de P, s'approchera en même tems de la base AE. Car à mesure que le cube diminue, ou son côté PQ, le côté égal LK doit diminuer aussi, & le point L descendre en λ par exemple, lorsque AL devient $A\lambda = \frac{1}{3} AD$, & que PM est égale à MQ, qui est le cas du cube inscrit d'*Euclide*, le moindre de tous les cubes inscriptibles à l'octaëdre.

IV. Si l'on prend garde à la nature des deux mouvemens, par le moyen desquels l'angle solide du cube changeant vient de L en π, par exemple, milieu de la ligne $\lambda\mu$, dans le cas de AL ou $A\lambda = \frac{1}{3} AD$. On trouvera que le mouvement vers P étant supposé uniforme, le mouvement vers $\lambda\mu$ est retardé, & par conséquent que l'angle solide du cube est toûjours dans une courbe $L\pi$, concave vers LM, & convexe vers $\lambda\mu$. Car 1°. les LP croissant arithmétiquement & uniformément, les PQ ne décroîtront qu'en raison des racines quarrées des sommes $\overline{PM}^2 + \overline{MQ}^2$; jusqu'à ce qu'enfin LP devenant $= \frac{1}{2} LM = \frac{1}{2} MN$, à mesure que LM s'approche de AE, PQ soit $= \sqrt{2PM}$. 2° Le décroissement de PQ, à mesure qu'elle devient moins oblique à LM, est encore retardé par l'augmentation du quarré $LMNO$, dans lequel elle est inscrite; puisque l'angle solide du cube variable ne sçauroit aller vers π, que le point L n'aille vers λ, & que la ligne LM, côté du quarré circonscrit, ne devienne plus grande de tout l'abaissement de L vers λ, le triangle équilatéral donnant toûjours $DL = LM$. 3°. Il est évident que ce retardement de diminution, ou plûtôt l'augmentation qui arrive à la ligne PQ, par cette circonstance, ne compense pas la diminution qu'elle a en raison sousdoublée des sommes $\overline{PM}^2 + \overline{MQ}^2$: d'où il suit qu'elle diminue

toûjours réellement; puisque le point L ne sçauroit s'approcher du point A, sans que LK, parallele à la diagonale DB, & toûjours égale à PQ côté du cube inscrit, ne diminue.

V. Mais il est aisé de se convaincre par le calcul, que le chemin $L\pi$, de l'angle solide du cube, se fait sur une courbe, & même de déterminer la nature de cette courbe. Car soit $AD = a$, AL ou $A\lambda = x$, LP ou $\lambda\pi = y$; DL ou $D\lambda = LM$ ou $\lambda\mu$ sera $= a - x$, $PM = a - x - y$, & $MQ = y$, parce que MQ est toûjours $= LP = NR = OS$.

Cela posé, on a $\overline{PQ}^2 = \overline{PM}^2 + \overline{LP}^2$, ou en termes algebriques, $aa - 2ax - 2ay + xx + 2xy + 2yy$. Mais par la nature du problème, $PQ = LK = \sqrt{2xx}$, à cause de l'angle droit LAK; donc on aura $aa - 2ax - 2ay + xx + 2xy + 2yy = 2xx$, & après avoir réduit,

$$yy + xy - \tfrac{1}{2}xx - ay - ax + \tfrac{1}{2}aa = 0.$$

Qui est une équation à l'hyperbole rapportée à ses diametres, laquelle étant construite, déterminera par ses coordonnées le point L ou λ, & le point P ou π, & même le côté PQ, du cube inscriptible, l'une de ces trois lignes DL, LP, ou PQ, étant données. Car à l'égard de cette derniere, on pourra toûjours la connoître par le moyen de LP, ou réciproquement, PQ étant connue, on en tirera LP; puisqu'il ne s'agit pour cela que de sçavoir inscrire une ligne donnée comme côté d'un quarré, dans un quarré. Ce qui est un problème du second degré, très-facile, & que je néglige de mettre ici. De sorte que l'arc $L\pi$, de l'hyperbole trouvée, satisfait à tous les cubes inscriptibles dans l'octaëdre, d'une position demandée quelconque, ou d'un côté donné entre les limites marquées, *Sup. Rem.* 2.

VI. Si dans l'équation précédente on fait $y = 0$, ou $y = a - x$, qui est le cas du plus grand cube inscriptible, & dont la construction a été trouvée sur la Fig. 2. elle deviendra $xx + 2ax - aa = 0$, qui fournit $AL\,(x) = -a + \sqrt{2aa}$. D'où il est clair que AL est égale à la

différence du diametre de la Sphere circonſcrite à l'octaëdre & de ſon côté. Ainſi l'on peut avoir une ſeconde conſtruction encore plus ſimple que la premiere. Car il n'y a qu'à prendre ſur $BD = \sqrt{2aa}$, (*Fig.* 2) $DI = BD - CB$ ($\sqrt{2aa} - a$).

L'on trouvera directement que cette valeur eſt celle qu'on cherche pour déterminer le point M, ſi ayant fait $DA = a$, on fait AM ou $AP = x$, & $PM = y$. Car les conditions du problème donnent $DM (a - x)$ $PM = (y)$ & le triangle iſoſcele rectangle AMP, $y = \sqrt{2xx}$, laquelle étant miſe dans la premiere équation, $a - x = y$, la fait devenir, comme ci-deſſus, $xx + 2ax - aa = 0$.

Mais ſi au lieu de prendre cette route, on dit $BD (\sqrt{2aa})$. $DA (a) :: MP = DM (a - x)$. $AM (x)$ on trouvera l'équation linéaire $x\sqrt{2aa} + ax - aa = 0$, & l'on aura pour AL, $x = \frac{aa}{a + \sqrt{2aa}}$.

C'eſt de cette valeur de x, que réſulte la premiere conſtruction ci-deſſus, pag. 208.

Ce qui fait voir qu'il pourroit être utile quelquefois de chercher les racines de l'équation d'un problème, avant que de l'avoir abaiſſé à ſon plus bas degré, & qu'il y a tel cas où l'équation qui le déguiſe, donne la même valeur ſous une expreſſion plus ſimple, & qui fournit une conſtruction plus aiſée, que ne fait ſa véritable équation.

Comme la ſubſtitution de $y = \left\{ \begin{matrix} 0. \\ a - x \end{matrix} \right\}$ dans l'équation à l'hyperbole, donne $x = -a + \sqrt{2aa}$, qui eſt le cas du plus grand cube, de même celle de $y = \frac{a - x}{2}$ donnera $x = \frac{1}{3}a$, qui eſt le cas du plus petit.

VII. Les LP (*Fig.* 1.) ou $\lambda\pi$ (y) ne pouvant augmenter juſqu'à $\frac{1}{2}LM$, que les AL, ou $A\lambda$ (x) ne diminuent, & au contraire; & les AL ou $A\lambda$, par leur rapport conſtant avec les LK ou $\lambda\kappa$, hauteur on côté du cube inſcrit, étant d'autant plus grands en raiſon ſouſtriplée, que les cubes le ſeront davantage, il eſt évident, que $LP (y) = 0$ donne le plus grand

AL (x), & par conſéquent le plus grand cube inſcriptible *LKGHIONM*, avec ſa poſition dans l'octaëdre.

Par la même raiſon *LP* ou $\lambda\pi$ (y) $= \frac{1}{2}$ *LM* $= \frac{1}{2}$ *DL* $= \frac{a-x}{2}$ donne le plus petit *AL* ou *A*λ (x), & le plus petit cube inſcriptible, avec ſa poſition. Car il eſt clair qu'après que *LP* a paſſé au-de-là du point de milieu de *LM* ou $\lambda\mu$, elle doit diminuer, ou produire le même effet par rapport au cube inſcriptible, que ſi elle diminuoit. Car *LP* croiſſante au de-là de $\frac{1}{2}$ *LM*, ou $\frac{1}{2}$ $\lambda\mu$, eſt la même choſe que *LP* priſe de *M* vers *L*, & décroiſſante. La ligne *PQ*, côté du cube à inſcrire, ſe confond également dans l'un & dans l'autre cas (ſçavoir de *LP* = o, & de *LP* = *LM*) avec le côté du quarré circonſcrit *LMNO*; & comme nous l'avons remarqué, les deux ſuppoſitions $y = 0$ & $y = a - x$ donnent la même valeur pour x.

VIII. On voit par-la que l'hyperbole *L*π, a ſon ſommet en π, centre du cercle circonſcrit au triangle *AED*, & une autre branche π*M*, toute ſemblable, & égale à *L*π, & que ſon axe π*D*, doit paſſer par le milieu *P*, de *LM*. Ainſi la raiſon des dy aux dx devient $= \infty$ en π, & retourne enſuite au fini par les mêmes degrés. D'où il eſt clair qu'on auroit pû ſe ſervir ici de la méthode *de Maximis & Minimis*, par le moyen de cette courbe, pour déterminer la valeur de x, dans le plus petit cube inſcriptible, & ſa poſition. Car ayant multiplié l'équation à l'hyperbole, $yy + xy$, &c. par *LK*, ayant différentié le produit, & fait $\frac{dy}{dx} = 0$, on auroit eu, comme ci-deſſus, $y = \frac{a-x}{2}$, & $x = \frac{1}{3} a$. Mais nous l'avons trouvé d'une maniere plus ſimple, & plus directe; ſans compter qu'il auroit fallu prendre une autre route pour avoir la valeur de x à l'égard du plus grand cube, & ſa poſition; la methode ne donnant dans l'équation précédente qu'un faux *Maximum*: ſçavoir, $y = a + x$, dont la ſubſtitution rend $x = -\frac{1}{3} a \underline{+} \sqrt{-\frac{2}{9} aa}$,

qui est une valeur imaginaire. Et cela doit être ainsi en effet, puisque $LM = y = a - x$, qu'il falloit trouver, n'est pas un *plus grand*, par rapport à la courbe.

IX. Il est encore évident, & par les raisons que nous en avons apporté pour le plus grand cube, que le plus grand de tous les parallélepipedes ou prismes quadrilateres inscriptibles à l'octaëdre, y doit être posé de la même maniere que le plus grand cube. Mais pour voir si le plus grand cube est, ou n'est pas ce prisme, & pour le trouver; soit, comme cidessus, $AD = a$; AL, qui détermine le côté LM, de la base, $= x$. On aura $\overline{LM}^2$ ou $\overline{LD}^2 \times LK$, c'est-à-dire, $\overline{a - x}^2$ multiplié par $\sqrt{2xx}$, ou par $\frac{x}{a}\sqrt{2aa} = bx$ (faisant $b = \frac{\sqrt{2aa}}{a}$) pour l'expression du prisme; de sorte que ce produit $aabx - 2abxx + bx^3$, doit être un *Maximum*. Si l'on égale donc cette quantité à une autre inconnue, on en formera l'équation d'une courbe, dont la plus grande appliquée sur l'axe AD, répondra au point L qu'on cherche, & dont la différence étant supposée $= 0$, donnera $xx - \frac{4}{3}ax + \frac{1}{3}aa = 0$; d'où l'on tire les racines $x = \frac{2}{3}a \pm \sqrt{\frac{4}{9}aa - \frac{1}{3}aa}$, ou $x = \frac{2}{3}a \pm \frac{1}{3}a$; c'est-à-dire, $x = \frac{1}{3}a$ pour le *Maximum*, & $= a$ pour le *Minimum*, que la méthode donne par surabondance. Car $x = 0$, ou $x = \frac{a}{\infty}$ qu'on auroit pû prendre pour ce *Minimum*, ne l'est pas véritablement, puisqu'il en résulte un prisme, qui doit être regardé comme le quarré $AECF$, plus grand que celui qui résulte de $x = a$, lequel se confond avec la ligne DB.

X. Le plus grand prisme quadrilatere inscriptible à l'octaëdre doit donc avoir pour côté du quarré de sa base une ligne LM, ou $\lambda\mu = \lambda D = \frac{2}{3}AD$, qui passe par le centre ϖ, du cercle circonscrit au triangle AED; & parce que la même analogie subsiste toûjours pour toutes les positions de prismes quadrilateres dans l'octaëdre, & que la valeur des x sera toûjours la même, il suit,

1°. Que la droite $\lambda\mu$, qui passe par le $\frac{1}{3}$ de *AD*, & par le centre π, parallelement à *AE*, est le lieu de l'angle solide de tous les plus grands prismes quadrilateres inscriptibles à l'octaëdre, dans toutes les positions possibles correspondantes aux cubes, dont la courbe $L\pi M$ est le lieu, & qu'ils ont tous une hauteur constante sur différentes bases.

2°. Que comme l'angle solide du cube inscrit d'*Euclide* se trouve sur le centre , ce cube est en même tems le plus petit cube inscriptible à l'octaëdre, & le plus grand de tous les prismes inscriptibles, de même position que lui.

3°. Que le plus grand prisme quadrilatere inscriptible à l'octaëdre, se trouve par-là circonscrit au plus petit cube, dont il a la diagonale pour côté de sa base, & le côté pour hauteur: & que par conséquent leurs solidités sont comme 2 & 1, ou, si l'on veut l'exprimer par rapport au côté de l'octaëdre, dont la puissance est quadruple sesquialtere de celle du côté du cube, comme $\frac{4}{9}\sqrt{\frac{2}{9}}$, & $\frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{9}}$. D'où il suit encore que ce prisme est à la solidité de l'octaëdre, en raison de 4 à 9. Car comme l'a démontré un ancien Auteur, qui a fait des additions aux livres d'*Euclide*, la solidité de l'octaëdre, & celle du cube inscrit d'*Euclide*, sont en même raison que les quarrés de leurs côtés, c'est-à-dire :: 9. 2. Or le prisme est double de ce cube, donc il est à l'octaëdre :: 4. 9. De sorte que le plus grand cube inscriptible qui est moindre que ce prisme, se trouve par là moins que double du cube d'*Euclide*, qui est le plus petit. Du reste leur rapport est inrationel, & si l'on suppose le côté de l'octaëdre $=$ 300, leurs solidités seront à peu près, comme 5451776, & 2820000.

XI. Ce qui vient d'être remarqué sur les cubes, & sur les prismes quadrilateres inscriptibles dans l'octaëdre est réciproque à plusieurs égards, pour l'octaëdre, ou pour les doubles pyramides inscriptibles dans le cube. (J'appelle double pyramide l'octaëdre qui cesse d'être terminé par des triangles équilateraux.)

Pour le concevoir, imaginons l'octaëdre (*Fig.* 1.) inscrit dans

dans un cube, de maniere que les 6 angles ſolides *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, ſoient appuyés ſur le centre des 6 faces du cube, comme on le trouve au XV.me Liv. d'*Euclide*, prop. 3. Il eſt clair que les trois diagonales *BD*, *AC*, *EF*, qui repréſentent trois diametres de la ſphere circonſcrite, & qui ſont perpendiculaires entr'eux, ſeront paralleles aux côtés du cube circonſcrit à l'Octaëdre, qui l'eſt auſſi à la ſphere, & joindront les centres de ſes 6 faces ou quarrés. Cela poſé, le cube, & le diametre *BD* demeurant fixes, ſi l'on fait tourner l'Octaëdre ſur ce diametre, comme axe, il eſt évident que les extrémités des deux autres diametres *AC*, *EF*, quitteront la ſurface intérieure du cube, & que l'Octaëdre ceſſera de lui être inſcrit comme auparavant, n'y ayant plus que les deux ſommets *B*, *D*, qui le touchent. Mais ſi l'on imagine, comme on a fait ci-deſſus (*Rem.* 3.) à l'égard du Cube inſcriptible, que pendant cette révolution les angles *A*, *E*, *C*, *F*, continuent de toucher la ſurface intérieure du Cube, par l'accroiſſement continuel de l'Octaëdre en ce ſens, l'Octaëdre ceſſera dès-lors d'être régulier, & deviendra une double pyramide terminée par 8 triangles iſoſceles non équilatéraux, puiſque la hauteur *BD*, demeurant la même, ſes dimenſions croiſſent de *A* vers *C*, & de *E* vers *F*, avec la baſe *AECF*, commune aux deux pyramides.

XII. D'où il ſuit 1°. que dans un cube donné, on peut inſcrire une infinité de doubles pyramides autour d'un axe parallele à 4 côtés de ce cube, & perpendiculaires aux 8 autres, ou aux deux faces oppoſées qu'ils terminent.

2°. Qu'entre ces doubles pyramides, la plus grande eſt celle dont la baſe commune *AECF*, ſe trouve égale à la baſe du cube, & confondue avec une de ſes ſections paralleles; deſorte que ſa poſition eſt la même dans le cube que celle du plus grand cube inſcriptible dans l'Octaëdre, (*Rem.* 2. *&* 7.) & par les mêmes raiſons.

3°. Que la plus petite a de même une poſition ſemblable à celle du plus petit cube inſcriptible à l'Octaëdre. D'où l'on voit que c'eſt l'Octaëdre même, qui a le ſommet de ſes 6

angles ſolides au centre des 6 faces du cube, & que par conſéquent il n'y a qu'un ſeul Octaëdre inſcriptible dans le cube ſur un axe donné *B D*.

XIII. Si au lieu d'imaginer le cube conſtant, & la double pyramide variable, on imagine un parallelepipede ou priſme quadrilatere variable, ſucceſſivement circonſcrit au même Octaëdre dans toutes les poſitions poſſibles, en tournant ſeulement autour de l'axe commun *BD*, qui ſeroit toûjours ſa hauteur; on aura le plus grand & le plus petit de ces priſmes dans les poſitions réciproquement contraires à celles de la plus grande & de la plus petite double pyramide inſcrite dans le même cube. Et ſi tandis que cet Octaëdre demeure conſtant, & que les priſmes circonſcrits ſont variables, on fait encore attention aux priſmes inſcrits dans le même Octaëdre, (*Rem.* 10.) & toûjours les plus grands, chacun dans ſa poſition. On aura au dedans & au dehors de l'Octaëdre deux ſuites infinies de priſmes, croiſſantes ou décroiſſantes en ordre renverſé, tant par rapport à leur ſolidité qu'à leurs dimenſions correſpondantes dans les poſitions ſemblables; c'eſt-à-dire, qu'à meſure que le priſme inſcrit diminuera, le circonſcrit croîtra, & au contraire; & que tandis que le quarré de la baſe de l'un croîtra, le quarré de la baſe de l'autre décroîtra, la hauteur de chacun demeurant toûjours la même. De ſorte que l'un ſera plus allongé à meſure que l'autre deviendra plus applati.

XIV. Enfin ſi l'on veut avoir une ſuite infinie d'Octaëdres inſcriptibles dans un cube donné, depuis le plus petit (*Rem.* 12.) juſqu'à un plus grand, il ne faut qu'ôter la condition de l'immobilité du diametre ou axe *BD*, par rapport au cube, (*Rem.* 11.) & imaginer que cet axe ſe meut ſur le centre *T*, & s'incline aux côtés du cube & à ſes baſes, auxquelles il étoit auparavant perpendiculaire, en croiſſant & en touchant toûjours par ſes extrémités les mêmes faces en des points différents. Et ſi l'on ſuppoſe en même tems un mouvement autour de cet axe, & un accroiſſement égaux & ſemblables dans les deux autres diametres *A C*, *E F*, par rapport aux faces qui leur répondent, & que leurs extrémités ainſi prolongées ſoient

jointes par des lignes AD, ED, DF, &c, il en résultera toûjours un véritable Octaëdre inscrit dans le cube ; le mouvement du sommet de ses angles solides sur les faces du cube y produira une Courbe, & l'on en pourra faire le sujet d'une recherche semblable & tout-à-fait analogue à celle que nous avons donnée sur l'inscription du cube dans l'Octaëdre.

XV. Je ne prétends pas pousser plus loin ce détail, & je me contenterai de rapporter ici une propriété de l'Octaëdre, qui est fondamentale sur cette matiere, & qui m'a paru digne de remarque. C'est que la distance de deux de ses faces quelconques, ou sa hauteur lorsqu'il est posé sur une de ses faces, est à sa diagonale BD, comme le côté de tout cube est à la diagonale qui joint deux de ses angles solides opposés.

Pour le prouver, soit le côté AD, du triangle équilatéral AED, $= 2$ ou $\sqrt{4}$. On trouvera par les Elémens de Géométrie, que la perpendiculaire DX, menée du sommet D, sur le milieu X de la base AE, doit être alors $= \sqrt{3}$, & $BD = \sqrt{2\,\overline{AD}^2} = \sqrt{8}$. Et parce que BD, & les perpendiculaires DX, BX, qui sont menées à la base commune AE, sont dans un même plan, elles formeront un triangle isoscele DBX (*Fig.* 3.) dont l'angle obtus BXD, est celui que font entre elles les deux surfaces de l'Octaëdre, desorte que si l'on mene DZ parallele à BX, & BZ parallele à DX, on representera l'Octaëdre entier $BXDZB$, tel qu'il est vû en ce sens. Fig. 3.

Cela posé, soit prolongée BX vers R, & abbaissé la perpendiculaire DR, qui est la hauteur de l'Octaëdre, lorsqu'il pose sur une de ses faces BX. Il faut prouver que DR est à DB, comme le côté du cube est à la diagonale qui joint deux de ses angles solides opposés, ou, parce qu'on sçait que le quarré du côté du cube est à celui de cette diagonale, comme 1 est à 3, il faut faire voir que $\overline{DR}^2 . \overline{BD}^2 :: 1 . 3$. C'est-à-dire $\overline{DR}^2 = \frac{\overline{BD}^2}{3}$.

On a par construction $\overline{BD}^2 = \overline{BR}^2 (= \overline{BX}^2 + \overline{2\,BX \times RX}$

$+\overline{RX}^2) + \overline{DR}^2 (= \overline{DX}^2 - \overline{RX}^2) = \overline{2BX}^2 + \overline{2BX} \times \overline{RX}$.

D'où l'on tire $RX = \frac{\overline{BD}^2 - 2\overline{BX}^2}{2BX} = \frac{8 - 2 \times 3}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$;

& par conséquent $\overline{DR}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{BX + RX}^2 = 8 - \overline{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}^2 = 8 - 3 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} = 8 - 5 - \frac{1}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = \frac{\overline{BD}^2}{3}$, *Qui eſt ce qu'il falloit prouver.*

NOUVELLES OBSERVATIONS

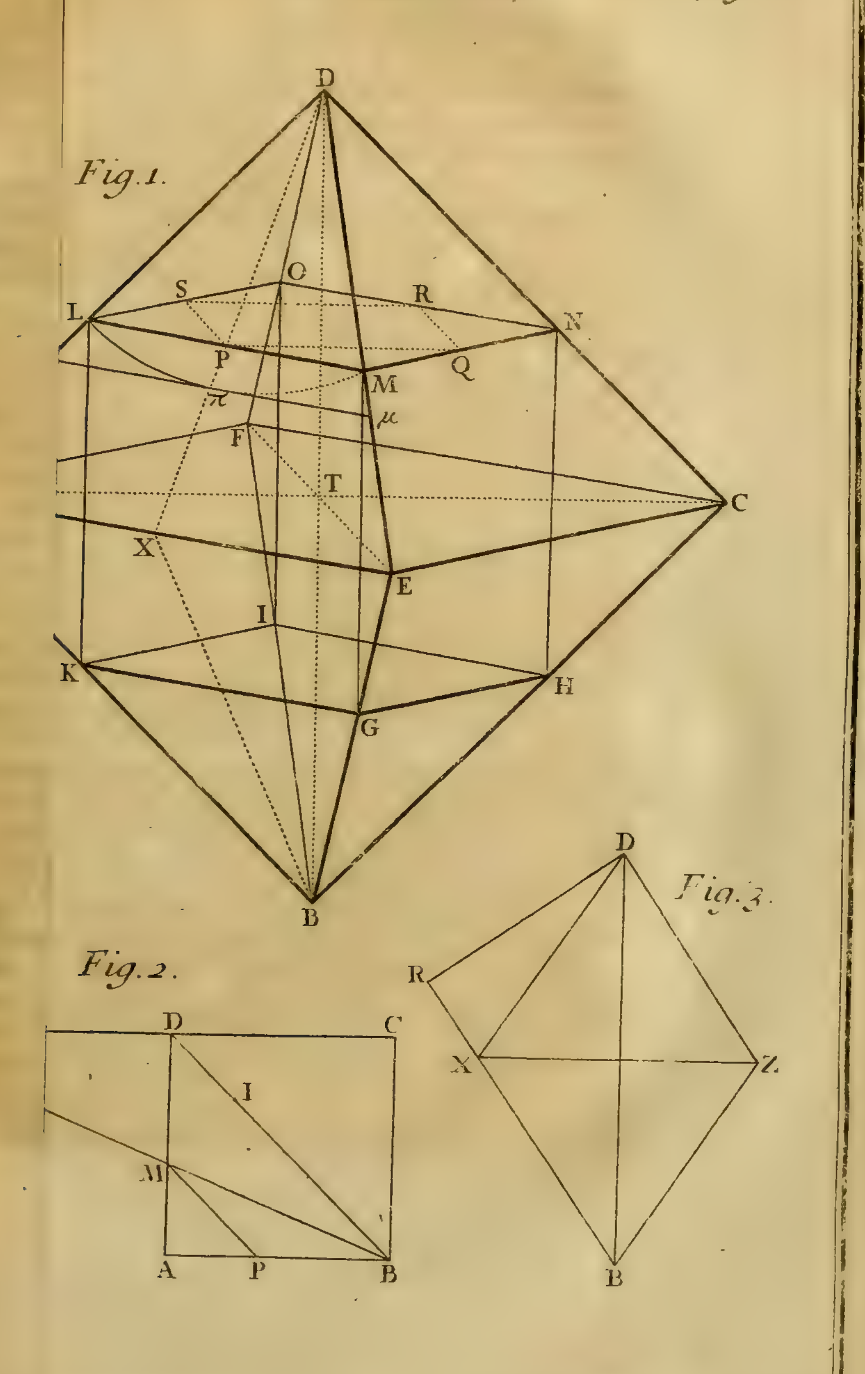
SUR LA PRE'PARATION DU BLEU DE PRUSSE.

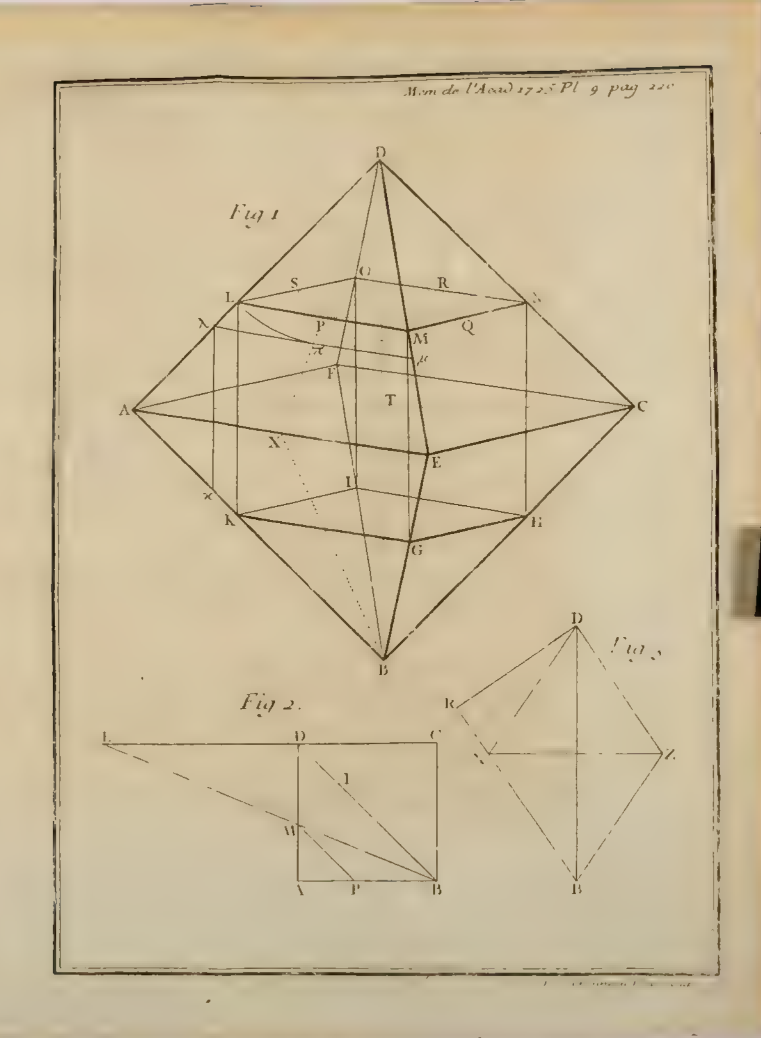
Par M. GEOFFROY l'Aîné.

25. Mai 1726.

UN Chymiſte Phyſicien ne doit pas travailler comme un ſimple Artiſte, qui ſe contente de réuſſir dans l'opération qu'il ſe propoſe de faire, & qui borne à ce ſimple ſuccès tous ſes ſoins, ſans s'embarraſſer pourquoi ni comment il a réuſſi.

Le Phyſicien au contraire, après s'être aſſûré du ſuccès de l'opération, doit en obſerver les différentes circonſtances, s'appliquer à découvrir la cauſe des différens phénomenes qui s'y paſſent, approfondir la nature des matieres qu'il employe, chercher la maniere dont ces ſubſtances agiſſent les unes ſur les autres, & les changemens qui leur arrivent; il doit encore conſidérer les rapports de cette opération avec d'autres, tant celles dont les cauſes ſont déja connues, que celles dont la théorie eſt encore cachée, ſoit pour tirer des lumieres des opérations dont les cauſes ſont connues pour lui aider à découvrir ce qui ſe paſſe dans la ſienne, ſoit pour répandre ſur les autres les lumieres que ſon opération lui fournit.


Fig. 1.
D
O
S
R
L
N
P
Q
M
π
μ
F
T
C
X
E
I
K
H
G
B
Fig. 2.
D
C
I
M
A
P
B
Fig. 3.
D
R
X
Z
B


Fig 1
D
O
S
R
L
N
P
Q
M
λ
π
μ
F
T
A
C
X
E
I
κ
K
H
G
B
Fig 2.
L
D
C
I
H
A
P
B
Fig 3
D
R
Z
B

C'eſt par ce moyen que la Chymie peut beaucoup enrichir la Phyſique de nouvelles découvertes, qu'elle peut dévoiler les opérations cachées de la Nature, & qu'éclairée des lumiéres de la Phyſique, elle peut devenir elle-même une ſcience très-utile & très-ſatisfaiſante.

J'ai tâché de remplir ces vûes dans l'examen que j'ai fait de la préparation du Bleu de Pruſſe, publiée dans les Tranſactions philoſophiques de la Société Royale de Londres.

J'ai donné dans mon premier Mémoire ſur cette matiere quelques-unes des expériences les plus conſidérables que j'avois faites ſur la préparation de ce Bleu, & j'ai tâché de découvrir & d'expliquer d'une maniere aſſez vraiſſemblable les cauſes des différens phénomenes de cette opération. Voici de nouveaux éclairciſſemens que de nouvelles expériences m'ont fournis. Et en même tems je propoſe un moyen de préparer promptement le Savon tartareux de Starkey, auquel m'ont conduit mes réflexions ſur ces expériences, au lieu que ce Chymiſte demandoit pour cette opération ſix mois de tems, & beaucoup de ſujétion. Mes expériences m'ont auſſi fourni des éclairciſſemens ſur un phénomene ſingulier qui étoit arrivé à M. Henckel, en travaillant ſur le Kali & ſur la Soude, & ſur lequel il prie les Sçavans de l'aider de leurs lumieres.

Les expériences que j'avois faites ſur un grand nombre de différentes ſubſtances tirées des plantes, pour eſſayer d'en préparer le Bleu de Pruſſe ſuivant le procédé des Tranſactions philoſophiques, ne m'ayant point réuſſi; ayant même reconnu que parmi ces plantes il n'y avoit que celles dont les principes étoient à peu-près ſemblables à ceux qui ſe trouvent dans les animaux qui donnaſſent le Bleu, je crus pouvoir en conclure avec quelque vraiſſemblance que ce Bleu ne pouvoit ſe développer dans le fer qu'à l'aide d'une huile animale, ou d'une eſpece de ſavon préparé avec cette huile. Cependant comme dans les effets de la Nature le vraiſſemblable n'eſt pas toûjours le vrai, je ne fus point content que je ne viſſe cette opinion confirmée par de nouvelles expériences.

Pour m'aſſûrer donc ſi les huiles animales avoient cette

propriété, je crus devoir essayer de faire du bleu avec quelques-unes de ces huiles. Je choisis pour cela l'huile distillée de corne de Cerf, que j'avois alors en assez grande quantité sous la main, & je la pris d'autant plus volontiers, que la corne de Cerf, substituée au sang de Bœuf dans le procédé Anglois, m'avoit donné une très-belle fécule bleue.

Je pris quatre onces de sel alkali bien sec, que j'imbibai peu-à-peu de deux onces d'huile de corne de Cerf qui firent une pâte. Ayant mis cette pâte dans le creuset pour rougir les matieres, ce mêlange s'est allumé fort vîte, & a brûlé promptement, ensorte qu'il m'a paru que le sel retenoit peu de cette huile. Ayant procédé avec la lessive de ce sel & les dissolutions d'Alun & de Vitriol à la maniere ordinaire, la fécule qui s'est précipitée a paru un peu bleuâtre. En laissant cette fécule s'égoutter sur un filtre, elle est devenue jaunâtre; l'esprit de sel versé dessus l'a rendue légerement verdâtre. Cette couleur verte s'est perdue en la lavant, & la fécule séche est restée blancheâtre.

Il paroît qu'il y a eu dans cette expérience un commencement de développement de la couleur bleue, puisque la fécule a paru bleuâtre après la précipitation, & verdâtre après le mêlange de l'Esprit de sel. Mais le principe du développement du bleu s'est trouvé trop foible dans cette occasion, pour développer totalement cette couleur & pour la soûtenir.

Je crus d'abord que l'huile de corne de Cerf n'avoit pas été assez concentrée ou unie assez intimement avec le sel alkali. Pour les unir plus étroitement je pensai à faire avec cette huile & avec le sel alkali le savon tartareux de Starkey selon la méthode de cet Auteur. Mais comme cette préparation demande plusieurs mois & bien du soin & de la sujétion, je fis réflexion que dans la préparation Angloise du bleu, ce savon se préparoit presque dans l'instant. Je cherchai donc à imiter ce qui se faisoit dans cette opération, ou pendant qu'une très-grande quantité de l'huile du sang est enlevée par le feu, une portion se concentre dans le sel calciné & s'unit à lui très-étroitement.

Je pris donc quatre onces de ſel alkali que je fis chauffer dans un creuſet juſqu'à devenir preſque rouge; en le retirant du creuſet je le jettai dans un mortier bien chaud, où je le réduiſis en poudre très-ſubtile. Pendant qu'il étoit encore très-chaud, je l'imbibai peu à peu dans ce même mortier, d'autant d'huile de corne de Cerf qu'il en put prendre; il parut que l'huile pénétroit le ſel, s'y uniſſoit intimement, & formoit avec lui une pâte ferme. Je continuai d'y mettre de l'huile juſqu'à ce que cela fit une pâte épaiſſe & de conſiſtance aſſez ferme approchant du ſavon, il n'y entra que quatre gros & demi d'huile pour donner au ſel cette conſiſtence; j'ai laiſſé ce ſavon à l'air pour voir s'il s'y réſoudroit, & ſi l'huile ne ſe ſépareroit point du ſel, après avoir été long-tems expoſé à l'air humide il s'humecta médiocrement, mais l'huile ne ſe ſépara point du tout du ſel. Le ſuccès de cette opération me donna la curioſité d'eſſayer ſi je ne réuſſirois pas de même en préparant de cette même façon le ſavon tartareux de Starkey avec le ſel de Tartre & l'huile de Terebentine.

Je pris donc pour cela dix onces de ſel de Tartre bien calciné & réduit chaudement en une poudre très-fine, l'ayant bien fait chauffer de nouveau, je l'imbibai peu à peu avec ſuffiſante quantité d'huile de Terebentine, juſqu'à ce qu'ils fiſſent enſemble une pâte ſavoneuſe aſſez ferme, ce qui monta à la quantité de huit onces & demie d'huile; ſi on n'employe pas ce ſavon dans le moment, on peut y ajoûter beaucoup plus d'huile pour lui donner une conſiſtence un peu molle, parce qu'avec le tems il ſe deſſéche & ſe durcit beaucoup. Ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner les propriétés de ces ſavons tartareux, on les trouvera déduites fort au long dans les ouvrages de Starkey. Revenons à la préparation du bleu.

Etant parvenu à faire ce ſavon tartareux, je ne me trouvai guere plus avancé pour la confection du bleu avec ces huiles animales; je fis pluſieurs tentatives, principalement avec le ſavon de l'huile de corne de Cerf, mais je n'obtins dans mes eſſais que quelque légere teinture bleuâtre qui ſe perdoit preſque auſſi-tôt, de ſorte que je jugeai que l'huile animale

contenue dans ce ſavon, ne me ſuffiſoit pas pour donner le bleu ; j'éprouvai donc en cette occaſion ce qui arrive ſouvent aux Chymiſtes qui font des expériences, qui eſt de trouver ce qu'on ne cherchoit pas, pendant qu'on ne réuſſit pas dans ce qu'on cherche.

Cependant comme la corne de Cerf calcinée avec le ſel alkali m'avoit donné du bleu, voyant qu'il ne manquoit à l'huile que j'employois que la partie groſſiere ou le charbon de la corne de Cerf qui étoit reſté dans la cornue après la diſtillation de cette huile, je pris le parti de rejoindre à l'huile le charbon qui en avoit été ſéparé.

J'ai donc repris ce charbon ou *caput mortuum* de la diſtillation de la corne de Cerf que j'ai joint au ſavon tartareux, & travaillant ce mêlange ſuivant le procédé Anglois, j'ai obtenu de très-beau bleu, & en aſſez grande quantité.

Je voulus voir ſi c'étoit l'effet du charbon animal, & ſi tout autre charbon ne produiroit pas le même effet. Je joignis le ſavon de l'huile de corne de Cerf, dans une autre expérience, le charbon de bois ordinaire ; & procédant enſuite avec ce mêlange & les diſſolutions d'Alun & de Vitriol, ſelon le procédé Anglois, je ne fus pas peu ſurpris de voir qu'il me donnoit un bleu fort beau.

Comme juſques-là j'avois été prévenu de la penſée, que pour faire le bleu il falloit quelques huiles ou quelques matieres animales, parce que preſque aucun de mes eſſais avec les matieres tirées des végétaux ne m'avoit réuſſi, je commençai à ſoupçonner fortement qu'elles n'y étoient pas néceſſaires. Pour m'en convaincre pleinement je fis la tentative de faire du bleu, en employant le ſeul charbon de bois ordinaire au lieu du ſang de Bœuf, ce qui m'a fort bien réuſſi en cette maniere.

J'ai pris quatre onces de ſel alkali & quatre onces de charbon pilé & réduit en poudre ſubtile. J'en ai fait le mêlange fort exactement. J'ai mis ce mêlange dans le creuſet, & je l'ai calciné de la même maniere qu'on calcine le ſel & le ſang ; ce mêlange a donné à la fin de la calcination, de même que le

ſang,

ſang, une flamme bleuâtre ſulphureuſe, aſſez ſemblable à celle qui s'éleve de *l'hepar ſulphuris.*

Ayant jetté dans l'eau cette maſſe calcinée encore rouge & brûlante, la leſſive paſſée par un linge fin avoit une couleur verte très-foncée. Cette leſſive repaſſée pluſieurs fois ſur le linge, de verte qu'elle étoit, eſt devenue un peu brune, & néanmoins tranſparente.

J'ai mêlé cette leſſive avec la diſſolution d'alun & de vitriol, ce mêlange a produit la même effervefcence. L'écume qui ſe formoit ſur cette liqueur étoit en quelques endroits noirâtre, en d'autres bleue & verte, au lieu qu'elle eſt toute bleue pour l'ordinaire avec le ſang: & le précipité, qui avec le ſang eſt de couleur de vert de mer, étoit de couleur d'ardoiſe.

J'ai verſé le tout ſur un linge, & ayant laiſſé bien égoutter la fécule, la couleur d'ardoiſe s'eſt changée peu de tems après en un beau vert de mer à la ſurface où l'air la touchoit, le deſſous reſtant toûjours de couleur d'ardoiſe foncée.

Après avoir bien remué cette fécule à différentes repriſes, pour que l'air en touchât ſucceſſivement toutes les parties, & lui communiquât par-tout la couleur de vert de mer, j'y ai verſé de l'eſprit de ſel, qui a donné auſſi-tôt à cette fécule une belle couleur bleue avec quelque verdeur.

J'ai verſé de l'eau claire ſur cette matiere pour la laver, la premiere eau, quoique repoſée, eſt devenue trouble & blanchâtre comme du petit lait; ayant verſé l'eau par inclination, j'ai trouvé la fécule couverte d'un léger précipité blanchâtre, j'ai verſé de nouvelle eau claire deſſus, qui après avoir laiſſé dépoſer le précipité, eſt reſtée encore un peu trouble : j'ai continué de laver ce précipité avec de nouvelles eaux juſqu'à ce qu'elles en ſortiſſent tout-à-fait claires & ſans goût, la fécule étant ſeche, étoit d'une très-belle couleur bleue foncée.

Elle s'eſt trouvée dans un de mes eſſais du poids d'une once deux gros, & dans un autre d'une once ſept gros. Cette variété dans le poids de la fécule me paroît venir des différens dégrés de calcination que le carbon ou le ſang ont reçûs avec le ſel alkali. Cette calcination plus ou moins forte,

laiſſe dans le ſel alkali une plus petite ou une plus grande quantité de matiere ſulphureuſe, propre pour l'opération, & capable d'imbiber par conſéquent une quantité plus ou moins grande de terre alumineuſe, & de la défendre contre l'action de l'eſprit de ſel.

Il paroît donc par ces expériences que ſi le ſang & les autres matieres animales ont donné du bleu, ce n'eſt pas à raiſon de la qualité particuliere de l'huile animale, comme je l'avois penſé d'abord ; mais à raiſon de l'abondance du charbon que ces matieres fourniſſent, dans leur calcination, où elles en produiſent une beaucoup plus grande quantité que les matieres végétales. Et ſi l'huile de corne de cerf & le ſavon tartareux qui en a été préparé ont donné une légere teinture bleuâtre au précipité, cette couleur eſt dûe à la petite portion de charbon que cette huile a laiſſée dans ſa calcination avec le ſel alkali.

Or il n'eſt pas aiſé de déterminer ce que le charbon peut apporter de plus que les huiles dans cette opération, à moins que ce ne ſoit le principe inflammable qui ſe trouve en plus grande quantité dans le charbon que dans l'huile : car je regarde le charbon comme une huile extrèmement concentrée dans la terre du mixte, par les acides de ce mixte, dépouillé d'ailleurs de toute humidité par le moyen du feu, & fort chargée de l'élément du feu ou de la matiere ſubtile. Voici mes conjectures ſur cela, fondées ſur les obſervations que j'ai faites en travaillant, en attendant que de nouvelles expériences m'apportent de nouvelles lumieres.

J'ai obſervé qu'il falloit pour la réuſſite de l'opération, que les matieres animales & végétales, & même le charbon, fuſſent calcinées avec le ſel alkali juſqu'à un certain point au de-çà & au de-là duquel l'opération manque ou réuſſit moins bien. Ce point eſt lorſque les premieres flammes & fumées étant paſſées, la matiere dans le creuſet commence à jetter une légere flamme bleue, & à rendre une odeur ſulphureuſe approchant de celle de l'*hepar ſulphuris* échauffé.

Il me paroît que lorſque la matiere eſt réduite à ce point,

l'huile de ces ſubſtances eſt non-ſeulement épaiſſie & cuite en un bitume fort approchant du ſoufre minéral, comme on en peut juger par l'odeur qui s'exhale de cette matiere & par la couleur de la flamme, qu'elle eſt unie très-étroitement avec le ſel alkali pour former une eſpece de ſavon, ou plûtôt d'*hepar ſulphuris*, mais encore que cette huile ou eſpece de bitume eſt fort pénétrée de l'élément du feu ou de la matiere ſubtile, comme on voudra l'appeller.

Lorſque la matiere n'eſt pas amenée à ce point de calcination, l'huile dont les pores ſont trop lâches & trop grands, ne retient pas une aſſez grande quantité de l'élément du feu ou de cette matiere ſubtile, & d'autant moins que ces mêmes pores ſont remplies de parties aqueuſes.

Si au contraire on pouſſe trop le feu, & ſi on outre la calcination, on enleve par la violence du feu une grande partie du bitume qui étoit le réceptacle de ce feu élémentaire, & il ne reſte plus qu'une maſſe ſaline & terreuſe, inutile pour l'opération.

J'ai obſervé de plus qu'en ſuivant à la lettre le procédé Anglois, qui veut qu'on retire du creuſet le mêlange calciné du ſel alkali & du ſang pour le mettre dans un mortier où on le réduit en poudre, & où par conſéquent il ſe refroidit beaucoup, on ne réuſſiſſoit pas ſi bien qu'en jettant ce mêlange tout rouge encore & tout embraſé dans l'eau bouillante pour en faire la leſſive.

Ces obſervations me font conjecturer que le principe inflammable, c'eſt-à-dire, le bitume pénétré de la matiere ſubtile, ou feu élémentaire, eſt abſolument néceſſaire pour cette opération, que ſa réuſſite dépend de ce principe en partie, que ce principe ſe trouve concentré en beaucoup plus grande quantité dans le charbon que dans les huiles ou dans les autres matieres combuſtibles, que ce même principe eſt plus abondant dans le mêlange du ſel alkali & des charbons, lorſqu'il eſt encore tout embraſé, que lorſqu'il eſt refroidi, que les molécules ſavoneuſes ou ſalines ſulphureuſes de ce mêlange, quoiqu'étendues dans l'eau, y retiennent néan-

moins encore beaucoup de ce principe, qui donne plus d'action & de vivacité à cette lessive pour s'unir au bitume du fer contenu dans le vitriol, & pour dissoudre même plus exactement ce métal. En effet quand j'ai suivi à la lettre le procédé Anglois, j'ai remarqué qu'assez ordinairement, après le mêlange de la lessive savoneuse, avec les dissolutions d'alun & de vitriol, il se trouvoit sur la superficie du précipité bleuâtre, un léger précipité jaune qui m'a paru une portion du fer contenu dans le vitriol, qui restoit sans être dissous par les sels savoneux de la lessive, au lieu qu'il ne paroît point du tout de cette poussiere jaune lorsque je prépare ma lessive, en jettant dans l'eau bouillante mes matieres calcinées toutes embrasées, & j'obtiens même par ce moyen une quantité de bleu presque double de ce que donne le procédé Anglois, & d'un bleu plus foncé.

Surquoi on me permettra de hasarder de plus une autre conjecture, qui est, qu'il est peut-être nécessaire que les parties sulphureuses du charbon soient tellement concentrées avec les parties salines & terrestres de ce même charbon & du sel alkali que quelques-unes soient déja converties en fer. Car j'ai fait observer il y a long-tems, qu'il n'y a point de cendres qui ne tiennent quelque peu de fer : or si les cendres tiennent du fer comme on l'y découvre aisément par l'aimant, & s'il ne s'en découvre point encore dans le charbon où l'aimant ne se charge d'aucunes particules, il doit y avoir différens dégrés dans le passage de l'état de charbon à l'état de cendres & de fer, où on pourra commencer à découvrir le fer peu à peu, & où ce fer sera capable de produire certains effets, sans néanmoins se manifester entierement, & je soupçonne que la production de la couleur bleue est une des premieres marques que le fer donne de son existence. Ce qui me le fait penser c'est que j'ai fait du bleu sans vitriol & sans alun avec le seul charbon de bois; que le bleu que j'en retire est en très-petite quantité, proportionnée à ce que ce charbon laisseroit de fer dans ses cendres : il me paroît qu'on ne peut attribuer ce bleu qu'au fer que je suppose naissant dans le charbon,

& je le lui attribue d'autant plus, que le fer nous donne facilement & abondamment la couleur bleue dans plusieurs occasions. Voici de quelle maniere je suis parvenu à faire ce bleu.

Je cherchois à connoître quelle étoit la nature du sel qui résultoit du mêlange du charbon calciné avec les sels alkalis. Pour cela je mêlai exactement du charbon pulvérisé & du sel alkali, de chacun une livre & demie, & je les fis calciner jusqu'à ce que le mêlange rendît l'odeur sulphureuse. Je jettai la matiere toute embrasée dans suffisante quantité d'eau bouillante, je filtrai par le papier gris la lessive qui étoit de couleur verte foncée, je la fis évaporer jusqu'à pellicule; à mesure que la lessive s'évaporoit, elle s'éclaircissoit, & perdoit sa couleur verte, & ce qui produisoit cette couleur verte s'est précipité & s'est attaché comme un tartre aux parois & au fond de la terrine où se faisoit l'évaporation.

Ayant porté le tout dans un lieu frais, il s'est formé au fond de la liqueur, des crystaux approchant des crystaux de l'alun, d'un goût salé lixiviel sulphureux, qui me paroissent formés par l'acide contenu dans le charbon uni au sel alkali, qui retient encore quelque peu du soufre du charbon : mais comme cet acide est en très-petite quantité par rapport à l'alkali, si on laisse ces crystaux quelque tems à l'air, ils s'y résolvent promptement en liqueur.

Ayant vuidé la liqueur contenue dans la terrine, & séparé les crystaux, pour examiner le précipité verdâtre qui étoit fortement attaché au fond & aux côtés de la terrine, je versai sur quelques endroits de ce précipité quelques gouttes d'huile noire de vitriol, il s'y fit une forte effervescence, il s'en éleva beaucoup de vapeurs blanches & une très-forte odeur de soufre. La couleur verte est devenue d'abord très-foncée, & a tourné peu de tems après en une couleur bleue, qui restant exposée à l'air est devenue plus belle & plus éclatante.

Ayant enlevé avec de l'eau tout ce mêlange, & l'ayant versé dans un verre où on l'a laissé reposer, il s'est précipité au fond de l'eau une terre blanche qui est devenue bleuâtre au bout de quelque tems : l'eau trouble s'est éclaircie très-

promptement, mais elle eſt reſtée verdâtre. Enfin ayant laiſſé repoſer le tout pendant quelques jours, la liqueur a perdu ſa couleur verte, elle eſt devenue claire & limpide, & il s'eſt dépoſé ſur la poudre blanche qui étoit au fond du verre, un léger précipité bleu d'une belle couleur.

J'ai pris enſuite les cryſtaux qui s'étoient formés dans cette leſſive de charbon & de ſel alkali, jai verſé deſſus de l'huile noire de vitriol, il s'eſt fait de même une forte efferveſcence, il s'eſt élevé de ce mêlange des fumées blanches & d'une forte odeur ſulphureuſe, la matiere a pris peu à peu une couleur verte. L'efferveſcence ceſſée, j'ai verſé deſſus beaucoup d'eau pour étendre la diſſolution; il s'eſt précipité en premier lieu une poudre blanche, & la liqueur eſt reſtée claire, mais de couleur verte foncée. Ayant verſé par inclination cette liqueur verte, & l'ayant laiſſé repoſer, il eſt tombé peu à peu au fond du vaſe une poudre bleue très-fine, en très-petite quantité, & la liqueur eſt reſtée encore un peu verdâtre.

Ayant verſé ſur une autre portion de ce ſel, de l'huile claire de vitriol au lieu de l'huile noire, elle a produit les mêmes effets, mais elle a donné moins de bleu & beaucoup plus pâle.

Dans ces expériences, le bitume ou la partie ſulphureuſe & métallique du charbon, étendu par le ſel alkali, a d'abord donné la couleur verte, qui eſt une couleur que prend aſſez ordinairement le fer ou la partie bitumineuſe du fer, fort étendue & raréfiée par les ſels, comme nous le voyons dans le vitriol de Mars qui eſt vert.

Dans ma leſſive du ſel alkali, & du charbon, il ſe dépoſe d'abord pendant l'évaporation, beaucoup de la terre du ſel alkali, qui eſt précipitée par l'acide du charbon. Cette terre eſt blanche : mais comme elle retient beaucoup du bitume du charbon ou de cette partie huileuſe concentrée & preſque ferrugineuſe du charbon, ce ſédiment en retient la couleur verte. Le ſel ſalé qui ſe cryſtalliſe, étant moins chargé de ce bitume, n'en a pas aſſez pour paroître vert. Lorſqu'on

verſe de l'huile de vitriol ſur le ſédiment vert qui ſe trouve au fond de la terrine, l'acide diſſout le ſel alkali & la terre alkaline de ce ſédiment, il ne reſte preſque plus que la ſeule partie ſulphureuſe & métallique du charbon que l'acide vitriolique n'endommage point, & qui ayant été fort raréfiée tant dans la calcination avec le ſel alkali que dans la fermentation à l'arrivée des acides, ſe concentre & prend cette belle couleur bleue. Il en eſt de même du ſel cryſtalliſé de ma leſſive, avec cette différence que ce ſel étant moins chargé de la terre & du bitume que le ſédiment de la terrine, donne moins de cette terre blanche & très-peu de bleu. La liqueur qui reſte de la leſſive après la cryſtalliſation, mêlée avec l'huile de vitriol, fermente à la vérité beaucoup, mais elle ne donne point de bleu. Elle ne retient plus ou trop peu de cette ſubſtance bitumineuſe & métallique du charbon, pour être ſenſible dans les eſſais. Cette ſubſtance étant plus peſante que les ſels, ſe précipite d'abord au fond de la liqueur pendant l'évaporation & la cryſtalliſation.

Il y a tout lieu de penſer que l'huile de vitriol, & particulierement l'huile noire, contient auſſi quelque petite portion de la partie bitumineuſe du fer qui avoit été détachée du fer du vitriol par la grande violence du feu pendant la diſtillation,& enlevée avec les acides. Ce qui me le fait croire, c'eſt que l'huile noire de vitriol employée dans les expériences précédentes, m'a donné beaucoup plus de bleu que l'huile blanche, ſoit que cette huile ait été dépouillée de ce bitume dans ſa rectification, ou ſoit qu'elle ne s'en ſoit point chargée dans la diſtillation, parce qu'elle n'auroit pas éprouvé un feu aſſez violent pour élever ce bitume avec les acides.

En faiſant réflexion que tout charbon ſoit animal, ſoit végétal, étoit capable de donner du bleu étant employé avec les ſels alkalis & le vitriol, je me ſuis demandé à moi-même pourquoi les expériences que j'avois faites d'abord avec différentes matieres végétales ne m'avoient point donné de bleu quoiqu'elles euſſent dû faire du charbon dans la calcination que j'avois faite de ces matieres avec les ſels alkalis.

Mais en même tems j'ai pensé que cela n'est arrivé que parce que les doses que j'avois employées de chacune de ces matieres, n'étoient pas suffisantes pour donner une assez grande quantité de charbon, & que si quelques-unes, comme l'éponge entr'autres, m'a donné du bleu, cela n'est arrivé que parce qu'elle a fourni plus de charbon à proportion que les autres, & en assez grande quantité pour produire un peu de bleu. Pour vérifier si ma pensée étoit juste, j'ai fait les expériences suivantes.

J'ai pris quatre onces de rapure de bois de gayac & quatre onces de sel alkali que j'ai bien mêlés & calcinés à la maniere ordinaire; j'ai jetté ma matiere calcinée & toute embrasée dans l'eau bouillante, j'ai coulé la lessive & l'ai mêlée avec les dissolutions d'alun & de vitriol, il s'est précipité une fécule noire. En laissant reposer le tout pendant un jour, la surface du précipité est devenue blanche, l'eau est restée fort claire, & la fécule est restée dessus le linge de couleur noire, mais peu à peu la noirceur de la surface qui étoit exposée à l'air, s'effaçoit, & la matiere devenoit blanche : lorsqu'on écartoit cette surface blanche, le dessous paroïssoit noir, & blanchissoit de même peu de tems après qu'il étoit exposé à l'air.

J'ai versé de l'esprit de sel sur une portion de ce précipité; pour éprouver s'il ne rameneroit point cette fécule au bleu, mais inutilement. J'ai lavé toute la fécule dans plusieurs eaux claires pour en emporter toute la salure, je l'ai bien fait égoutter ensuite, & je l'ai laissé sécher à l'ombre; le tout a pris une couleur blanche d'abord, & à mesure que cette matiere s'est séchée elle est devenue verdâtre tirant un peu sur le bleu pâle.

Ainsi le peu de charbon de gayac que j'ai eu dans cette occasion, n'a pas été suffisant pour fournir une assez grande quantité de sel savoneux pour faire la totale dissolution du fer contenu dans le vitriol.

J'ai examiné quelle étoit la quantité de charbon que quatre onces de bois de gayac pouvoient donner, & j'ai trouvé qu'elles ne m'en fournissoient qu'environ une once & demie.

J'ai

J'ai voulu essayer si une plus grande quantité de gayac, à peu près suffisante pour me donner au moins la valeur de quatre onces de charbon, ne réussiroit pas mieux.

Pour cela j'ai pris quatorze onces de bois de gayac pulvérisé, & quatre onces de sel alkali. Après les avoir mêlés ensemble très-exactement, je les ai calcinés à l'ordinaire : j'ai tiré du creuset la matiere calcinée, & en masse mollasse & comme demi-fondue, je l'ai mise toute rouge dans l'eau bouillante ; ces morceaux éteints avoient diverses couleurs changeantes bleues & vertes, & ils rendoient une forte odeur sulphureuse. J'ai fait bouillir le tout sur le feu pour faciliter la dissolution de la matiere, & j'ai filtré la lessive qui s'est trouvée d'une couleur verte foncée.

Ayant mêlé cette lessive avec les dissolutions d'alun & de vitriol, selon le procédé Anglois, il s'est fait après l'effervescence un précipité noir, & la liqueur est restée claire. La surface de ce précipité noir a blanchi au bout de quelques heures comme dans l'expérience précédente. On a versé le tout dans un linge pour séparer la liqueur de la fécule ; on a laissé bien égoutter cette fécule sur ce linge, où elle a continué de blanchir à sa surface pendant quelques tems, mais ensuite elle a pris une couleur verdâtre, tirant un peu sur le bleu.

J'ai partagé cette fécule en deux parties à peu près égales ; sur l'une j'ai versé beaucoup d'eau claire à diverses reprises pour la bien laver & en emporter tous les sels autant qu'il étoit possible, & plus cette fécule a été lavée, plus elle est devenue bleue. Je l'ai mise ensuite sur un filtre de papier gris pour en séparer toute l'humidité & la sécher entierement, j'ai eu une belle fécule bleue pesant une once un gros & demi.

Sur l'autre portion j'ai versé de l'esprit de sel, qui a converti dans l'instant la couleur verte bleuâtre en une couleur bleue, mais ma matiere a beaucoup diminué de volume, l'esprit de sel en ayant dissout la plus grande partie. J'ai fait ensuite sécher & laver ce qui m'est resté de la fécule, & je n'ai eu de cette portion qu'un gros & demi de fécule bleue, encore même la couleur n'étoit-elle pas si belle que celle de

l'autre portion préparée ſans eſprit de ſel. Il paroît par cette expérience & par celles que j'ai faites avec différens charbons, qu'il reſte moins de bleu quand on a paſſé la fécule par l'eſprit de ſel, dont je crois que la raiſon eſt que les charbons ayant moins de cette huile propre à étendre la ſubſtance bitumineuſe du fer, que n'en a le ſang ou les autres ſubſtances animales, ils ne peuvent pas imbiber parfaitement une ſi grande quantité de la terre d'alun, & la défendre contre l'action des acides.

J'ai obſervé d'ailleurs, & dans ces expériences, avec le charbon, & dans celles que j'ai faites avec le ſang, que quand on a attrapé le point de calcination juſte, on n'a pas beſoin d'eſprit de ſel pour changer la couleur verdâtre du précipité en une couleur bleue, il ne faut que laiſſer cette fécule expoſée à l'air, en la remuant de tems en tems pendant qu'elle ſeche, pour en préſenter ſucceſſivement à l'air les différentes parties. On a auſſi par ce même moyen une plus grande quantité de fecule.

On voit par ces différens eſſais, que toute matiere capable de donner du charbon, donnera du bleu, ſuivant le procédé Anglois, pourvû qu'on employe une ſuffiſante quantité de cette matiere capable de fournir dans l'opération la quantité de charbon néceſſaire.

Pendant que je travaillois à toutes ces expériences, il me tomba entre les mains un livre Allemand, qui a pour titre, *Flora Saturnizans, ou Alliance du regne végétal avec le regne mineral, &c. Par le Dr. Jean-Frederic Henckel Médecin du Roi de Pologne & Electeur de Saxe, avec une addition,* De Kali geniculato Germanorum, *& ſur-tout d'une certaine matiere de couleur bleue que l'Auteur en tire, & qui eſt tout-à-fait ſemblable à l'Outremer. A Leipſic.* 1722.

Parmi un grand nombre d'expériences que l'auteur a faites ſur ce kali, qu'il a traité de bien des façons, & ſur la ſoude qui eſt le ſel fixe de différentes eſpeces de kali, il rapporte les deux expériences ſuivantes, qui lui ont donné quelque peu de bleu, ſemblable au bleu de Pruſſe.

Premiere Expérience. L'auteur avoit fait un extrait de la plante ſeche du kali, il diſtilla enſuite par la cornue cet extrait. La diſtillation finie, il lui reſta dans la cornue une matiere noirâtre ſaline, qui avoit une odeur d'*hepar ſulphuris*, & qui s'humectoit très-aiſément à l'air. Ayant verſé de l'eau ſur cette matiere noire, pour en faire la leſſive; il ſe précipita au fond de la liqueur une terre ſaline ou un ſel groſſier, ayant le goût du ſel marin, & qui ne s'humectoit pas facilement à l'air. Il voulut faire quelques expériences avec ce ſel pour en découvrir la nature; il verſa de l'huile de vitriol ſur une petite portion de ce ſel, il ſe fit une forte efferveſcence, & quelque tems après avoir laiſſé repoſer la diſſolution, il apperçut au fond du verre quelque peu de poudre bleue, ſemblable au bleu de Pruſſe, dont il ne fut pas, dit-il, peu ſurpris.

Il verſa ſur d'autres portions de ce ſel, de l'eau-forte & de l'eſprit de ſel, il eut pareillement du bleu, mais en moindre quantité.

Cette expérience le conduiſit à la ſuivante.

2e. *Expérience.* Il verſa ſur différentes portions de ſoude, de l'huile de vitriol, de l'eau-forte & de l'eſprit de ſel. Il trouva du bleu au fond des diſſolutions de cette ſoude, dans chacune de ces liqueurs acides, mais en très-petite quantité, car ſur ſix gros de ſoude ayant verſé peu à peu de l'eau-forte juſqu'à ce qu'il ne ſe fît plus d'efferveſcence, (il en employa douze gros) & après avoir verſé beaucoup d'eau ſur cette diſſolution, pour étendre les ſels, & faciliter la précipitation du bleu, il ne retira après pluſieurs lotions que deux grains & demi de poudre bleue.

M. Henckel prie les ſçavans de lui découvrir ce que c'eſt que ce bleu que le kali & la ſoude lui ont donné, & de lui communiquer les moyens de le préparer plus facilement & à moins de frais.

Les expériences que je viens d'expoſer dans ce Mémoire étant une fois bien connues, il ne ſera pas bien difficile de rendre raiſon de celles de M. Henckel, & d'en découvrir la théorie. Cet Auteur trouvera même dans ce Mémoire,

différens moyens de préparer ce bleu, qui pourront lui en ſuggérer encore d'autres, s'il n'eſt pas content de ceux-ci.

M. Henckel employe dans l'une de ces expériences le ſel du *caput mortuum* de l'extrait du kali, & dans l'autre la ſoude. Ces deux ſubſtances ne different point eſſentiellement. La ſoude eſt la cendre du kali brûlé & calciné : cette cendre étant fort ſaline, ſe durcit en maſſe fort dure & compacte, dans laquelle ſe trouve encore renfermé beaucoup de charbon & de fuliginoſités, ce qui rend quelquefois cette ſoude fort noire. Le ſel du *caput mortuum* de l'extrait du kali eſt auſſi le ſel fixe de l'extrait du kali calciné dans une cornue, & réduit par conſéquent en un charbon ou cendre brune preſque toute ſaline. Ce ſel ne differe de la ſoude qu'en ce que l'extrait du kali étant dépouillé des parties groſſieres & terreſtres de cette plante, le ſel en contient auſſi moins de terre que la ſoude qui eſt formée par la calcination de toute la plante : mais du reſte il faut comparer l'un & l'autre de ces ſels à la maſſe ſaline qui réſulte du ſel alkali calciné avec le charbon : avec cette différence que comme dans la ſoude & dans le ſel de l'extrait du kali, il ſe trouve une très-petite quantité de charbon, le ſel ſavoneux ou ſulphureux qui en réſulte eſt en très-petite quantité, & ne fournira que très-peu de bleu, au lieu que le mêlange du ſel alkali & du charbon à parties égales, étant plus chargé, en fournira davantage.

On ſe ſouviendra auſſi que nous avons dit qu'il ne ſe faiſoit point de cendres où l'on ne trouvât du fer, ainſi l'un & l'autre de ces ſels ſeront tous deux chargés, non-ſeulement de la partie ſulphureuſe & bitumineuſe du charbon, mais encore de la portion de ce charbon qui s'eſt martialiſée dans la calcination. Par conſéquent le bleu qui réſulte de ces deux expériences de M. Henckel, eſt le produit de cette portion ferrugineuſe qui s'eſt trouvée dans ce charbon, qui a été développée par le ſavon tartareux, formé du ſoufre ou de l'huile concentrée du même charbon, unie avec le ſel alkali qui ſe rencontre ici en aſſez grande quantité.

J'ai vérifié les expériences de M. Henckel avec la ſoude

& les esprits acides, qui ont donné un précipité bleu; la quantité de bleu qui se dépose dans ces expériences varie beaucoup, il m'a paru que cette variation dépendoit principalement de la quantité de charbon contenue dans les morceaux de soude qu'on employe. Voici l'expérience que j'ai faite avec la soude, & qui m'a donné une assez belle fécule bleue.

J'ai fait chauffer jusqu'à rougir, une once & demie de soude dans un creuset fermé de son couvercle, je l'ai jettée toute rouge dans l'eau bouillante, & j'en ai fait la lessive, qui étant coulée, avoit une couleur verte foncée.

J'ai versé ensuite peu à peu sur cette lessive, de l'huile noire de vitriol, jusqu'à ce qu'il ne se fît plus d'effervescence, (il y en est entré une once six gros;) il s'est élevé de cette effervescence des vapeurs blanches, & une odeur fort sulphureuse. Ayant laissé reposer le tout pendant quelques heures, la liqueur s'est éclaircie, & il s'est déposé une fécule bleue très-foncée, de sorte qu'elle paroissoit presque noire. J'ai séparé par inclination la liqueur claire, & après avoir encore lavé la fécule, je l'ai fait sécher; étant seche elle pesoit trois grains.

J'ai cru tout-à-fait inutile de vérifier le procédé de M. Henckel avec le sel de l'extrait de kali, ne doutant nullement qu'il ne fît le même effet que la soude.

J'aurois encore d'autres observations à rapporter sur ces différentes préparations de bleu, & sur la différente nature de ces bleus, mais la matiere nous meneroit trop loin. Je réserve ces observations pour un autre Mémoire.



OBSERVATIONS SUR LA QUESTION DES PLUS GRANDES ET DES PLUS PETITES QUANTITE'S.

Par M. SAURIN.

DANS mon dernier Mémoire sur le cas singulier des tangentes que je m'étois proposé de résoudre, j'ai été conduit par mes remarques à en examiner quelques-unes de M. de Crousaz dans son commentaire de l'*Analyse des infiniment petits*. Parmi ces remarques est celle-ci : *On pourroit alléguer une infinité d'exemples, d'expressions en termes radicaux, qui désignent des Courbes sans* Maximum : *mais dès qu'on a élevé les signes à leur puissance, il se trouve que cette puissance renferme d'autres racines, en vertu desquelles elle est l'expression d'une courbe à* Maximum. *De sorte qu'attaquer la nouvelle méthode par les prétendus embarras où jettent des exemples de cette nature, est un pur sophisme d'équivoque.*

En faisant faire une attention particuliere à cette remarque, dans l'endroit où je l'ai rapportée, j'ai dit que quoiqu'elle eût été déja traitée assez au long dans un de mes Mémoires de 1716, elle me fourniroit encore la matiere d'un Mémoire nouveau ; & ce sera en effet le sujet des observations que je vais donner dans celui-ci.

Je les commencerai par l'examen & la solution de quelques difficultés de cette nature, qu'on a opposées au nouveau calcul, & qui se trouvent dans un long Mémoire de 1703, avec un grand nombre d'autres sur les différens points du même calcul.

Celles qui sont à mon sujet, sont proposées sous le titre de *troisiemes difficultés*. Pour les marquer, l'Auteur se sert d'exemples, & le premier qu'il prend est celui de la courbe

à quatre branches, déja tant répété & tant examiné à l'occasion du problème des tangentes. Cette courbe a pour équation Fig. 1.

$$A \ldots y^4 - 8y^3 + 16yy + 48xy + 4xx = 0$$
$$\qquad\qquad - 12xyy \qquad\qquad - 64x$$

Dont les 4 racines

$$O \ldots y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$P \ldots y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$Q \ldots y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

$$R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

expriment par ordre les quatre branches AK, AN, BS, BL. L'exemple eſt propoſé ſous la forme de la derniere Equation radicale $R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}$ qui exprime la branche BL, & cette équation radicale nous étant donnée par l'Auteur, comme l'expreſſion de la courbe entiere, il nous dit que *ſi l'on cherche dans cette courbe une valeur de* x *, telle que l'appliquée y ſoit la plus grande ou la plus petite de ſes ſemblables, comme dans l'analyſe des infiniment petits, pag.* 41. *ſect.* 3. *& que l'on veuille ſe ſervir des regles qui ſont particulieres à cette analyſe ; alors on verra que ces regles ne ſont pas toûjours véritables ; & de-là,* ajoûte-t-on, *il ſemble que le ſyſtème* (du nouveau calcul) *couvre l'erreur.*

Pour juſtifier ce reproche fait aux nouvelles méthodes, on en vient à l'exécution, & différentiant, ſuivant nos regles, l'équation propoſée R, on en tire l'égalité différentielle,

$$S \ldots dy = \frac{dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4 + 2x}}{\sqrt{ax + 2xx}}.$$

En faiſant, ſuivant les mêmes regles, $dy = 0$, on a l'égalité $dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4 + 2x} = 0$, dont la réſolution donne $x = -4$. Cette valeur de x ſubſtituée dans l'équation, ne donnant de y qu'une valeur imaginaire, on paſſe à faire dy égal à l'infini, ou $dx = 0$; ce qui rend le dénominateur de la fraction $= 0$, d'où réſulte l'égalité $4x + 2xx = 0$;

& *cette égalité*, dit-on, *étant résolue, comme dans l'analyse des infin. pet. pag.* 44, 46, *&c. on trouve* $x = -2$.

Cette valeur -2, substituée dans l'équation *R*, ne donnant comme l'autre que des *maxima* ou *minima* imaginaires, on fait regarder cela comme un grand défaut dans le nouveau calcul, & l'on en forme cette objection. *Dès que la premiere tentative*, dit d'Auteur du Mémoire, *a donné* $x = -4$, *& que cette valeur est réelle, il sembleroit qu'elle devroit résoudre le problème : car la regle ne prescrit point de faire d'autres tentatives quand une fois la valeur de* x *est réelle.* Il n'y a rien de vrai dans ces paroles. Quand la valeur de x, donnée par la supposition de $dy = 0$, est réelle, comme ici -4, ou en général quand elle n'est pas imaginaire, nos regles veulent, 1°. que l'on substitue d'abord cette valeur dans l'équation, & si cette substitution ne donne pour y que des valeurs imaginaires, c'est une marque très-sûre & très-évidente qu'il n'y a aucun point dans la courbe où dy soit égal à zero, & par conséquent nul *maximum* ou *minimum* donné par cette supposition de $dy = 0$. Au contraire si la substitution donne pour y des valeurs réelles, c'est une marque très-sûre & très-évidente que dy est égal à zero dans ce point-là, & que la valeur de y donnée par la substitution, est le *maximum* ou *minimum* cherché.

Mais comme les *maxima* & *minima* se trouvent aussi-bien dans les points où dx est égal à zero, que dans ceux où dy l'est, nos regles veulent 2°. qu'après la supposition de $dy = 0$, soit que cette supposition ait donné des *maxima* ou *minima*, soit qu'elle n'en ait point donné ; nos regles, dis-je, veulent que l'on fasse encore celle de $dx = 0$, pour avoir les *maxima* ou *minima* que donnent les points de la courbe où dx se trouve en effet $= 0$: car notre méthode nous donne les points des *maxima* & *minima* comme des points de tangentes paralleles ou perpendiculaires à l'axe, points où l'on a dy ou $dx = 0$. Ainsi -4 ne donnant ni *maximum* ni *minimum*, on passe à la seconde supposition de $dx = 0$.

Mais,

Mais, nous dit-on, *si l'on passe à l'autre tentative, & qu'on substitue la valeur qu'elle a donnée de* $x = -2$, *l'on ne trouve aussi que des* Maxima *& des* Minima *imaginaires*. Cela est vrai; mais, ajoûte-t-on, il y a dans la courbe proposée, un *Maximum* & un *Minimum* très-réel; je réponds, un *Maximum*, non; un *Minimum*, oui; & ce *Minimum* ignoré par l'Auteur des difficultés, qui nous en donne dans la courbe entiere un faux pour celui-là; ce *Minimum*, dis-je, se trouve dans la branche même qu'exprime l'équation *R*, & s'y trouve par la supposition même de $dx = 0$; de sorte que le censeur de la nouvelle Méthode, tombe ici dans une double erreur, en commettant une injustice manifeste.

Une de ses erreurs regarde le *Minimum* donné par la supposition de $dx = 0$, & qu'il n'a pas trouvé, pour avoir imparfaitement résolu l'égalité $4x + 2xx = 0$, que l'on tire de la supposition. Il est évident que dans cette égalité, on a deux valeurs de x, sçavoir $x = -2$, qui est la seule qu'il en tire, & qui ne donne rien; & $x = 0$ qu'il a omise, & qui donne le *Minimum* dont je parle: car si dans l'équation proposée $R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}$, on fait $x = 0$; il viendra $y = 2 + \sqrt{4} = 4$, véritable *Minimum* par rapport à la branche *BL* exprimée par l'équation *R*, & qui a $x = 0$ au point *B*.

L'autre erreur est de nous donner pour un véritable *Maximum* & *Minimum* *GD* (y) $= 2$, valeur résultante de celle de *AG* (x) aussi $= 2$; cet y (*GD*) $= 2$, n'étant ni un *Maximum* ni un *Minimum* par rapport à aucune des branches de la courbe.

Mais quand on voudroit regarder *GD* comme un *Maximum*, par rapport à la partie *AD* de la branche *ADN*, & comme un *Minimum*, par rapport à la partie *BD* de la branche *BDS*, c'est se moquer de nous, de vouloir que nous trouvions le point *D* qui donne ce prétendu *Maximum* & *Minimum*, & qui est le point de concours des deux branches *ADN*, *BDS*; de vouloir, dis-je, que nous le trouvions dans

la branche *BL* dont on nous propose l'équation, & où il n'est pas. C'est là l'injustice ajoûtée à la double erreur.

Quelque palpable que soit cette injustice, l'Auteur s'attache à la défendre ; il soûtient toûjours contre toute sorte d'évidence, que l'équation *R* qui n'est qu'une des 4 racines de l'équation *A*, renferme sous le signe radical tout ce que renferme l'équation entiere delivrée des signes, ce qui est soûtenir que dans la seule branche *BL* on a toute la courbe à 4 branches.

Il fait un principe général de cette absurdité, & pour l'établir il attaque un endroit de *l'Analyse des Inf. Pet.* où le principe contraire est supposé : Lorsqu'une égalité, dit-il, exprime la nature d'une courbe *ADB*, & qu'il s'y trouve des signes ou des incommensurables; on suppose dans *l'Analyse des Inf. Pet.* page 164. article 189, qu'il faut délivrer cette égalité de ces signes radicaux, afin qu'une de ses inconnues puisse avoir différentes valeurs; & même on en parle en cet endroit-là comme d'une vérité fondamentale. De là il s'ensuivroit, ajoûte-t-il, que les inconnues ne pourroient pas avoir différentes valeurs, lorsque les signes radicaux se trouvent dans l'égalité; & que la maniere de les faire évanoüir introduiroit des racines différentes ; ce qui est absurde. C'est la décision de l'Auteur.

Il se met en devoir de la prouver par l'exemple même proposé dans l'endroit des Infin. Petits qu'il a cité. Mais avant que d'examiner sa preuve, il est bon de faire remarquer l'équivoque de ces termes, *lorsque les signes radicaux se trouvent dans l'égalité.* Les signes radicaux peuvent se trouver de deux manieres dans une égalité : dans l'une, l'inconnue qui est hors du signe & qui fait le premier membre de l'égalité, se trouve encore dans le second membre, mêlée sous le signe avec l'autre inconnue : Dans l'autre cas, l'inconnue qui est hors du signe & dans le premier membre, est entierement dégagée, & ne se trouve point dans le second membre mêlée sous le signe avec l'autre inconnue. L'égalité qui est sous cette forme n'est qu'une des racines de l'égalité entiere délivrée des

ſignes : car dans l'un & dans l'autre cas, l'inconnue qui eſt hors du ſigne, y eſt ſuppoſée linéaire.

Dans le premier cas, l'inconnue qui eſt hors du ſigne dans le premier membre, & qui ſe trouve encore ſous le ſigne dans le ſecond, conſerve pour les différentes valeurs qu'elle peut avoir, la même indétermination qu'elle a dans l'équation délivrée du ſigne. Cette expreſſion radicale ne la détermine point à être en particulier une telle ou une telle racine de l'équation délivrée des ſignes, auſſi eſt-il évident que de la valeur donnée de l'autre inconnue qui n'eſt que ſous le ſigne, & dans le ſecond membre de l'égalité, on ne ſçauroit tirer aucune des valeurs de celle-ci ſans faire évanoüir le ſigne radical pour l'en dégager.

Dans le deuxieme cas, il n'eſt pas moins évident que la valeur de l'inconnue qui eſt ſous le ſigne, étant donnée, l'inconnue qui eſt hors du ſigne & linéaire, ne peut avoir qu'une valeur dans l'égalité radicale, & que ſi elle en a pluſieurs dans l'équation entiere, il faut faire évanoüir le ſigne radical pour avoir cette équation entiere, & pour trouver toutes les valeurs.

Par exemple, que notre équation A dont il eſt ici principalement queſtion,
$$\begin{array}{l} y^4 - 8y^3 + 16yy + 48xy + 4xx = 0, \\ \qquad\qquad - 12xyy \qquad\quad - 64x \end{array}$$
ſoit propoſée ſous la premiere forme radicale dans l'égalité qu'on voit ici en F,

$$F \ldots y = \sqrt[4]{8y^3 - 16yy + 12xyy - 48xy - 4xx + 64x}.$$

Il eſt clair que d'une valeur quelconque de x, donnée dans cette équation F, on ne ſçauroit tirer aucune des valeurs que peut avoir y, qu'en revenant à l'équation entiere par l'évanoüiſſement du ſigne radical. La valeur de x étant 16, y a quatre valeurs, ſçavoir $-12, 4, 0$ & 16; on les trouvera toutes dans l'équation A, & l'on n'en trouvera aucune dans l'équation F, qu'en la délivrant du ſigne.

Soit maintenant l'équation A, propoſée ſous la forme de l'équation R, qui n'eſt qu'une de ſes racines, & qui tombe

dans notre deuxieme cas. $R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$. En prenant $x = 16$, on aura $y = 2 + 8 + 6 = 16$, qui eſt une des valeurs de y, & la ſeule que cette inconnue ait à l'égard de la branche BL, exprimée par l'équation R.

Que la même équation A ſoit propoſée ſous la même forme radicale de l'équation Q, qui eſt une autre de ſes racines, $Q \ldots y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$; en prenant encore $x = 16$, on aura $y = 2 - 8 + 6 = 0$, qui eſt auſſi une des valeurs de y, & la ſeule qui ſe trouve dans la branche BS exprimée par l'équation radicale Q.

Propoſons de nouveau l'équation A ſous la forme de ſa troiſieme racine $P \ldots y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4+2x}$; en ſubſtituant 16 au lieu de x, il viendra $y = 2 + 8 - 6 = 4$, qui eſt encore une des valeurs de y, & la ſeule qui ſe trouve dans la branche AN exprimée par l'équation radicale P.

Soit enfin l'équation propoſée ſous la forme de la quatriéme de ſes racines $O \ldots y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4+2x}$, la ſubſtitution de 16 pour x, donnera $y = 2 - 8 - 6 = -12$, qui eſt la quatrieme valeur de y, & la ſeule que l'on trouve dans la branche AK, exprimée par l'équation radicale O.

Voit-on quelque choſe au monde plus clairement qu'on voit, qu'aucune de ces racines de l'équation A, priſes ſéparément, ne peut être l'équation entiere qui les renferme toutes quatre, & qui en eſt le produit, de même qu'aucune des branches qu'elles expriment, n'eſt la courbe entiere qui eſt compoſée des quatre branches?

Venons préſentement à la preuve apportée par l'Auteur du Mémoire, pour juſtifier le reproche d'abſurdité qu'il fait ſur ce point à l'*Analyſe des Infiniment Petits*.

Il s'agit dans l'endroit cité de cette Analyſe, d'une nouvelle maniere de ſe ſervir du calcul des différences, dans la queſtion des *Maxima* & *Minima*; & cette méthode demandant que dans l'équation qui exprime la nature de la courbe, celle des inconnues qui n'eſt pas donnée, puiſſe avoir

plusieurs valeurs, on fait observer que l'équation doit être délivrée d'incommensurables. Après cette remarque, on applique, non pas la remarque, mais la méthode à l'équation $M \ldots x^3 + y^3 = axy$; c'est cet exemple même que l'Auteur du Mémoire employe pour combattre la remarque, & » sur lequel il raisonne ainsi : Si l'on exprime ce même exem» ple avec un signe radical, comme on le voit ici en L,

$$L \ldots x = \sqrt[3]{axy - y^3},$$

» & que l'on fasse évanoüir ce signe ou cet incommensurable, » on le trouve encore sous la même forme M. Il faudroit donc » selon l'Article 189. de l'*Analyse des Infiniment Petits*, que » l'inconnue x, par exemple, ne pût pas avoir des racines dif» férentes dans l'égalité proposée, lorsqu'elle est sous la forme » L, & que cette inconnue pût avoir des racines différentes » lorsque cette égalité est sous la forme M; d'où il faudroit » conclure que L & M, sont des égalités qui expriment dif» férentes courbes. Il faudroit en conclure aussi qu'il y auroit » des *Maxima* ou *Minima* dans M, & qu'il n'y en auroit point » dans L, & c'est principalement pour ces *Maxima* & *Minima* » qu'on a fait les suppositions de l'Art. 189. dans cette Analyse.

L'égalité mise par l'Auteur sous la forme L, est précisément notre premier cas des expressions radicales. L'inconnue x n'y est point dégagée, elle est hors du signe dans le premier membre; mais elle est encore sous le signe dans le second; ce qui la rend indéterminée aux différentes valeurs qu'elle a dans l'équation M. Elle les renferme dans l'égalité L, mais on ne peut les en tirer sans délivrer cette égalité du signe radical, & elle ne les y renferme que par cela même qu'on ne les en peut pas tirer sans ôter le signe, & revenir à l'équation M. L'équation L n'est pas une des racines de l'équation M; elle contient tout ce que contient l'équation M, elle exprime la même courbe, & l'exprime entiere; mais on ne pourroit pas la construire par l'égalité L, en prenant les valeurs de x sur les valeurs données de y, qu'en ôtant le signe & revenant à l'équation M. Je dis la même chose des *Maxima* & *Minima*,

ils ſont dans *L* auſſi-bien que dans *M;* mais pour les trouver, il faut les chercher dans *M*, & changer par conſéquent *L* en *M*, par l'évanoüiſſement du ſigne radical.

» C'eſt ici, pourſuit l'Auteur du Mémoire, un endroit no- » table de *Analyſe des Infiniment Petits.* Car il ſe trouve qu'en » cet endroit, cette Analyſe eſt contraire à l'Analyſe ordi- » naire. On peut voir cette contrarieté dans l'exemple mar- » qué ci-deſſus en *M* & en *L*. Prenant enſuite $\frac{1}{2}a$ pour la valeur donnée de *y*, il a l'égalité *K* au lieu de l'égalité *M*; & l'égalité *H* au lieu de l'égalité *L*.

$$K \ldots x^3 + \tfrac{1}{8}a^3 = \tfrac{1}{2}aax : H \ldots x = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}aax - \tfrac{1}{8}a^3}.$$

Puis il dit : *Selon l'Analyſe des Infiniment Petits, art.* 189, *il n'y auroit point de racines differentes en H.* Cette Analyſe ne dit point cela. *Mais*, ajoûte l'Auteur, *ſelon l'Analyſe ordinaire, il y a trois racines differentes & réelles dans H.* Elles y ſont auſſi ſelon l'*Analyſe des Infiniment Petits. L'Analyſe ordinaire*, pourſuit-on, *les découvre, & fait voir que ces trois racines ſont les mêmes que celles de l'égalité K. L'Analyſe des Infiniment Petits* les découvre auſſi. Mais ni l'Analyſe ordinaire, ni l'*Analyſe des Infiniment Petits*, qui en ce point n'eſt pas différente de l'Analyſe ordinaire, ne les découvrent qu'en délivrant du ſigne radical l'égalité *H*, & la changeant en l'égalité *K*.

On s'étend encore ſur cet exemple, & l'on en rapporte quelques autres de même nature : c'eſt la même brouillerie continuée, où l'on confond toûjours les deux ſortes d'équations radicales qui font les deux cas de notre remarque; confuſion à la faveur de laquelle on donne le change à l'égard de la premiere ſorte de ces équations; en s'attachant à faire voir ce qu'on ne conteſte point, qu'elles renferment toutes les mêmes valeurs des inconnues, que renferment les équations délivrées des ſignes; au lieu qu'il s'agiſſoit de montrer, qu'on peut les avoir, ces valeurs renfermées dans ces équations radicales, qu'on peut les en tirer, ſans faire évanoüir le ſigne radical, pour réſoudre l'équation qui vient de cet évanoüiſſement.

Je laisse donc là tout ce que l'Auteur du Mémoire ajoûte contre l'article 189 de l'*Analyse des Infiniment Petits*, & je viens à un dernier exemple dont il se sert pour renouveller & appuyer la difficulté qu'il nous a faite sur celui de l'équation $R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}$.

Ce dernier est de sa façon, & ce qu'il y a de singulier, il est tel que si cet Auteur avoit eu dessein de se réfuter lui-même & de faire un jeu de ses objections, il n'auroit pû en choisir un plus propre pour cela. Il est ici en G.

$$G \ldots y = b + \frac{\sqrt{\overline{xx - 2ax + aa - bb}^2}}{a}.$$

C'est une simple équation à la parabole, où par une petite finesse, & pour embarrasser la question, on met au bout de la quantité $xx - 2ax + aa - bb$, l'exposant 2 du second dégré, qui la feroit considérer comme élevée à la seconde puissance; & en même tems on la retient à la premiere sous le signe radical de la seconde: ainsi ôtant tout simplement ce signe d'une part, & l'exposant 2 de l'autre, dont l'un défait ce que l'autre fait, il reste $y = b + \frac{xx - 2ax + aa - bb}{a}$; ou $ay - ab + bb = xx - 2ax + aa$, équation des plus aisées à construire, comme on voit ici.

Sur l'axe AB soit décrite la parabole mAM, dont le parametre est a. Au dessus du point A, sur l'axe prolongé, soit pris $AG = b - \frac{bb}{a}$ si b est plus petit que a; mais si b est plus grand, il faut prendre $AG = \frac{bb}{a} - b$, au dessous du point A. Soit la perpendiculaire QG au point G faite $= a$; & du point Q soit menée QLP parallele à l'axe AB. Cette parallele est l'axe des y dont l'origine est au point Q, si b est plus petit que a; ou au point L, si a est plus petit que b. Cela étant fait, il est évident qu'on aura par-tout dans le premier cas BM^2 ou $Bm^2 = \overline{BG - AG} \times a = ay -$ Fig. 2.

$ab + bb$, & dans le second BM^2 ou $Bm^2 = \overline{BC + CA} \times a = ay - ab + bb$; mais PB étant $= a$, on a $BM = PM - PB = x - a$, & $Bm = Pm + PB = -x + a$; donc BM^2 ou $Bm^2 = xx - 2ax + aa = ay - ab + bb$, dans l'un & dans l'autre cas.

» Voici maintenant ce que l'on dit sur cet exemple. Il y a » des exemples où les défauts de la regle ne sont pas si grands » que dans l'exemple ; mais ils ne laissent pas d'être considé- » rables pour le systême. Si l'on cherche par exemple, » les *Maxima* & *Minima* de *y* dans l'égalité *G*, la premiere » tentative *donnera* x = a, *qui fournit un* Maximum *de* y; & la » seconde, si l'on s'avise de la faire, *donnera* x = a — *b*, *&* » x = a + *b*, *qui donnent deux* Minima *de* y. Mais *faire ces* » *deux tentatives dans cette question, ce ne seroit pas suivre la regle;* » *& ce seroit encore prendre* dy *dans une même question pour un* » *rien absolu, & pour une quantité plus grande qu'aucune quan-* » *tité; ce qui est contradictoire.*

Il n'y a rien dans la fin de ce discours dont on ne sente, & dont je n'aye déja fait voir l'absurdité. Voyons seulement ici les deux tentatives de l'Auteur; son équation est $y = b + \frac{\sqrt{\overline{xx - 2ax + aa - bb}}^{2}}{a}$ ou $ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$, dont la différentiation donne $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 2a}{a}$. En faisant la premiere tentative, c'est-à-dire, en supposant $dy = 0$, il vient $2x - 2a = 0$, & $x = a$; ce qui fournit, non un *Maximum*, comme l'Auteur le dit, mais un *Maximum* de *y*, Fig. 2. qui est *AG* dans la parabole *m A M* construite sur l'équation proposée. Par la seconde tentative, où l'on fait $dx = 0$, il vient $\frac{a}{2x - 2a} = 0$; ce qui marque, *a* étant une quantité constante & finie, qu'au point où l'on a $dx = 0$, x est infini, & un de ces *Maxima* infinis dont M. Guinée a fait la remarque dans son Mémoire de 1706. Ce ne sont donc point deux *Minima* de *y* donnés par les deux valeurs $x = a - b$;

$-b$; $x = a + b$; *Minima* qui aussi ne se trouvent point dans la parabole mAM.

Mais laissons à l'équation G, la forme qu'on lui a donnée. En la différentiant sous cette forme,

$$y = b + \frac{\sqrt{\overline{xx - 2ax + aa - bb}^2}}{a}, \text{ ou}$$

$$y = b + \frac{\sqrt{x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx 4a^3x + 4abbx + a^4 + b^4 - 2aabb}}{a},$$

il viendra

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 12axx + 12aax - 4bbx - 4a^3 + 4abb}{2a\sqrt{x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx - 4a^3x + 4abbx + a^4 + b^4 - 2aab}}$$

$= \frac{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}{axxx - 2ax + aa - bb}$; & divisant le numérateur & le dénominateur par leur diviseur commun $xx - 2ax + aa - bb$, il vient comme auparavant, par la supposition de $dy = 0$, $2x - 2a = 0$, & $x = a$.

Par la même opération, en faisant $dx = 0$, on aura $\frac{axxx - 2ax + aa - bb}{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb} = 0$, & divisant haut & bas par le commun diviseur, il viendra encore comme auparavant $\frac{a}{2x - 2a} = 0$.

Mais si ne divisant point la fraction par le commun diviseur, on fait tout simplement $dy = 2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb = 0$, il viendra $x = a$; $x = a - b$; $x = a + b$. Et de même en faisant simplement $dx = 0 = axxx - 2ax + aa - bb$, la résolution de cette égalité donnera $x = a - b$; $x = a + b$.

L'Auteur du Mémoire tombe ici dans une complication d'erreurs qu'il faut démêler, 1.° du *Minimum* de y indiqué par la valeur de $x = a$, que donne la supposition de $dy = 0$, il fait un *Maximum*. 2.° Il obmet le *Maximum* infini de x désigné par la fraction $\frac{a}{2x - 2a}$ que donne $dx = 0$. 3.° Il ne fait donner les deux valeurs de x, $a - b$ & $a + b$ qu'à la

ſuppoſition de $dx = 0$, quoiqu'elles ſoient auſſi données par la ſuppoſition de $dy = 0$. 4°. Selon lui ces deux valeurs déſignent deux *Minima* de y, au lieu qu'étant données également par les deux ſuppoſitions, elles marquent deux points de rencontre de deux branches qui ſe coupent, ou qui ſe touchent.

Mais comment ces deux valeurs ſont-elles données par les deux ſuppoſitions? Où trouve-t-on deux points de rencontre dans la parabole *mAM*? On ne les trouve pas dans cette ſimple parabole; mais ils ſe trouvent dans la courbe exprimée par l'équation élevée au quarré. Car dans la différentiation de $\sqrt{x^4 - 4a^3 + 6aaxx - 2bbx - 4a^3x - 4abbx + a^4 + b^4 - 2aabb}$, on a différentié tous les termes qui ſont ſous le ſigne; or ce ſont les termes mêmes du quarré de ce membre de l'équation G; ces termes différentiés ont formé le numérateur de la fraction différentielle; l'expreſſion radicale de ces mêmes termes non différentiés $\sqrt{x^4 - 4ax}$, &c. a formé le dénominateur; & n'ayant point eu d'égard au diviſeur commun du numérateur & du dénominateur, on a fait dy égal à la ſomme des termes du numérateur, qui eſt la ſomme même des termes qu'on auroit eus en différentiant l'équation G élevée au quarré; donc par la ſuppoſition de $dy = 0$, x a dû avoir les mêmes valeurs qu'auroit pû donner l'équation élevée au quarré. Il en eſt de même du dx; la même fraction qui exprime la valeur du dy, étant renverſée, eſt l'expreſſion de la valeur du dx; le dénominateur du dy eſt donc devenu le numérateur du dx, & l'on a fait $dx = \sqrt{x^4 - 4ax^3}$, &c. $= 0$; ainſi il eſt évident qu'en traitant cette quantité radicale, comme ſi c'étoit en effet un incommenſurable, il faut la quarrer pour avoir les valeurs de x, & par conſéquent en opérant de cette maniere, on doit trouver les valeurs que x peut avoir dans l'équation quarrée $x^4 - 4ax^3$, &c.

Je vais mettre cela ſous les yeux, en conſtruiſant l'équation G, après l'avoir quarrée. La voici donc élevée au quarré, & marquée T.

$T \ldots aayy - 2aaby + aabb = x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx - 4a^3x + 4abbx + a^4 - 2aabb + b^4$,

Pour la construire, je repete la construction de la seconde Figure ; je suppose seulement, pour la rendre plus simple, que $\frac{ab-bb}{a}$ est positif ; tout le reste demeurant de même, je prolonge indéfiniment au dessus du point Q, l'axe des y, QP, & au-dessus du point A, l'axe véritable AB ; & prenant sur ce dernier axe $GD = \frac{ab+bb}{a}$; du point D comme sommet, je décris la parabole renversée NDM qui est la même que l'autre NAM. Le point Q est l'origine des y, qui se prennent de part & d'autre de ce point sur l'axe QLP. L'équation particuliere de la parabole $MANH$ est $ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$, & celle de la renversée $MDNh$ est $-ay + ab = xx - 2ax + aa - bb$, l'une & l'autre de ces deux équations est la racine quarrée de l'équation T, qui les comprend toutes deux. Ces deux paraboles se coupent en deux points N, & M. Je cherche les valeurs de x en ces deux points ; c'est-à-dire les valeurs de LM, & de LN. Fig. 3.

Ayant pris $GD = \frac{ab+bb}{a}$, j'ai $AD = GD - AG = \frac{ab+bb-ab+bb}{a} = \frac{2bb}{a}$, & $AB = BD = \frac{1}{2} AD = \frac{bb}{a}$; ce qui me donne $GB\,(y) = \frac{ab-bb+bb}{a} = b$. Par la propriété de ces paraboles on a $BM^2 = AB \times a = DB \times a = bb$, donc $BM = b$; mais $LM\,(x) = LB + BM = a + b$, & $LN\,(x) = LB - NB = a - b$. On a donc dans ces deux points d'intersection ces deux valeurs de x, $a + b$, & $a - b$, avec celle de $y = b$.

Maintenant si nous différentions l'équation T, nous aurons $\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 12axx + 12aax - 4bbx - 4a^3 + 4abb}{2aay - 2aab} = \frac{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}{aay - aab}$; En faisant $dy = 0$, on aura $2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb = 0$,

comme dans la précédente différentiation : d'où l'on tirera aussi, comme on a fait, les trois valeurs de x, a, $a + b$, & $a - b$.

En supposant $dx = 0$, on aura $ay - ab = 0$; $y = b$; & b étant mis pour y dans l'équation, donnera les deux valeurs de x, $a + b$, & $a - b$.

Si dans l'équation $a \times \overline{ay - ab} = 0$, on substitue au lieu de $ay - ab$, sa valeur $xx - 2ax + aa - bb$, on aura immédiatement les deux valeurs de x, $a + b$, $a - b$, de même que dans la différentiation précédente; & comme on a $dx = \frac{a \times ay - ab}{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}$, si cette égalité par la substitution de $xx - 2ax + aa - bb$, au lieu de $ay - ab$, est changée en celle-ci.

$dx = \frac{a \times \overline{xx - 2ax + aa - bb}}{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}$; cette fraction qui devient $= 0$ par la supposition de $dx = 0$, étant divisée haut & bas par le commun diviseur $xx - 2ax + aa - bb$, laissera $\frac{a}{2x - 2a} = 0$; ce qui donne le *Maximum* infini de x : Ainsi tout s'ajuste parfaitement bien, & conformément à nos principes.

L'Auteur qui les combat dans son Mémoire, s'affermit ici de plus en plus dans les siens; *Si l'on délivre*, dit-il, *cette égalité* (l'égalité G) *du signe radical, il suffira de supposer* d y = 0, *pour trouver toutes les solutions du problème : Car*, ajoûte-t-il, *il suffit toûjours de faire la tentative du zero absolu pour resoudre entiérement le problème, lorsqu'il n'y a point de signes radicaux ; & même dans ce cas c'est une erreur de passer aux tentatives de l'infini, quand la premiére tentative n'a rien donné.*

C'est au contraire une source d'erreurs que ce discours ouvre aux ignorans. Est-il vrai que dans une équation délivrée des signes radicaux, *la supposition de* dy = 0, *suffise pour trouver toutes les solutions du problème?* N'y a-t-il donc plus de

Courbes à plusieurs branches qui ayent des *Maxima* ou des *Minima* en différents points ; points donnés les uns par la supposition de $dy = 0$, & les autres par celle de $dx = 0$; dy étant en effet $= 0$ dans les uns, & dx l'étant dans les autres ? Comment les trouver tous sans faire les deux tentatives ? Comment s'assûrer qu'on les a trouvés tous, quand on n'a fait que la tentative de $dy = 0$? Mais qu'on les aye tous par une seule tentative, ou du dy, ou du dx ; comment sçavoir si ces points donnent des *Maxima* ou des *Minima*, & si ce ne sont pas de simples points de concours de plusieurs rameaux ? Comment distinguer les uns des autres ? Aussi l'Auteur s'y est-il mépris lui-même, nous ayant donné dans l'exemple même qu'il propose, des points d'intersection pour des points à *Maxima* & *Minima*.

Par tout ce que nous venons d'exposer & de démontrer, on voit combien l'exemple proposé étoit propre à rendre sensible l'injustice des reproches faits au nouveau calcul. Si cet exemple est une simple équation à la parabole, comme il l'est en effet, l'équation n'étant que déguisée sous la forme des signes, sans y être engagée, le calcul y trouve tout ce qui y est, & n'y trouve rien de ce qui n'y est pas. Si l'on veut qu'elle ne puisse pas dépouiller le deguisement dont on l'a revêtue, c'est-à-dire, qu'il nous soit défendu de faire évanoüir les faux signes qu'on lui a donnés, autrement qu'en l'élevant au quarré ; alors l'inconnue qui est sous le signe, & qui s'y trouve sous la puissance que lui donneroit l'équation élevée au quarré, reçoit par les opérations de notre calcul toutes les valeurs qu'elle a en effet dans l'équation quarrée, parce que dans la suite de ces opérations on est obligé d'élever l'équation au quarré pour avoir les valeurs de cette inconnue, sans quoi on n'en tireroit aucune valeur. Enfin en quarrant d'abord l'équation, le calcul y trouve précisément les mêmes choses qu'il y avoit trouvées auparavant dans le cas précedent de la forme empruntée, mais dont par supposition on ne pouvoit la dépoüiller qu'en la quarrant. On a eu tout cela sous les yeux dans les deux figures des paraboles

décrites sur les constructions données par les équations: & il est surprenant que voulant nous prouver qu'une équation sous les signes radicaux, laquelle nous supposons n'être qu'une des racines de l'équation dégagée des signes, contient tout ce que contient l'équation entiere & dégagée; il est surprenant, dis-je, que voulant nous le prouver, on nous présente pour cela l'exemple *G*, comme si dans une seule parabole on devoit trouver tout ce qui se trouve dans une figure de plusieurs combinées ensemble, ou répétées en différentes positions.

Il seroit fatiguant d'appuyer davantage sur cela: nous lâcherons donc ici l'auteur du Mémoire glissé parmi ceux de 1706. mais nous nous servirons de son exemple *G* pour les observations que nous allons ajoûter, & qui sans apprendre rien de nouveau, ne laisseront peut-être pas de meriter quelque attention.

Je remarque donc que l'équation *T* peut être considérée, non-seulement comme le quarré de l'équation *G*.... $ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$; mais aussi comme le produit de ces deux *V*.....$ay - ab = xx - 2ax + 2bx + aa - 2ab + bb$, & *X*....$ay - ab = xx - 2ax - 2bx + aa + 2ab + bb$. Car ces deux équations multipliées l'une par l'autre, en conservant le signe d'égalité entre les deux membres, rendent précisément l'équation *T* que l'on voit construite dans la figure 3[me].

Mais cette construction est bien différente de celle que donneront les mêmes équations, si on les multiplie après avoir fait passer toutes les quantités qui les composent, d'un côté du signe d'égalité, & avoir mis o de l'autre; c'est la forme que les équations doivent recevoir, pour que leur produit donne tout ce qu'elles peuvent donner. Ainsi les équations *V* & *X* étant mises sous cette forme, on aura *V*... $xx - 2ax + 2bx - ay - ab + aa + bb = 0$. & *X*... $xx - 2ax - 2bx - ay + 3ab + aa + bb = 0$. Et la multiplication de l'une par l'autre, donnera au lieu de l'équation *T*, l'équation *Y*.

$$Y \ldots x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + aayy + a^4 = 0.$$
$$+ 2abxx - 4aabx - 2aaby + 2a^3b$$
$$- 2bbxx - 4abbx - 2a^3y - aabb$$
$$- 2ayxx + 4aayx - 2abby + 2ab^3$$
$$+ b^4$$

Les deux équations produiſantes donnant la même parabole, avec cette différence que dans la premiere, l'axe eſt un diametre éloigné du véritable axe, d'une diſtance $= a - b$; & dans la ſeconde, l'axe eſt un diametre éloigné de l'axe véritable d'une diſtance $= a + b$; l'équation Y compoſée de ces deux, doit auſſi donner la même parabole répétée, c'eſt-à-dire, deux paraboles qui ne different que dans la poſition, étant poſées à la diſtance l'une de l'autre de la valeur $2b$. En voici la conſtruction.

MSm, NAn, ſont la même parabole dont le parametre eſt a. Fig. 4. SB, AC ſont les axes veritables, S & A les origines de ces axes ou les ſommets des paraboles; AG, ou SR, ou LQ a été pris $= b$; GQ, ou $AL = a + b$; GR ou $AS = 2AG = 2b$; ainſi la droite QLP eſt l'axe des y de l'équation, produite par la multiplication des deux, & le point Q en eſt l'origine.

Car il eſt évident qu'ayant pat exemple, $Bm^2 = a \times \overline{BR - SR} = ay - ab$; & Bm étant $= BP\,(a - b) + PM\,(-x)$. On a $Bm^2 = \overline{a - b - x}^2 = aa - 2ab - 2ax + 2bx + bb + xx$; On a donc $xx - 2ax + 2bx + aa + bb - 2ab = ay - ab$; ou, $xx - 2ax + 2bx - ay - ab + aa + bb = 0$. Premiere équation produiſant V. Et de même $BM = PM - PB = x - a + b$, dont le quarré eſt le même que celui de $a - b - x$, & par conſéquent ayant encore ici $BM^2 = a \times \overline{BR - SR}$, on aura $xx - 2ax + 2bx + aa + bb - 2ab = ay - ab$, ou, &c.

De même encore par rapport à la parabole NAn, on a deux ordonnées, PN, & Pn; $NC = PC - PN = a + b - x$;

& $Cn = Pn - PC = x - a - b$; ainsi CN^2 & Cn^2 donnent le même quarré $xx - 2ax - 2bx + aa + bb + 2ab$; mais tant CN^2 que $Cn^2 = \overline{CG - AG} \times a$, $= ay - ab$; donc $xx - 2ax - 2bx + aa + bb + 2ab = ay - ab$, ou &c. seconde équation produisant X.

Si l'on différentie l'équation Y pour avoir le rapport des différences, il viendra

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx + 2abx - 2ayx + 2aay - 2aab - 2a^3 + 2abb}{axx - 2aax - aay + aab + a^3 + abb}.$$

En faisant $dy = 0$, on aura $x^3 - 3axx + 3aax - bbx + abx - ayx + aay - aab - a^3 + abb = 0$; & au lieu des quantités $abx - ayx + aay - aab$, ou $\overline{-x + a} \times \overline{ax - ab}$, mettant leur valeur par le moyen de l'équation V, il restera, après avoir effacé tout ce qui se détruit par des signes contraires, $-2bxx - 2bbx + 4abx - 2aab + 2abb = 0$, ou $\begin{array}{l} xx - 2ax + aa = 0 \\ \quad\;\; + bx - ab \end{array}$, équation qui donnera ces deux valeurs de x, sçavoir $x = a$, & $x = a - b$. Et en se servant de l'équation X pour la substitution, il restera $2bxx - 2bbx - 4abx + 2aab + 2abb = 0$, ou $\begin{array}{l} xx - 2ax + aa = 0 \\ \;\; - bx + ab \end{array}$, d'où l'on tirera $x = a$, & $x = a + b$. Voilà donc trois valeurs de x données par la supposition de $dy = 0$, a, $a - b$, & $a + b$.

Celle de $dx = 0$, rendra le dénominateur $axx - 2aax - aay + aab + a^3 + abb = 0$, ou $xx - 2ax - ay + ab + aa + bb = 0$; & y substituant l'une ou l'autre des valeurs de $-ay + ab$, données par les deux équations V & X, il ne restera que $-bx + ab$, ou $+bx - ab = 0$, ce qui donne $x = a$.

Si l'on met pour x sa valeur a dans le dénominateur rendu $= 0$, on aura $y = b + \frac{bb}{a}$; valeur de y qui vient aussi par la substitution de a pour x dans l'équation Y. Dans laquelle

laquelle auſſi les valeurs de x, $a-b$, & $a+b$, étant ſubſtituées, donnent toutes deux $y=b$.

$dx=0$, & $dy=0$, donnant également a pour la valeur de x, le point où l'on a $x=a$, eſt un point de rencontre de deux branches; & c'eſt en effet dans la Fig. 4. le point D, où ſe coupent les deux branches SD, AD, & où l'on a auſſi $x=a$, & $y=b+\frac{bb}{a}$; mais la ſuppoſition de $dy=0$ donnant ſeule les deux autres valeurs de x, $a-b$, $a+b$, elles indiquent deux points à *maxima* ou *minima*, & ce ſont dans la Figure le point S & le point A; au premier on a pour x $LS=a-b$; au ſecond on a LA pour $x=a+b$; & ils donnent chacun un *minimum* égal à leur commun $y=b$.

Je ne me ſuis pas tant arrêté à ce détail, pour faire voir la juſteſſe de notre calcul, que pour mieux faire ſentir quels changemens apportent aux conſtructions les différens produits de deux équations de courbe multipliées différemment l'une par l'autre, & combien on ſe tromperoit ſi l'on regardoit comme indifférentes des différentes manieres de les multiplier. Je le vais montrer encore dans l'élévation au quarré de l'équation propoſée, G.... $ay-ab=xx-2ax+aa-bb$; l'équation T, & la conſtruction de la Fig. 3. ſont venues, en quarrant le premier membre d'un côté, & le ſecond de l'autre. Si l'on fait paſſer $-bb$ dans le premier membre, on aura $ay-ab+bb=xx-2ax+aa$; & quarrant ſéparément l'un & l'autre membre, il viendra l'équation Z.

$$Z.\ \begin{array}{l} aayy-2aaby+b^4=x^4-4ax^3+6aaxx-4a^3x+a^4, \\ \quad +2abby-2ab^3 \\ \qquad\qquad +aabb \end{array}$$

dont les deux racines quarrées ſont les deux équations ſuivantes Δ, Φ;

Δ... $ay-ab+bb=xx-2ax+aa$;

Φ... $ay+ab-bb=xx-2ax+aa$.

L'équation Z, qui comprend ces deux équations comme ſes racines, ne donnera pas la conſtruction de la Fig. 3. mais

Fig. 5. celle qu'on voit dans la Fig. 5. où l'on a pris, comme dans l'autre, $AG = \frac{ab - bb}{a}$; & $GQ = a$; mais qui en eſt différente, en ce qu'ici les deux paraboles ſe touchent à leurs ſommets, au lieu que là, le ſommet D de l'une eſt au-deſſous du ſommet A de l'autre à la diſtance $= \frac{2bb}{a}$; ce qui fait trouver dans cette Figure deux points d'interſection, où l'on a $x = a - b$, & $x = a + b$, au lieu que dans celle-ci on n'a qu'un point d'attouchement donné par $x = a$.

Une équation quelconque à la parabole étant donnée, les différentes manieres de l'élever au quarré donneront toûjours la même parabole, & ne changeront que les poſitions. Je dis la même choſe de deux différentes équations à la même parabole, de quelque maniere qu'on les multiplie l'une par l'autre : l'équation composée qui en réſultera, donnera toûjours la même parabole, & il n'y aura de changé dans les conſtructions que les poſitions.

Mais ſi les deux équations données ſont à différentes paraboles, & que l'on ne faſſe point paſſer toutes les quantités d'un côté, en mettant zero de l'autre, l'équation composée des deux par la multiplication, ne rendra ni l'une ni l'autre des deux équations données, mais elle en donnera une différente, & répétée en différente poſition.

Soient données, par exemple, $yy = ax$, & $yy = bx$; ſi on ne les multiplie l'une par l'autre qu'après leur avoir donné cette forme, $yy - ax = 0$, $yy - bx = 0$, la multiplication produira l'équation composée, $y^4 \begin{matrix} - axyy \\ - bxyy \end{matrix} + abxx = 0$, qui renferme les deux produiſantes comme ſes racines ; car il eſt évident, de même que dans les équations déterminées, que par la ſubſtitution ſoit de ax, ſoit de bx pour yy, tout ſe détruira dans l'équation composée.

Mais ſi ſans obſerver ce que je viens de marquer, on multiplie tout ſimplement $yy = ax$, par $yy = bx$, il viendra $y^4 = abxx$, équation qui ne donnera ni l'une ni l'autre des

deux qu'on a multipliées de cette sorte, mais une différente & double dans une position renversée ; car il est visible que la racine quarrée de cette équation y^4, &c. n'est ni $yy = ax$, ni $yy = bx$, mais $yy = x\sqrt{ab}$; ce qui donne une parabole dont le parametre n'est ni a, ni b, mais $\sqrt{ab}$. Au reste ce que je ne dis ici que des paraboles, s'étend aux autres courbes, & même à celles qui ont essentiellement plusieurs branches exprimées en particulier par des équations radicales, à l'égard desquelles équations radicales, pour avoir la courbe entiere par la multiplication des unes par les autres, il faut observer notre regle.

Je finirai ce Mémoire par l'exemple sur cela de notre courbe à quatre branches, dont l'équation est

$$\begin{aligned} y^4 - 8y^3 + 16yy &+ 48xy + 4xx = 0. \\ - 12xyy &- 64x \end{aligned}$$

Ses racines, comme on a déja vû, sont

$$O \ldots y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$P \ldots y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$Q \ldots y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

$$R \ldots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

Si l'on multiplie l'une par l'autre ces quatre branches, en laissant ainsi y d'un côté du signe d'égalité de l'équation radicale, & sa valeur en x de l'autre côté, il viendra l'équation $\omega \ldots y^4 = aaxx - 8a^3x$ (en mettant a pour 2) & cette équation exprime une courbe différente de celle de l'exemple A. Car la courbe exprimée par l'équation ω, est une parabole quarrée, ou plutôt deux paraboles quarrées, opposées comme les deux hyperboles ordinaires, & l'axe intercepté entre leurs sommets est égal à $8a$. Fig. 6.

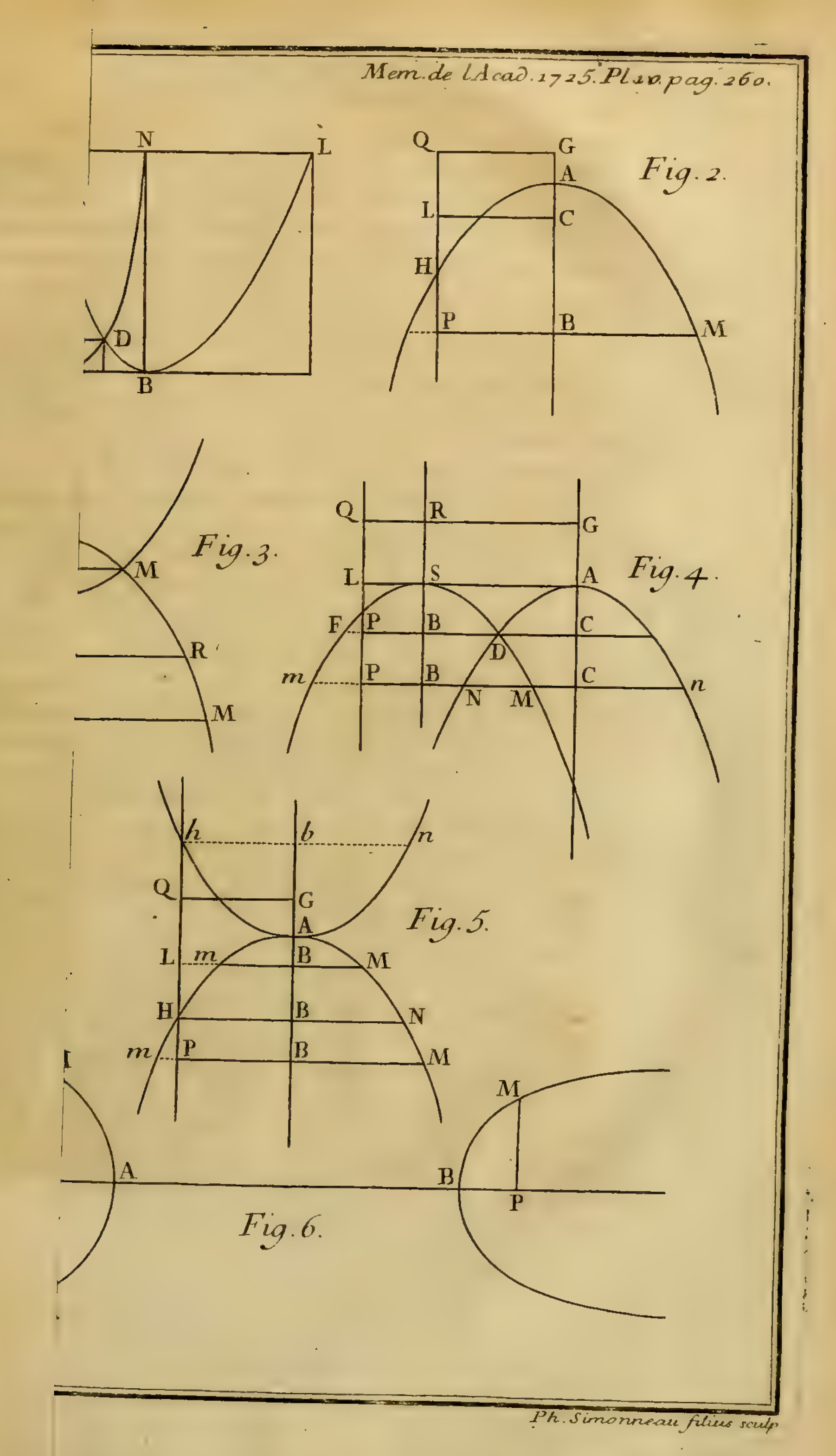
Si l'on ôte le terme $8a^3x$, il reste $y^4 = aaxx$, qui est la parabole ordinaire, dont l'équation ayant été quarrée, donne cette courbe en deux positions renversées, ensorte que les deux paraboles égales se touchent par leurs sommets.

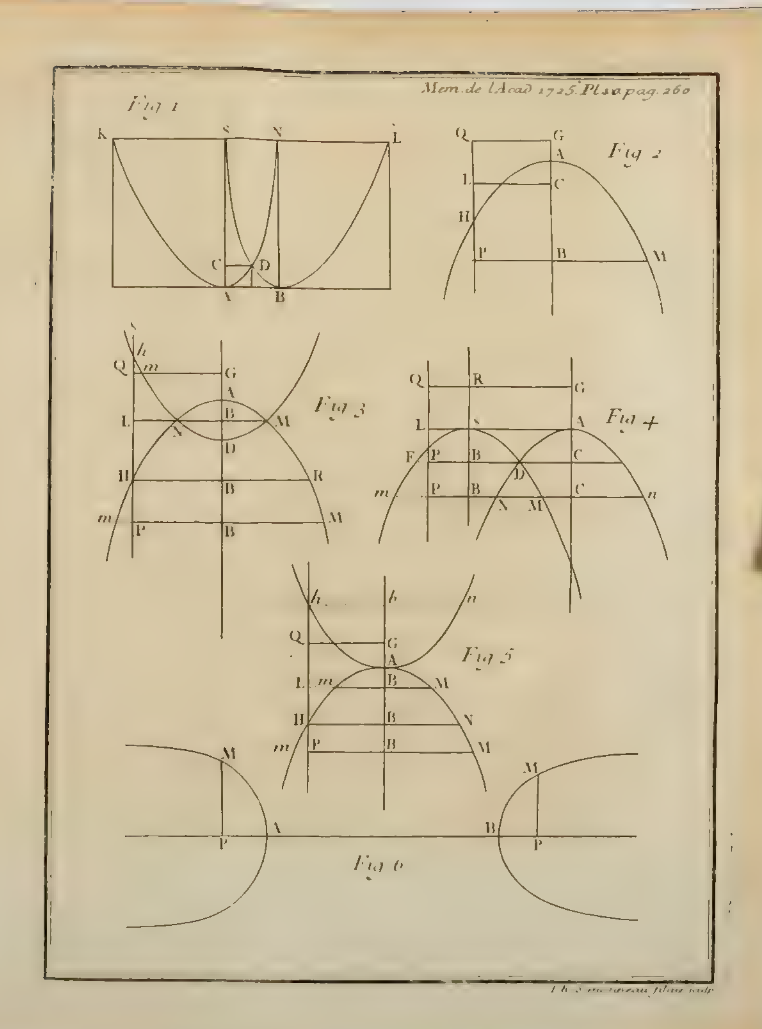
Pour décrire la courbe exprimée par $y^4 = 4aaxx - 8a^3$,

je tire de cette équation $yy = a\sqrt{xx - 8ax} = a \times \sqrt{x \times \overline{x - 8a}}$; ensuite sur la droite AB, produite indéfiniment de part & d'autre, & dont je fais l'axe des x, je prends $AB = 8a$, & nommant AP, x, je prends d'abord la moyenne proportionnelle entre AP (x) & BP ($x - 8a$); cette moyenne proportionnelle est $\sqrt{x \times \overline{x - 8a}}$; puis je prends encore une moyenne proportionnelle entre celle-ci & la droite donnée a; cette derniere moyenne proportionnelle sera $\sqrt{a \times \sqrt{x \times \overline{x - 8a}}} = y$; & par conséquent $yy = a \times \sqrt{x \times \overline{x - 8a}}$, ou $y^4 = aaxx - 8a^3x$, équation que j'avois à construire.

SUITE
DES E'CLAIRCISSEMENS
SUR LA
CIRCULATION DU SANG
DANS LE FOETUS
Par M. WINSLOW.

QUOIQUE l'*Ecrit de M. Rouhault sur la circulation du sang dans le fœtus*, ne se trouve pas imprimé dans les Mémoires de l'Académie, ayant été publié par lui-même en Italien, peu de tems après qu'il l'eut envoyé ici; j'ai crû cependant devoir faire mes remarques sur le manuscrit qui a été lû dans l'Académie, & mis dans ses Registres, d'autant qu'il est en François, qu'il contient un article qui me regarde nommément, & qu'il sera peut-être quelque jour imprimé tel qu'il a été envoyé. J'en suivrai le plan naturel que j'en ai donné dans mon dernier Mémoire, où je l'ai simplement divisé en huit articles, dont les quatre derniers sont marqués dans l'Ecrit même, sous des titres particuliers.


N
L
D
B
Q
G
A
Fig. 2.
L
C
H
P
B
M
Fig. 3.
M
R
M
Q
R
G
L
S
A
Fig. 4.
F
P
B
C
D
m
P
B
C
n
N
M
h
b
n
Q
G
A
Fig. 5.
L
m
B
M
H
B
N
m
P
B
M
M
A
B
P
Fig. 6.


Fig. 1
K
S
N
L
C
D
A
B
Fig. 2
Q
G
A
L
C
H
P
B
M
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

I. *Article Préliminaire.*

« M. Rouhault avance d'abord que l'on trouve dans Harvé » & ses sectateurs, aussi-bien que dans M. Mery, que l'artere » de communication & le trou ovale, n'ont été faits que parce » que le fœtus ne respiroit pas. Là-dessus il dit : Et moi je » crois que l'artere de communication & le trou, n'ont été » formés que pour developper tous les vaisseaux du Fœtus, & » pour le disposer à la circulation qui doit se faire en lui, » lorsqu'il respireroit.

» M. R. ajoûte, que ces mêmes Auteurs ne voulant point » abandonner leurs préjugés, assûrent que le Fœtus ne respi- » rant pas, la nature avoit abrégé la circulation à une partie » de la masse du sang. Et moi, répond-t-il à cela, j'espere dé- » montrer, que si la circulation est abrégée à une partie de la » masse du sang, elle est augmentée dans le même instant à » une pareille quantité de cette même masse.

» M. R. finit ces préliminaires, en disant que l'obstination » a tellement succédé aux préventions, que les mêmes obser- » vations & les mêmes expériences de part & d'autre, se sont » trouvées contradictoires, quoique vraies, & que quelques- » uns ont apporté des faits pour confirmer leurs idées, quoi- » que ces faits ne fussent nullement favorables à leurs opinions. Il cite deux exemples pour prouver ce qu'il avance; l'un de M. Mery sur le cordon ombilical, & l'autre de M. Tauvry sur l'ouverture d'un chien vivant.

Remarque. Je laisserai ces deux exemples, comme ne regardant pas directement mon objet actuel, pour une autre occasion. A l'égard de ce que M. R. dit de Harvé, de M. Mery, de son propre sentiment, & enfin des observations & des expériences contradictoires, j'en parlerai ci-après dans les articles particuliers. Je me contenterai à présent de faire remarquer que Harvé, Louver & d'autres ont déja fait assez entendre, que la circulation du sang dans le Fœtus étant abrégée par les passages de communication du Cœur & de ses vaisseaux, est en même tems augmentée & allongée par

la grande étendue des vaisseaux ombilicaux & par leurs ramifications considérables dans le Placenta.

II. *Description des parties du Cœur, &c.*

M. R. donne une description assez ample, mais qui ne nous apprend rien de nouveau des parties dont il s'agit. Il » avertit qu'il se sert des faits vérifiés à l'Académie, & qu'il y » ajoûte quelques particularités qu'il croit n'être pas inutiles » pour éclaircir la question. Après avoir parlé de l'inégalité des » oreillettes en capacité & en grandeur dans le Fœtus, je les » divise, dit-il, en sacs & en oreillettes. Il fait ensuite un détail comme neuf de leurs fibres.

Remarque. La division en sacs & en oreillettes, qui paroît une des particularités de M. R. a été long-tems mise en usage par feu M. Rau Professeur d'Anatomie à Leyde, & successeur du fameux Bidloo. Leurs fibres ont déja été connues il y a long-tems, & M. Duverney en a fait une belle démonstration à la Compagnie, dans le tems que M. R. y étoit encore, comme j'ai dit dans mon dernier Mémoire.

M. R. dit, en parlant du trou de communication & de » sa membrane, qu'il importe peu que cette membrane soit » partie inférieure de la cloison des oreillettes selon M. Mery, » ou qu'elle soit valvule selon Harvé & ses sectateurs.

Remarque. Cette membrane est toûjours en quelque maniere dans le Fœtus une partie de la cloison des oreillettes, & elle l'acheve d'une maniere particuliere dans l'adulte. Mais elle ne peut pas être vraie valvule, par la raison que j'ai apportée dans mon premier Mémoire, & à laquelle personne n'a répondu.

» M. R. dit avoir observé, par un grand nombre d'expé» riences, que cette membrane avance plus ou moins sur l'ou» verture, selon que le Fœtus est plus ou moins éloigné du » terme ordinaire de sa naissance.

Remarque. Cette observation a déja été faite par M. Mery.

» M. R. dit avoir trouvé entre les deux membranes, dont

» la valvule eſt compoſée, quelques fibres charnues qui ſe
» portent de ſa partie inférieure vers la ſupérieure.

Remarque. M. Mery a déja fait mention de différentes fibres de cette valvule dans ſon Traité *du Fœtus*, pag. 13, 22, 37, de même que M. Vieuſſens dans ſon Traité *du Cœur*; & M. Duverney les a montrées à la Compagnie il y a longtems, comme j'ai dit dans mon dernier Mémoire.

» M. R. dit que le Cœur dans ſa ſyſtole ou contraction ſe
» raccourcit, & que dans la diaſtole ou dilatation il reprend ſa
» longueur naturelle.

Remarque. Je ne comprend pas comment pluſieurs Phyſiciens ſont tombés dans cette erreur; car ſans parler des expériences ſur des animaux diſſéqués en vie, la ſeule ſtructure du Cœur & l'arrangement de ſes fibres montrent tout le contraire, comme l'avoit déja particulierement remarqué Borelli.

» M. R. avertit qu'il eſt d'une grande importance de ſçavoir
» que la portion du ſang, qui dans la diaſtole du Cœur n'a pas
» paſſé au de-là des valvules dans les ventricules, eſt repouſſée
» dans les oreillettes par les valvules ſoûlevées dans la diaſ-
» tole, & cela par trois fois plus de force par le ventricule
» gauche que par le ventricule droit; la force du ventricule
» gauche étant à celle du ventricule droit comme 3 à 1.

Remarque. Comme cette importance regarde le fond du ſyſtème particulier de M. R. j'en parlerai exprès dans le VIII. article ci-après.

M. R. finit ce II article par la deſcription de la valvule d'Euſtachius, qu'il rapporte tout au long, telle que je l'ai donnée dans mon Mémoire de 1717. avec ce que j'y ai avancé ſur ſon uſage. Il me fait ici l'honneur de dire qu'elle eſt fort exacte, & en parle d'une maniere très-obligeante. Il l'a traduite dans ſon Edition Italienne, où il n'a pas trouvé à propos de me nommer. A l'égard de ſon uſage, j'en ai parlé autrement dans mon dernier Mémoire, que dans celui de 1717.

A cette occaſion, je me ſouviens que lorſque je fis la premiere fois la démonſtration de cette valvule à l'Académie,

feu M. Mery dit qu'il lui sembloit avoir déja vû quelque chose de semblable. J'ai vû après sa mort qu'il avoit raison, car dans quelques-unes des préparations seches des cœurs soufflés, qu'on a trouvés dans son cabinet, cette valvule paroît assez distinctement, mais tellement retirée & rétrécie qu'il n'est pas étonnant qu'il n'y eût pas fait assez d'attention.

III. *Différentes démonstrations des mêmes parties.*

M. R. voulant examiner pourquoi les mêmes parties qui ont été démontrées à Mrs. les Commissaires, proposés par » l'Académie, se sont trouvées très-différentes: La prévention, » dit-il, dans laquelle M. Mery étoit en faveur de son opinion, » qu'il croyoit incontestable, est cause qu'il n'a pas fait atten- » tion que l'on a pû opposer des Cœurs de Fœtus, non-seule- » ment plus âgés, mais encore de Fœtus qui avoient respiré. M. R. rapporte ensuite plusieurs différences qui dépendent de ces circonstances, par rapport au trou ovale, à l'artere de communication, au tronc de l'aorte, &c.

Remarque. Il paroît par les Mémoires & les autres écrits de M. Mery, qu'il avoit toûjours eu attention à ces différences. D'ailleurs si la chaleur de contestation l'avoit empêché d'y songer dans un tems, elle auroit aussi pû causer la même inattention à ses adversaires dans un autre, comme il arrive souvent en pareilles rencontres, ou l'on ne peut s'accuser de part ou d'autre que de ce défaut d'attention.

IV. *Préparations seches & fraîches.*

M. R. examine ici si les préparations de M. Mery sont préférables à celles de ses adversaires. Il donne la méthode de M. Mery, qui est de bien laver le Cœur & ses vaisseaux, du sang qui peut être resté dans leurs cavités, de débarrasser les vaisseaux des membranes qui ne leur appartiennent point, de faire après cela la ligature à tous les vaisseaux du Cœur & des oreillettes, excepté à un que l'on laisse ouvert, pour y introduire une quantité suffisante d'air, qui puisse gonfler & étendre les oreillettes, les ventricules & les vaisseaux; ensuite de

lier

lier ce vaiſſeau comme les autres, & laiſſer bien ſécher le cœur, après quoi on ouvre les oreillettes. » Il ne croit pas que » par cette méthode, les parties ſoient tendues au-delà de l'état » naturel, & que la grandeur de l'ouverture du trou ovale, &c. » en ſoit l'effet; parce que, dit-il, M. Mery auroit trouvé le » trou ovale également ouvert dans différens âges, ce qu'il n'a » pas fait. M. R. ajoûte, qu'il eſt impoſſible de le faire, l'ayant » lui-même tenté pluſieurs fois inutilement dans le cœur des » fœtus qui avoient reſpiré. Il dit que le trou ovale devroit reſ- » ter également découvert dans tous les cœurs qui auroient » été préparés de cette maniere, de quelque âge que fuſſent » les fœtus, ſi l'ouverture du trou ovale dépendoit ſeulement » de l'exſiccation de la valvule; ce qui n'eſt pas probable, » continue-t-il, puiſque le trou ovale, par de telles prépara- » tions, reſte tantôt plus tantôt moins découvert, ſelon les » différens âges des fœtus.

» A l'égard des préparations fraiches, M. R. avoue qu'il » n'eſt pas de l'avis des adverſaires de M. Mery, qui les pré- » ferent comme étant les plus fideles & les plus certaines, at- » tendu que le mouvement des doigts peut faire paroître dans » un ſujet une différence, qui naturellement ne s'y rencontre » point. Il cite à cette occaſion un exemple. M. Duverney, » dit-il, apporta à l'Académie un cœur de veau, où le trou » ovale étoit encore ouvert, & fit voir à la Compagnie com- » bien la valvule paſſoit au-delà du bord ſupérieur du trou ova- » le. Je pris ce même cœur, continue-t-il, & le tenant de la » même maniere qu'il avoit fait, je fis voir, que quoique le trou » ovale reſtât entiérement recouvert de la valvule, cependant » elle ne s'étendoit pas auſſi loin que l'avoit montré M. Duver- » ney. Comme nous étions, ajoûte-t-il, tous deux dans la » bonne foi, & que dans le même inſtant, & ſur la même » piece nous faiſions voir des faits ſi différens, on peut ſoup- » çonner qu'il aura coulé à l'extrémité des doigts de l'un & de » l'autre, un peu de prévention, &c.

» Enfin M. R. conclut, qu'après ce qu'il vient de dire, on » peut facilement juger, laquelle des deux préparations peut

» être la plus fidele, & par conséquent celle sur laquelle on
» peut le plus compter, ou sur celle qui est faite par l'air, dont
» celui qui l'a introduit, n'est plus le maître; ou sur l'autre, qui
» étant souple & pliante & entre les doigts de celui qui dé-
» montre, peut prendre l'arrangement qu'il plaira lui donner.

Remarques. Le trou de communication, & la membrane valviforme, perdent toûjours leur état naturel & leur vraie conformation, par les préparations seches. Le vent qu'on a introduit & renfermé dans les oreillettes, les ventricules & les vaisseaux, en tient à la vérité les parois toûjours écartés, & en empêche le retrécissement, qu'une exsiccation simple y causeroit: mais ce vent renfermé n'empêche pas le retrécissement des parties qui tiennent aux parois, & qui par l'exsiccation se retirent vers la circonférence de ces mêmes parois. Sans aller plus loin, on n'a qu'à examiner les mêmes cœurs ainsi préparés. On y verra les valvules sigmoïdes toutes retrécies par leurs bords, retirées vers la circonférence des parois des arteres, & entierement défigurées. On y verra aussi les valvules triglochines très-changées. La même chose arrive au pylore, aux valvules conniventes des intestins, à la valvule du colon, aux valvules des veines, à celles du canal thorachique, &c. Toutes ces parties étant soufflées & séchées, quand on les ouvre ensuite, on y trouve tout retréci & retiré vers les parois, principalement les valvules, qui de voûtées, larges & profondes qu'elles étoient dans leur état naturel, sont devenues plattes, retrécies, & échancrées.

Dans les préparations seches de feu M. Mery, que M. son fils m'a confiées, on le voit assez. On y voit de plus, tantôt le ventricule gauche plus distendu que le droit, tantôt le droit plus que le gauche, tantôt l'un & l'autre également dilatés, indépendamment de la différence qui pourroit dépendre de l'âge. Ces cœurs ainsi soufflés & séchés, ont encore un autre grand défaut, en ce qu'ils représentent en même-tems la dilatation ou diastole des oreillettes & des ventricules: car les oreillettes n'étant dilatées dans leur état naturel que pendant la contraction des ventricules, il faut nécessairement que dans

les préparations feches où tout eft dilaté, l'ouverture des oreillettes vers les ventricules foit très-différente de celle qui eft naturelle. En un mot toutes ces fortes de préparations feches font très-défectueufes, très-féduifantes, & ne peuvent jamais donner une vraie idée de l'état naturel, ni décider de rien. Elles peuvent tout au plus fervir de repaire & à rappeller la mémoire de ceux qui en ont bien examiné les parties dans leur état naturel.

La valvule d'Euftachius dans les cœurs préparés par M. Mery, dont j'ai parlé ci deffus, en eft une preuve; il ne l'avoit pas vûe dans les cœurs frais, & dans les fecs elle ne l'avoit pas frappé.

A l'égard de la penfée de M. Rouhault, que par la méthode de M. Mery, les parties ne foient pas tendues au-delà de l'état naturel, elle n'eft pas bien fondée. Car premierement on ne peut féparer le tronc de l'artere pulmonaire d'avec celui de l'aorte, fans entamer & fendre la tunique externe ou commune de l'une & de l'autre, & par là ils prêtent trop à l'effort du vent renfermé. Secondement, les ventricules étant beaucoup plus épaiffes que les oreillettes, ils fe retréciffent beaucoup plus qu'elles par l'exficcation, & par confequent à mefure qu'ils fechent, ils chaffent le vent renfermé & le pouffe dans les oreillettes, qui étant en partie très-minces, deviennent plus tendues & gonflées.

Les raifons & les expériences que M. R. allégue pour croire que dans les cœurs ainfi préparés, la grandeur de l'ouverture n'eft pas un effet de l'exficcation, n'ont pas lieu ici. Car on conviendra facilement avec lui, que ces préparations feches n'empêchent pas la grandeur de l'ouverture de refter toûjours en quelque maniere proportionnée à l'âge : mais il ne prouve ni peut prouver ou démontrer par-là, que le trou eft ouvert, ou pour mieux dire, découvert dans l'état naturel pendant la diaftole ou dilatation des oreillettes.

La valvule ou membrane valviforme dans l'état naturel, hors le tems de dilatation, eft lâche, flottante, & plus ou moins voûtée, au lieu que dans la dilatation des oreillettes

& de leur cloison, par la plénitude du sang, elle est tendue arrêtée & applatie, desorte qu'elle couvre plus ou moins l'ouverture de la cloison, & son bord de courbé qu'il étoit, devient plus ou moins droit. Par l'exsiccation, le bord de la valvule se retire vers le fond, & par-là elle devient comme échancrée. C'est cette échancrure non naturelle qui fait trouver le trou ouvert dans les cœurs soufflés & séchés. Ainsi ce n'est pas tant la grandeur de l'ouverture, que l'ouverture même, qui est un effet de l'exsiccation. Il seroit à souhaiter que dans les cœurs tout récemment préparés, selon la méthode de M. Mery, les oreillettes fussent assez transparentes pour qu'on y pût observer l'état du trou & de la valvule avant l'exsiccation.

Les préparations fraiches, selon l'avis de M. R. sont aussi sujettes à caution, par rapport aux différences que le manîment des doigts y peut faire paroître. Je l'avoue de même en partie, & je me suis étendu là-dessus dans mon Mémoire sur la situation des visceres, & dans celui sur la valvule de l'orifice de la veine-cave inférieure ou valvule d'Eustachius. C'est pourquoi aussi je condamnai sur le champ moi-même la premiere démonstration que je fis à l'Académie, de l'obliquité du médiastin, parce que M. Mery me demanda si j'étois assûré de ne l'avoir pas occasionnée par le manîment de mes doigts, sans y avoir fait attention; & j'en fis une seconde. Ainsi l'exercice, l'adresse, l'examen, l'attention & la patience peuvent prévenir ces inconvéniens & y remédier. Mais l'exsiccation exclut ces moyens presque par-tout. Les parties qui sont flottantes & sans fermeté, principalement les petites, ne peuvent jamais être bien démontrées sans être mises dans de l'eau très-claire, comme j'ai dit ailleurs. Il faut surtout observer, après avoir examiné quelque partie séparément & hors de sa place, qu'il est très-nécessaire de l'examiner encore dans sa place avec beaucoup de soin, pat rapport à sa connexion avec d'autres parties; ce qui fait souvent une très-grande différence.

Dans le récit que M. R. fait ici de la démonstration de

M. Duverney & de la sienne, sur un même cœur, il me semble qu'il ne devoit pas dire simplement qu'il tenoit ce cœur de la même maniere que M. Duverney; car il est bien vrai que la différence, quoique peu considérable, qu'il a montrée dans l'étendue de cette valvule, dépendoit de quelque différence dans le manîment de ses doigts.

V. *Circulation du Sang dans le Fœtus, selon Harvé.*

» M. R. avoit dit au commencement de son Ecrit, que l'on » trouve dans Harvé & dans ses sectateurs, que l'artere de » communication & le trou ovale n'ont été faits que parce » que le fœtus ne respiroit pas. Dans cet article particulier, il » s'explique ainsi : Comme le fœtus renfermé dans le sein de » sa mere, est privé de respiration, la nature selon Harvé & » ses sectateurs, a abrégé en lui la circulation par le moyen du » trou ovale & du canal de communication. Il les combat en» suite par des raisonnemens sur la quantité d'air contenu dans » le sang du fœtus, & il conclut en ces termes : Je crois pou» voir dire que ces passages ont d'autres usages que celui d'a» bréger la circulation à une partie du sang du fœtus, parce » qu'il ne respire pas, ce que j'espere prouver ci-après. «

Remarque. Premierement, Harvé & ses sectateurs ont bien avancé que ces passages sont faits pour abréger, &c. mais on ne trouve ni dans Harvé ni dans plusieurs de ses sectateurs, principalement les premiers, que ces passages n'ont été faits que pour cela, & qu'ils ne peuvent avoir autres usages que cet abrégé. Secondement, ces Auteurs en disant que c'est pour abréger la circulation, &c. dans un fœtus qui ne respire pas, n'ont point du tout parlé de l'air en particulier, mais simplement de l'état d'inaction des organes de la respiration, par lequel état la poitrine reste toûjours resserrée & immobile, les poulmons sont continuellement ramassés & en petits volumes, leurs vaisseaux comprimés, repliés, raccourcis, & par conséquent incapables d admettre autant de sang que dans l'état de respiration, par lequel les poulmons se dégagent & se dilatent, & leurs vaisseaux se déploient & acquierent plus de diametre.

„ M. R. rapporte enſuite, que Harvé & ſes ſectateurs, pour „ prouver leurs ſentimens, alléguent la diſpoſition du trou „ ovale à la partie inférieure de la cloiſon dans l'oreillette droi- „ te, la ſituation de la valvule ſur ce trou dans l'oreillette gau- „ che, & la direction du ſang de la veine cave inférieure vers „ le trou ovale. Et enfin, dit-il, ils ajoûtent que le canal de „ communication n'a été formé que parce que les poulmons „ étant affaiſſés, & leurs vaiſſeaux repliés en mille manieres, „ ils ne ſont pas en état de donner paſſage à toute la quantité „ du ſang qui eſt pouſſé par le ventricule droit dans le tronc „ de l'artere pulmonaire.

„ M. R. laiſſe la diſpoſition du trou & la ſituation de la val- „ vule, & paſſe à la direction du ſang de la veine cave in- „ férieure, à laquelle il prétend trouver des obſtacles, tant „ dans la ſyſtole que dans la diaſtole des oreillettes. Il prétend „ que dans leur ſyſtole ou contraction, la valvule ferme le „ trou, & que par cette contraction le ſang de l'oreillette gau- „ che pouſſe la valvule fortement contre la cloiſon, en même „ tems que celui de l'oreillette droite pouſſe la cloiſon contre „ la valvule, deſorte qu'il ne paſſe point de ſang de l'une à „ l'autre par le trou ovale dans cet état. Il veut que dans la „ diaſtole ou dilatation des oreillettes, le trou ſoit ouvert, & „ que cependant le ſang de la veine-cave inférieure, malgré „ ſa direction vers ce trou, ne peut point paſſer dans l'oreil- „ lette gauche, & il eſpere le démontrer ci-après.

Remarque. Feu M. Mery, dans ſon Traité particulier du Fœtus, pag. 37. avoit déja dit que *ſi le trou ſe reſſerre ou ſe ferme, ce ne peut être que dans le tems que les oreillettes ſe reſſerrent; & ſi ce trou s'ouvre ou ſe dilate, ce ne peut être que dans le tems de leur relâchement.* M. R. l'avance ici poſitivement, & en cela il eſt d'accord avec la plûpart des Harvéens, mais il ne le prouve pas comme il devroit faire, d'autant plus qu'il pouvoit ſçavoir que M. Vieuſſens dans ſon grand *Traité du Cœur*, avance tout le contraire, & y ajoûte les raiſons ſur leſquelles il ſe fonde. Ainſi l'obſtacle que M. R. prétend avoir trouvé au paſſage du ſang dans la ſyſtole des

oreillettes, n'eſt ni prouvé ni contraire aux Harvéens. A l'égard de l'obſtacle qu'il prétend trouver dans leur diaſtole, nous le verrons plus amplement dans l'article particulier de ſon ſyſtème.

Enfin M. R. termine cet article ainſi : » L'uſage que Harvé » auſſi-bien que ſes ſectateurs, donne au canal de communi- » cation, n'eſt pas mieux fondé, ſçavoir qu'il n'a été fait que » pour ſervir de décharge à l'artere pulmonaire, parce que » tout le ſang du ventricule droit ne peut paſſer par les poul- » mons affaiſſés, & dont les vaiſſeaux ſont repliés. Et moi, dit- » il, je crois, que ſi tout le ſang du ventricule droit ne paſſe » pas par le poulmon, ce n'eſt pas parce que le poulmon eſt » affaiſſé, les vaiſſeaux repliés, & que le ventricule droit n'a » pas aſſez de force comme ils le prétendent, &c. Ils auroient » conçu facilement, continue-t-il, que ſi ce canal n'eût point » été, toute la force reſtant au ventricule droit & s'appliquant » ſeulement aux branches pulmonaires, auroit été aſſez ſuffi- » ſante pour faire paſſer tout le ſang du ventricule droit par les » poulmons. On voit par-là, conclut-il, que le canal de com- » munication a été formé pour d'autres uſages, comme je le » démontrerai dans la ſuite.

Remarque. On ne trouve pas que Harvé ait exclu tout autre uſage de ce canal, que celui qu'il a propoſé. La ſeule inſpection des poulmons du fœtus & des vaiſſeaux qui s'y ramifient, démontre l'impoſſibilité de ce que M. R. avance ici ſans preuve, que tout le ſang du ventricule y pourroit paſſer. Ainſi cela ne fait pas voir que ce canal a d'autres uſages, quand même Harvé & ſes ſectateurs l'auroient nié.

VI. *Syſtème de M. Winſlow ſur la circulation du ſang du Fœtus.*

M. R. après avoir mis ce titre, commence ainſi : » Il paroît » par le ſyſtème de M. Winſlow, qu'il tâche d'accommoder le » ſentiment d'Harvé avec celui de M. Mery, & d'éviter en » habile homme le point de la difficulté. M. R. rapporte enſuite une bonne partie de la page 224. de mon Mémoire de 1717.

& là-dessus, il dit : » M. Winslow donne à entendre qu'il
» conçoit que le trou ovale est toûjours ouvert : Et moi,
» ajoûte-t-il, je crois qu'il est tantôt ouvert & tantôt fermé.
» A l'égard du sang, continue-t-il, qui selon cet Auteur se
» trouve sans impétuosité dans les oreillettes, me paroît n'être
» ici avancé que pour éluder la question, qui est de sçavoir, si
» le sang passe de l'oreillette droite à l'oreillette gauche, ou
» de la gauche dans la droite, &c.

Remarque. M. R. n'auroit pas eu pareil soupçon de moi, s'il s'étoit donné la peine de faire attention à ce que j'ai dit auparavant, sçavoir à la page 222. Voici mes paroles. *Le tout bien considéré, ces faits & ces expériences* (de l'un & de l'autre parti) *ne prouvent autre chose à mon égard que la liberté réciproque du passage du sang. Les conséquences que chacun tire à sa façon, des capacités, des puissances, des résistances, des vitesses, &c. sont enveloppées de trop de difficultés pour engager ceux qui veulent voir clair, de prendre un parti preférablement à l'autre.*

Si M. R. avoit tant soit peu réfléchi sur ce qui précede encore ceci dans mon Mémoire, principalement sur l'impossibilité de la démonstration dans l'animal vivant, il m'auroit épargné, & il auroit compris que mon dessein ne pouvoit être alors d'établir un systême propre, puisque tout Physicien desintéressé, concluroit naturellement la même chose sur l'aveu commun & sur les expériences réciproques de l'un & l'autre parti.

J'ai encore dit, pag. 224. que *le trou de communication étant toûjours ouvert, suivant les expériences de l'un & de l'autre parti, il me paroît très-naturel & très-simple que le sang pulmonaire & celui des veines caves se rencontrent sans impétuosité dans les oreillettes.* Ainsi ce n'est que suivant les expériences des deux partis, examinées par l'Académie même, que j'ai parlé de cette rencontre. Et tout le monde est d'accord que dans l'état naturel, les veines se dégorgent ordinairement sans impétuosité, au contraire des arteres. Il me semble donc que je puis aussi le dire, sans être soupçonné de vouloir par-là éluder la question.

M. R.

M. R. rapporte ensuite ce que j'ai dit un peu plus haut dans mon Mémoire, page 222. *que je considere le sang poussé par les deux ventricules, comme s'il n'étoit poussé que par un,* » &c. Par cette considération, dit-il, M. Winslow entre dans » une partie de la vraie idée qu'a la nature, sans cependant la » mettre tout-à-fait en évidence.

Remarque. Je n'avois point du tout promis, ni même eu la présomption de pouvoir promettre alors une telle évidence. J'ai au contraire fait entendre qu'il faut voir clair, pour s'engager à prendre un parti préférablement à l'autre.

» M. R. continue ainsi : Quant au calcul, aux capacités, » aux puissances & aux résistances que M. Winslow rejette, » elles ne sont pas selon moi à négliger; je crois même, dit-il, » qu'il est bon de ne les pas perdre de vûe, sans cependant s'y » attacher trop scrupuleusement.

Remarque. Je n'ai rien rejetté; j'ai dit seulement que les conséquences que chacun en tire, sont trop obscures, &c. M. R. même veut qu'on ne s'y attache pas trop scrupuleusement.

» Enfin M. R. termine cet article, en disant : Entre les usages » que M. Winslow donne à la valvule d'Eustachius, il dit qu'elle » sert pour empêcher que le sang ne regorge dans le cœur & » dans la veine ombilicale, ce que je crois sans peine. A l'égard » de l'affoiblissement.... qui pourroit arriver au mêlange du » sang.... j'en doute fort.

Remarque. J'ai déja répondu à cette difficulté dans le premier Mémoire des éclaircissemens, où j'ai rétracté ce que j'avois avancé sur l'usage de cette valvule dans mon Mémoire de 1717.

VII. *Systême de M. Mery.*

» M. R. avertit au commencement de cet article, qu'il ne » doit pas paroître étonnant que la circulation du sang dans le » fœtus, qui ne peut être que conjecturée, & par conséquent » très-difficilement démontrée, soit encore agitée, & que le » systême de M. Mery qui établit le passage du sang de

» l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, » quoique le plus vrai, ou pour le moins le plus vraisemblable, » soit rejetté aujourd'hui de la plûpart, pour ne pas dire de tous » les Anatomistes ; ce systême, dit-il, étant appuyé sur un faux » principe, qui lui étoit commun avec Harvé & ses sectateurs, » que le trou & le canal de communication n'avoient été » formés dans le fœtus que pour abréger la circulation à une » partie de la masse du sang, parce qu'étant renfermé dans le » sein de sa mere, il ne pouvoit respirer.

Remarque. Personne, que je sçache, n'a combattu ni rejetté le systême de M. Mery, précisément parce qu'il étoit fondé sur ce principe, puisque de l'aveu de M. R. il lui étoit commun avec ses adversaires. Ainsi ce n'est pas ce principe qui a mis obstacle au systême de M. Mery. Je ne répete pas ici la méprise de M. R. d'avoir imputé ce principe à Harvé & à ses premiers sectateurs.

» M. R. finit cet article ainsi : Comme il est probable, dit-il, » par ce que je viens de dire, que le trou ovale & le canal » de communication, n'ont pas été formés parce que le fœtus » ne respire pas dans le sein de sa mere ; je tâcherai, à la faveur » des conséquences que l'on peut tirer des changemens qui » arrivent au trou ovale & au canal de communication, pen- » dant tout le tems de la grossesse, comme aussi aux vaisseaux, » aux oreilletes du cœur, & aux ventricules mêmes, de dé- » couvrir non-seulement leurs usages, mais encore comment » se fait la circulation du sang, & la cause des différens chan- » gemens qui arrivent à cette même circulation, pendant que » le fœtus est renfermé dans le sein de sa mere.

Remarque. Jusques ici M. R. a dit dans plusieurs endroits de son écrit, avec une espece d'assurance : *On voit par-là, on voit par ce que je viens de dire*, &c. Dans cet article, il avoue d'abord que la circulation du sang dans le fœtus ne peut être que conjecturée & très-difficilement démontrée, & ensuite il se contente de s'exprimer ainsi : *il est probable par ce que je viens de dire*. Auparavant il a répété plusieurs fois, qu'il espere démontrer, & il a même avancé qu'il démontrera

d'autres uſages du trou & du canal. Ici il dit ſeulement *qu'il tâchera, à la faveur des conſéquences, de découvrir ces uſages & comment ſe fait la circulation dans le fœtus.* M. Mery dans ſon Traité particulier ſur le fœtus, avoit déja avoüé, & même fait ſentir, non-ſeulement la difficulté, mais auſſi l'impoſſibilité de cette démonſtration, par rapport à l'animal vivant. La même difficulté & la même impoſſibilité ſe rencontrent dans l'animal mort, comme j'ai fait voir ci-deſſus dans l'article IV. des préparations fraîches & ſeches.

VIII. *Syſtème de M. Rouhault, de l'uſage du trou ovale & du canal de communication.*

C'eſt le titre que M. R. lui-même donne à cet article, » dont voici le commencement : Les parties du corps du fœtus » dans les premiers tems de la groſſeſſe, ayant très-peu de » reſſort, & le ventricule gauche de ſon cœur ayant beaucoup » plus de ſang à faire circuler, qu'en a, proportion gardée, le » ventricule gauche de l'homme... la nature a réuni les forces » des deux ventricules non-ſeulement dans l'aorte, par le moyen » de l'artere de communication, mais encore dans le ventricule » droit par le moyen du trou; ce que j'eſpere démontrer.

Remarque. Il ſemble qu'il faudroit plûtôt dire, que le corps du fœtus ayant plus de ſang à faire circuler que celui de l'homme, & le ventricule gauche ne pouvant pas ſeul y ſuffire, la nature y a réuni les deux ventricules par le moyen du canal artériel. A l'égard de la réunion des forces des deux ventricules, par le moyen du trou ovale, on verra dans la ſuite ce que M. R. veut entendre par-là, auſſi-bien que par la démonſtration qu'il en fait eſpérer.

» M. R. continue ainſi : Quoique par le moyen du canal de » communication, le ſang du ventricule droit, & par le moyen » de la partie ſupérieure de l'aorte, celui du ventricule gauche, » puiſſe paſſer facilement dans la branche inférieure de l'aorte, » cependant il ne reſte pas peu de difficulté, lorſqu'on vient à » examiner ſi le ſang qui paſſe par l'artere de communication, » eſt pouſſé par la ſeule force du ventricule droit.

Remarque. C'eſt peut-être ici la difficulté qu'il a paru à M. R. (*Art. VI. ci-deſſus*) que j'ai *tâché d'éviter en habile homme.* J'avoue qu'elle ne m'étoit jamais venue dans l'eſprit : mais il me paroît que M. R. la propoſe pour en tirer le premier fondement de ſon ſyſtème. Car il tâche d'abord de prouver que le ſang du canal artériel n'y eſt pas pouſſé par la ſeule force du ventricule droit ; enſuite il veut établir pour ce ventricule une force auxiliaire, proportionnée aux différens âges du fœtus. Voici ſes paroles.

» Si le ſang, dit M. R. paſſe par l'artere de communication, » par la ſeule force du ventricule droit, & que ſa force ſoit in- » férieure à celle du ventricule gauche, la circulation doit » ceſſer dans le fœtus renfermé dans le ſein de ſa mere.

» Si la force continue-t-il, du ventricule droit eſt égale à » celle du gauche, cette circulation ne doit pas ſe faire après » la naiſſance.

Voilà deux points différens que M. R. propoſe pour venir à ſon but, & voici comment il en déduit le premier.

» Si la force, dit-il, du ventricule droit, eſt par rapport à » celle du ventricule gauche, comme un à trois, comme le pré- » tendent la plûpart des Anatomiſtes modernes, le ſang ne doit » couler dans l'artere de communication qu'avec un dégré de » force, pendant que le ſang qui paſſe par la branche ſupérieure » de l'aorte coulera, avec trois ; ainſi le ſang de cette aorte ſe » préſentant à l'embouchure du canal de communication du côté » de l'aorte, empêchera non-ſeulement que le ſang du ventri- » cule droit ne paſſe dans l'aorte inférieure, mais il s'introduira » lui-même dans ce canal, & ſe portera juſques dans l'artere » pulmonaire : ce qui fera ceſſer la circulation.

Remarque. Le ventricule gauche étant compoſé d'un plus grand nombre de fibres motrices que le ventricule droit ; il eſt bien à proportion le plus fort des deux : mais ce ſurplus n'eſt point à craindre par rapport à la rencontre du ſang de l'aorte avec celui du canal de communication. La force du ventricule gauche eſt bien toute employée à pouſſer le ſang dans l'aorte ſupérieure, mais elle n'eſt pas toute employée

à pousser le sang jusqu'à l'embouchure du canal de communication dans l'aorte inférieure. Ce ventricule en pousse encore par le même coup de piston & à la tête, qui est très-grosse dans le fœtus, & aux extrémités supérieures du corps ; & cela par des ouvertures antérieures à celle de l'insertion du canal artériel dans l'aorte inférieure. Ainsi la force ou l'effort du ventricule gauche étant distribuée ou partagée comme je viens de dire, si l'on en ôte la portion employée à la tête qui est grosse, & aux extrémités supérieures on n'y trouvera pas la disposition dont parle M. R. dans le premier point de sa difficulté. Au contraire, on trouvera que le ventricule gauche a besoin de plus de force que le ventricule droit, tant dans le fœtus que dans l'homme adulte, mais d'une maniere différente, & que le ventricule droit du fœtus est assez fort par lui-même, sans avoir besoin d'une force accessoire. Ainsi la question reste encore ici indécise.

M. R. fait rouler le second point de la difficulté, sur des inconvéniens qu'il suppose, en cas que ce ventricule droit par lui-même eût une force égale à celle du ventricule gauche ; & il tâche de les faire sentir par trois propositions.

» 1. Si la force du ventricule droit par lui-même, dit-il, » est égale à celle du ventricule gauche, le canal de commu- » nication ne pourrra se fermer, comme je le démontrerai » ci-après.

» 2. Si par impossible, continue-t-il, la force des deux ven- » tricules étoit égale, & le canal de communication diminuoit » de jour en jour, comme il fait, la force du ventricule droit » ne se partageant plus tant du côté de ce canal, se porteroit » vers les branches pulmonaires, & les dilateroit à tel point, » qu'après la naissance il passeroit par les poumons une si gran- » de quantité de sang, que ne pouvant être reçû dans l'oreillette » gauche, il s'arrêteroit dans les veines du poumon, & ainsi » empêcheroit la circulation.

» 3. Enfin, dit M. R. si la force du ventricule droit étoit égale » à celle du gauche, lorsque le fœtus est dans le sein de sa » mere, cette force deviendroit après la naissance, supérieure

» à celle du ventricule gauche, à cause de la respiration qui » rend le passage du sang par les vaisseaux du poumon, beau- » coup plus facile; ainsi la force de ce ventricule augmenteroit » d'autant plus, que le sang trouveroit moins de résistance à » parcourir les vaisseaux du poumon.

Remarque. Pour peu qu'on fasse attention à l'obliquité de l'insertion du canal artériel dans l'aorte, & à ce que je viens de dire dans ma remarque précédente, on voit que toutes ces difficultés ne peuvent faire aucune peine. Car dans le fœtus, comme dans l'homme adulte, les forces des deux ventricules sont réellement inégales, eu égard aux ventricules mêmes: mais elles sont également proportionnées aux différentes résistances particulieres qu'elles doivent surmonter, & pour lesquelles elles sont distribuées ou partagées, comme j'ai insinué, & comme je ferai voir dans la suite.

» Lorsque les ventricules, dit M. R. venant à se contracter, » rechassent dans les sacs une partie du sang (qui n'a pas passé » au de-là des valvules jusques dans les ventricules) les sacs » & les oreillettes sont non-seulement remplis, mais encore » tendus à un point que l'on peut croire sans craindre de se » tromper, que les sacs & les oreillettes, & le trou ovale, se » trouvent dans ce moment dans le même état que l'on les voit » dans les préparations de M. Mery, lorsque les cœurs ont été » soufflés. Ainsi les sacs & les oreillettes ne sont pas seulement » très-étendues, mais encore la cloison qui les sépare, se trouve » si fort allongée, que le trou ovale reste à découvert.

Remarque. La grande quantité du sang que les veines-caves & les veines pulmonaires fournissent, suffit pour remplir & distendre les oreillettes pendant la systole du cœur. La petite quantité rechassée en même tems par les valvules n'est pas assez considérable pour mériter ici une attention particuliere. A l'égard des préparations de M. Mery, j'ai assez fait voir dans les remarques précédentes, que l'on n'en peut tirer aucune assûrance par rapport à l'état naturel, & qu'on s'y trompe facilement.

» Alors, continue M. R. le sang se présente de part & d'autre

» pour passer par le trou ovale, l'un tente de repousser l'autre:
» mais comme celui qui est contenu dans le sac de l'oreillette
» droite, ne se présente à cette ouverture, qu'avec un dégré
» de force, pendant que celui du sac gauche s'y présente avec
» trois, il n'est pas étonnant que le sang du sac de la veine-ca-
» ve, cede le passage à celui de la veine pulmonaire.

Remarque. C'est ici la question qu'il a paru à M. R. que je voulois éluder, en disant dans mon premier Mémoire, *que les deux sangs se rencontrent sans impétuosité dans les oreillettes, & s'y mêlent.* J'en ai parlé ci-dessus, & j'ai fait sentir l'impossibilité de démontrer si le trou est ouvert dans la dilatation des oreillettes, comme M. R. prétend, ou s'il est alors fermé, comme M. Vieussens le croit prouver. Mais supposé ce trou ouvert, M. R. auroit dû aussi parler de la grande quantité du sang dont les veines remplissent en même tems les oreillettes, & déterminer si cela se fait sans impétuosité ou avec impétuosité, sans effort ou avec effort, également ou inégalement de côté & d'autre. Car la portion rechassée est si petite, à proportion de celle-là, que son effort s'y perd aussi-tôt, & n'est pas capable de s'opposer au cours de la grande quantité de droit à gauche, ni de la déterminer de gauche à droit; ni enfin d'empêcher le mêlange des deux sangs, par l'ouverture de la cloison des oreillettes. D'ailleurs les liqueurs qui se mêlent facilement, ne peuvent pas se rencontrer, soit avec effort, soit sans effort, soit également, soit inégalement, sans se mêler plus ou moins, sur-tout quand leur rencontre est directe ou presque directe; ce que feu M. Varignon fit assez connoître à l'occasion de mon premier Mémoire.

» M. R. poursuit ainsi: Le sang du sac pulmonaire étant en-
» tré dans le sac de la veine-cave, fait effort contre les parois
» de ce sac; & comme les valvules triglochines étant soûle-
» vées dans cet instant, font pour ainsi dire partie du sac de
» l'oreillete droite, elles se trouvent comprimées, aussi-bien
» que le sang qui est au-dessous d'elles, ainsi le sang contenu
» dans le ventricule droit, est non-seulement poussé dans l'artere
» de communication par la contraction de ce ventricule, mais

» encore par la pression que le sang contenu dans l'oreillette » droite fait sur les valvules triglochines. Si donc le sang du » ventricule droit reçoit de nouvelles forces du sang qui passe » du sac pulmonaire dans le sac de la veine-cave, il y a lieu » de croire, que plus le trou ovale sera grand, plus il passera » de sang & de force, & que le contraire arrivera lorsque le » trou ovale diminuera de grandeur.

Remarque. Selon M. R. le ventricule gauche non-seulement pousse le sang dans l'aorte, mais aussi en même tems aide le ventricule droit à en pousser dans le canal de communication. C'est un des usages nouveaux dont il a si souvent fait espérer la démonstration. Mais outre que le sang repoussé perd son effort dans la grande quantité fournie en même tems par les grosses veines; il est encore à observer que cet effort iroit plûtôt vers les orifices toûjours ouverts des grosses veines où il y a moins de résistance, que vers les valvules triglochines qui sont alors très-fortement soûlevées par le sang du ventricule droit. De plus, une telle pression des valvules par le sang de l'oreillette, seroit un obstacle à leur fonction, & empêcheroit le ventricule de se décharger dans l'artere. Ainsi cet usage est encore moins fondé que le passage du sang de gauche à droit. On peut dire la même chose de la conséquence que M. R. en tire par rapport à l'âge du fœtus.

» Le passage du sang de l'oreillette gauche dans l'oreillette » droite, ajoûte M. R. ne sert pas seulement à augmenter les » forces du ventricule droit, il sert de plus à aggrandir la capa- » cité du sac de la veine-cave & de l'oreillette droite, car sans » ce secours le sang qui n'a pas passé au de-là des valvules tri- » glochines, refluant avec une trop petite quantité & avec des » forces trop inférieures.... n'auroit-il jamais pû lui donner une » capacité telle qu'il lui convenoit, comme au plus grand ré- » servoir du sang qui soit dans le corps de l'homme?

Remarque. La dilatation particuliere de l'oreillette droite par le sang, rechassé ou repoussé de l'entrée du ventricule gauche, est encore un des nouveaux usages du trou ovale selon M. R. Mais l'oreillette droite n'est-elle pas assez dilatée,

sans

ſans ce ſecours, par la quantité conſidérable du ſang des veines caves & de la veine ombilicale ?

„ Après avoir propoſé mes conjectures, continue M. R. „ touchant ce qui ſe paſſe dans la ſyſtole du cœur, je vais „ tâcher préſentement de découvrir ce qui arrive dans le temps „ de la diaſtole ou dilatation du cœur.... Dans le temps que le „ ſac & les oreillettes ſe contractent, la cloiſon qui avoit été „ étendue à tel point, que ſa valvule avoit laiſſé le trou ovale „ à découvert, reprend ſon reſſort, & ſe contractant en quel- „ que façon, rapproche la partie inférieure de la cloiſon de la „ partie ſupérieure, & la valvule du bord ſupérieur du trou „ ovale, enſorte que cette ouverture ſe trouve fermée de ma- „ niere qu'il ne peut point paſſer du ſang à travers. Il eſt pro- „ bable que dans ce moment le trou ovale eſt tel que les par- „ tiſans de Harvé nous le démontrent dans leurs préparations „ fraîches, c'eſt-à-dire, que la valvule recouvre un peu le „ bord ſupérieur du trou ovale. „

Remarque. M. R. ayant traité de conjecture ce qu'il vient de dire du trou ovale dans la dilatation des oreillettes, & tâché de découvrir ce qui arrive dans leur contraction, avance ſimplement que le trou par leur contraction ſe trouve fermé ; il n'en apporte aucune preuve ni démonſtration, il n'en fait pas même eſpérer. Il ſe contente encore de dire qu'il eſt probable, que le trou eſt alors comme dans les préparations fraîches des partiſans d'Harvé. Outre ce que j'en ai dit dans l'article qui regarde ces préparations, j'ajoûte ici qu'elles ne peuvent pas repréſenter les oreillettes dans l'état de leur contraction ; car dans ces préparations, les fibres charnues ſont entiérement relâchées, comme dans tout autre muſcle nouvellement préparé. Ainſi le point de la difficulté & la queſtion dont M. R. a parlé à mon égard, reſtent encore tout-à-fait dans leur entier.

M. R. finit ſon écrit par une récapitulation très-abrégée de ſon ſyſtème, & en promettant de continuer ſon travail là-deſſus. Je donnerai en attendant une ſeconde ſuite de mes éclairciſſemens.

SECOND MEMOIRE SUR LA GONIOMETRIE PUREMENT ANALYTIQUE, OU METHODE NOUVELLE ET GENERALE

pour déterminer exactement, lorsqu'il est possible, ou indéfiniment près lorsque l'exactitude est impossible, la valeur des trois Angles de tout Triangle rectiligne, soit rectangle, soit obliquangue, dont les trois côtés sont donnés en nombres; & cela par le seul Calcul analytique sans Tables des Sinus, Tangentes & Secantes.

Par M. DE LAGNY.

11. Dec. 1725.

IL est nécessaire de reprendre ici en peu de mots les premiers principes de cette méthode, que je n'ai fait que commencer d'établir sur la fin du Mémoire de l'année derniere 1724. & pour mettre d'abord le lecteur bien au fait, je prends pour exemple le triangle rectiligne rectangle dont les trois côtés sont entre eux comme les nombres 3 : 4 : & 5. je suppose qu'on veuille connoître la valeur de ses deux angles aigus. (*Voyez la Figure V.*) Il suffit de connoître dans le triangle *opq*, l'angle aigu *q*, opposé au petit côté *op*, & je dis & je démontrerai dans ce Mémoire, que cet angle qui est incommensurable à l'angle droit, (seul terme naturel de comparaison pour la mesure de tous les angles obliques) est suivant l'expression ordinaire, compris entre ces deux valeurs,

$36^{\circ}, 52', 11'', 37''', 53^{\text{IV}}, 29^{\text{V}}, 24^{\text{VI}}, 29^{\text{VII}}, 55^{\text{VIII}}, 10^{\text{IX}}, 2^{\text{X}} +$

& $36^{\circ}, 52', 11'', 37'''$, &c, &c, &c, &c, &c, $10^{\text{IX}}\ 3^{\text{X}} -$

ensorte que la différence est moindre qu'une minute du dixié-

me genre, laquelle eſt préciſément cette partie aliquote de l'angle droit $\frac{1}{54.\ 419.\ 558.\ 400.\ 000.\ 000.\ 000.}$ L'on auroit pû ſe fixer à une partie aliquote de l'angle droit, encore indéfiniment plus petite que celle-là.

On ſent bien qu'en ſe ſervant des tables des ſinus, même les plus vaſtes, il ſeroit impoſſible d'atteindre, ni même d'approcher ſenſiblement d'une telle détermination. Toutes ces tables ſont eſſentiellement bornées à une approximation fixe. Les tables ordinaires le ſont à une minute près, & les plus vaſtes à dix ſecondes près. Ce qui n'empêche pas que ces tables ne ſoient très-utiles & très-commodes dans la pratique, pour calculer avec aſſez d'exactitude, par rapport à l'uſage qu'on en veut faire ordinairement, tous les angles ſenſibles, tant ſur la terre que dans les cieux; l'on peut même en ſe ſervant de ces tables, pouſſer encore un peu plus loin, mais ſeulement juſqu'à un certain point fixe & déterminé, cette approximation, en prenant, comme on fait, une partie de l'arc proportionnelle à la différence du ſinus donné, de la tangente ou de la ſécante données aux deux ſinus immédiatement prochains, ou aux deux tangentes ou aux deux ſécantes immédiatement prochaines, dans les tables, tant en nombres naturels qu'en logarithmes. On doit certainement beaucoup de loüanges à la patience infatigable de ceux qui ont pris la peine de calculer ces tables, quoiqu'ils euſſent pû & même dû ſuivre une méthode plus ſimple & plus naturelle dans la diviſion & les ſubdiviſions du quart du cercle, en degrés, minutes, ſecondes, &c.

Mais d'ailleurs je crois que l'on conviendra ſans peine, que par rapport à la théorie, cette partie, ou plûtôt cette moitié de la Géométrie qui a pour objet la meſure des angles linéaires & ſolides, reſteroit imparfaite en ſoi, ſi l'on n'avoit pas une méthode générale pour approcher indéfiniment près de la valeur de ces mêmes angles. Il faut abſolument pour la perfection de la théorie géométrique, pouvoir, quand on le voudra, lever cette barriere qu'on trouve dans les

tables, & qui arrête tout court l'esprit dans la recherche de la vérité.

La Goniométrie analytique suppose nécessairement qu'on sçache, comme par préliminaire, résoudre le Problème suivant.

PROBLEME.

Le rapport d'un arc quelconque, moindre que le quart de cercle au quart de ce même cercle, étant exprimé exactement par deux nombres entiers premiers entre eux, déterminer le rapport de ce même arc au rayon du cercle, le plus exactement & le plus parfaitement qu'il est possible, par deux fractions, dont les deux numérateurs soient l'unité (qui représente le rayon constant) & les deux dénominateurs soient deux nombres entiers qui ne different entre eux que de l'unité, ensorte que ces deux fractions puissent toûjours être représentées par $\frac{1}{x}$ — *& par* $\frac{1}{x+1}$ +.

On demande, par exemple, entre quelles deux parties aliquotes prochaines du rayon, se trouve la valeur d'un degré qui est la 90e partie du quart du cercle, & je réponds que c'est entre la $\frac{1}{57}$ & la $\frac{1}{58}$ du rayon.

La résolution de ce Problème, & de tous les Problèmes du même genre, & leur démonstration, dépendent de ce Problème général.

Le diametre du cercle étant donné en nombre quelconque, trouver la circonférence de ce même cercle à moins d'une unité près, par défaut & par excès.

Ce Problème n'a pas encore été pleinement & parfaitement résolu par la méthode la plus simple qui soit possible. Je l'ai seulement indiquée à la fin de mon Mémoire de 1719. page 145. mais ce que j'y ai donné est suffisant pour résoudre le Problème ci-devant, par la regle suivante, en supposant ce qui est démontré, que le rayon étant 1000, le quart de cercle est entre 1570 + & 1571 —.

REGLE.

Faites cette double analogie.

Comme 1570 + (qui repréſente le quart de cercle)
eſt à 90 (nombre des degrés du même quart de cercle)
Ainſi 1000 (qui repréſente le rayon)
eſt à $\frac{90000}{1570}$ — valeur d'un degré en parties 1000mes du rayon,
Et comme 1571 —
eſt à... 90
Ainſi..... 1000
eſt à... $\frac{90000}{1571}$ + valeur d'un degré en parties 1000mes du même rayon.

OPERATION ET DÉMONSTRATION.

Diviſeur.	Dividende.	Quotient.	Diviſeur.	Dividende.	Quotient.
1570	90000 ...	$57\frac{510}{1570}$	1571	90000 ...	$57\frac{453}{1571}$
5....	7850.		5....	7855.	
	1150 : 0			1145 : 0	
7....	1099 0		7....	1099 7	
1er reſte ...	51 0		2^{d} reſte....	45 3.	

La preuve de la bonté du calcul eſt, que l'excès du premier reſte..... 510
ſur le 2^{d} reſte.. 453
eſt........... 57 égal au quotient même 57 en entiers.

Donc la valeur d'un degré eſt entre la $\frac{1}{57}$ — & la $\frac{1}{58}$ +.
Ce qu'il falloit démontrer.

EXEMPLE II.

On demande entre quelles deux parties aliquotes prochaines du rayon, ſe trouve la valeur d'une minute qui eſt la 5400me partie du quart de cercle, & je réponds que c'eſt entre la $\frac{1}{3437}$ & la $\frac{1}{3438}$ du rayon.

Il eſt démontré que le rayon étant de 100000, le quart de la circonférence du cercle eſt entre 157079 + & 157080 —.

Je fais donc comme dans l'exemple précédent, cette double analogie,

157079 +: 5400 :: 100000 : 540.000.000 = 3438 −
....
157079 ...

& 157080 −: 5400 :: 100000 : 540.000.000 3437 +
....
157080 ...

OPERATION ET DÉMONSTRATION.

Premiere division.

157079 .... { 540.000.000 / . ... } 3437 $\frac{119477}{157079}$.

3 .... 471237 ...
68763:0..
4 628316
59314:0.
3 471237
121903:0
7 1099553

premier reste 119477

Seconde division.

157080 .... { 54.000.0000 / . ... } 3437 $\frac{116040}{157080}$.

3 ..... 47.124
6876:0..
4 62832
5928:0.
3 47124
12156:0
7 109956

second reste 116040

La premiere preuve de la bonté du calcul eſt, que l'excès du premier reſte ... 119477
ſur le ſecond reſte .. 116040

eſt............ 3437 égal au quotient même 3437.

La ſeconde preuve eſt qu'en prenant la 60me partie de ce dernier quotient 3437, le quotient en entier eſt égal au quotient pour le degré 57 +.

Donc la valeur d'une minute de degré eſt entre la $\frac{1}{3437}$ & la $\frac{1}{3438}$ du rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE GENERAL.

En continuant de même par ſyntheſe, & vérifiant doublement le calcul à chaque article, comme dans l'exemple précédent, j'ai trouvé les valeurs ſuivantes en parties aliquotes du rayon pour les ſecondes, les tierces, &c. juſqu'aux dixiémes incluſivement; Sçavoir,

Que l'arc d'une ſeconde eſt entre $\frac{1}{206264}$ & $\frac{1}{206265}$ du rayon.

L'arc d'une tierce entre $\frac{1}{12.375.888}$ & $\frac{1}{12.375.889.}$ du rayon.

D'une quarte entre $\frac{1}{742.553.302}$ & $\frac{1}{742.553.303.}$ du rayon.

D'une quinte entre $\frac{1}{44.553.198.149}$ & $\frac{1}{44.553.198.150.}$ du rayon.

D'une ſixte entre $\frac{1}{2.673.191.888.962}$ & $\frac{1}{2.673.191.888.963.}$ du rayon.

D'une ſeptieme entre $\frac{1}{160.391.513.337.742}$ & $\frac{1}{160.391.513.337.743.}$ du rayon.

D'une huitieme entre $\frac{1}{9.623.490.800.264.527}$ & $\frac{1}{9.623.490.800.264.528.}$ du rayon.

D'une neuvieme entre $\frac{1}{577.\ 409.\ 448.\ 015.\ 871.\ 652}$ & $\frac{1}{577.\ 409.\ 448.\ 015.\ 871.\ 653.}$ du rayon.

Enfin l'arc d'une minute du dixieme genre eſt entre $\frac{1}{34.\ 644.\ 566.\ 880.\ 952.\ 299.\ 166}$ & $\frac{1}{34.\ 644.\ 566.\ 880.\ 952.\ 299.\ 167.}$ du rayon.

REMARQUE I.

Si au lieu de la ſyntheſe, on opere par analyſe en commençant par trouver entre quelles deux parties aliquotes prochaines du rayon eſt la valeur de l'arc d'une minute du dixieme genre, l'on aura tout de ſuite & par une opération très-ſimple, en rétrogradant la ſérie, des valeurs des arcs d'une minute du 9me, du 8me, du 7me &c. & du premier genre; & enfin la valeur de l'arc d'un degré. Et voici comment j'opere.

On ſçait que ſuivant la diviſion & les ſubdiviſions ordinaires du quart de cercle, il contient 90 degrés

$5.400'$
$324.000''$
$19.440.000'''$
$1.166.400.000^{\text{IV}}$
$69.984.000.000^{\text{V}}$
$4.199.040.000.000^{\text{VI}}$
$251.942.400.000.000^{\text{VII}}$
$15.116.544.000.000.000^{\text{VIII}}$
$906.992.640.000.000.000^{\text{IX}}$
$54.419.585.400.000.000.000^{\text{X}}$

Ainſi ſuivant la regle générale expliquée dans les deux exemples ci-deſſus, pour les arcs d'un degré & d'une minute, je forme la double analogie ſur le rayon ſuppoſé

$= 1.00000.00000.00000.0000000$

& l'arc du quart de cercle correſpondant

$= 1.57079.63267.94896.61923 +$
$= 1.57079.63267.94896.61924. -$

& je

Et je divise

54419. 558400.000000.000000.000000.000000.000000

par ces deux valeurs du quart de cercle, c'est-à-dire,

par 157079, &c. 3 +

& par 157079, &c. 4 —

Les deux quotiens vérifiés par la premiere preuve, donnent de même que ci-dessus la valeur de la minute du dixieme genre entre $\frac{1}{34.644, \&c. \&c. \&c. \&c. 166}$ & $\frac{1}{34.644, \&c. \&c. \&c. \&c. 167}$.

Or ayant présentement cette derniere valeur, si je veux avoir toute la serie précédente en rétrogradant, il n'y a qu'à retrancher continuellement le dernier chiffre, comme, par exemple, 6 + ou 7 —, & prendre la sixieme partie de ce qui reste de droite à gauche, & l'on trouvera la même serie que ci-dessus, ce qui confirme parfaitement la bonté du calcul. Je suppose par-tout les numérateurs = 1, & voici les dénominateurs.

Dont la 60.me =

34.644.56688.09522.9916	6 + ou 7 —	min. du Xme genre.
5.774.09448.01587. 165	2 + ou 3 —	min. du IXme
962.34908.00264. 527	+ ou 8 —	min. du VIIIme
160.39151.33377. 42	+ ou 3 —	min. du VIIme
26.73191.88896. 2	+ ou 3 —	min. du VIme
4.45531.98149	+ ou 50 —	min. du Vme
74255. 3303	+ ou 4 —	min. du IVme
12375. 888	+ ou 9 —	min. du IIIme
2062. 64	+ ou 5 —	min. du IIme
343. 7	+ ou 8 —	min. simple du Ier
57.	+ ou 58 —	dégré.

REMARQUE II.

Pour faire facilement les deux grandes divisions ci-dessus; sçavoir de

5441.955840.000000.000000.000000.000000.000000

par 1570.796326.794896.61923 +

& par 1570.796326.794896.62924 —

L'on construira par la simple addition & la simple duplica-

tion, deux Tables de multiplication, une pour chacun des diviſeurs 1570, &c. 23 +, & 1570, &c. 24 —, afin d'avoir ainſi les huit premiers multiples. L'on formera par la ſimple duplication, les quatre multiples pairs, par 2, 4, 6, & 8, & l'on formera par la ſimple addition, les quatre autres multiples impairs, par 3, 5, 7, & 9. Sçavoir les multiples par 3, en ajoûtant le multiple par 1 au multiple par 2, & les multiples par 5, en ajoûtant le multiple déja trouvé par 2, au multiple déja trouvé par 3, & ainſi pour les multiples par 7, en ajoûtant ceux par 3 & par 4, & enfin le multiple par 9, en ajoûtant ceux par 4 & par 5. C'eſt ainſi que j'ai formé les deux tables ſuivantes, qui ſe ſervent de preuve l'une à l'autre.

PREMIERE TABLE *de multiplication, pour le Diviſeur par défaut.*

1	1570	7963	2679	4896	61923 +
2	3141	5926	5358	9793	23846
3	4712	8809	8038	4689	85769
4	6283	1853	0717	9586	47692
5	7853	9816	3397	4483	09615
6	9424	7779	6076	9379	71538
7	10995	5742	8756	4276	33461
8	12566	3706	1435	9172	95384
9	14137	1669	4115	4069	57307

SECONDE TABLE *de multiplication, pour le Diviſeur par excès.*

1	1570	7963	2679	4896	61924 —
2	3141	5926	5358	9793	23848
3	4712	8809	8038	4689	85772
4	6283	1853	0717	9586	47676
5	7853	9816	3397	4483	09620
6	9424	7779	6076	9379	71544
7	10995	5742	8756	4276	33468
8	12566	3706	1435	9172	95392
9	14137	1669	4115	4069	57316

Voyez les deux Opérations qui réſultent de ces deux Tables dans la premiere Planche ci-jointe.

Et ôtant du premier reſte 4377. 2739. 4051. 0514. 3782
le ſecond reſte 912. 8172. 5241. 5284. 4616

La différence
de ces deux reſtes eſt 3464. 4566. 8809. 5229. 9166

Et cette différence étant égale au quotient, le calcul eſt bon. Je le démontre ainſi en général.

OPE ION ET DEMONSTRATION.

ECONDE DIVISION.

DIV DIVIDENDE.

1570·7963·2674 —	{5441	9558	4000	0000	0000	0	{0 19				
3·······	4712	3889	18038	4689	8577	2					
	729	5668	5961	5310	1422	8	0				
4·······	628	3185	3071	7958	6476	9	6				
	101	2483	2889	7351	4945	8	40				
6·······	·····94	2477	7960	7693	7971	5	44				
	7	0005	4928	9657	6974	2	960				
4·······	·······6	2831	8530	7179	5864	7	696				
		7173	6398	2478	1109	5	264	0			
4·······	·········	6283	1853	0717	9586	4	769	6			
		890	4545	1760	1523	0	494	40			
5·······	·········	··785	3981	6339	7448	3	096	20			
		105	0563	5420	4074	7	398	200			
6·······	·········	·····94	2477	7960	7693	7	971	544			
		10	8085	7459	6380	9	426	6560			
6······	·········	·······9	4247	7796	0769	3	797	1544			
		1	3837	9663	5611	5	629	5016	0		
8·······	·········	······1	2566	3706	1435	9	172	9539	2		
			1271	5957	4175	6	456	5476	80		
8·······	·········	·········	1256	6370	6143	5	917	2953	92		
			14	9586	8032	0	539	2522	8800		
9·······	·········	·········	·····14	1371	6694	1	154	0695	7316		
				8215	1337	9	385	1827	1484	0	
5·······	·········	·········	·········	7853	9816	3	397	4483	0962	0	
				361	1521	5	987	7344	0522	00	
2·······	·········	·········	·········	··314	1592	6	535	8979	3238	48	
				46	9928	9	451	8364	7283	520	
2·······	·········	·········	·········	·····31	4159	2	653	5897	9323	848	
				15	5769	6	798	2466	7959	6720	
9·······	·········	·········	·········	·····14	1371	6	694	1154	0695	7316	
				1	4398	0	104	1312	7263	9404	0
9·······	·········	·········	·········	·······1	4137	1	669	4115	4069	5731	6
					260	8	434	7197	3194	3672	40
1·······	·········	·········	·········	·········	··157	0	796	3267	9489	6619	24
					103	7	638	3929	3704	7053	160
6·······	·········	·········	·········	·········	·····94	2	477	7960	7693	7971	544
					9	5	160	5968	6010	9081	6160
6 +	·········	·········	·········	·········	·······9	4	247	7796	0769	3797	1544
				Second reste	············		······912	8172	5241	5284	4616

OPERATION ET DEMONSTRATION.

PREMIERE DIVISION.

DIVISEUR. — DIVIDENDE.

1570·7963·2679·4896·6192·3+ {5441|9558|4000|0000|0000|0{0[19]

Quotient.	5441	9558	4000	0000	0000	0	0				
3 ……	4712	3889	8038	4689	8576	9					
	729	5668	5961	5310	1423	1					
4 ……	628	3185	3071	7958	6476	9	2				
	101	2483	2889	7351	4946	1	80				
6 ……	···94	2477	7960	7693	7971	5	38				
	7	0005	4928	9657	6974	6	420				
4 ……	······6	2831	8530	7179	5864	7	692				
		7173	6398	2478	1109	8	728	0			
4 ……	……	6283	1853	0717	9586	4	769	2			
		990	4545	1760	1523	3	958	80			
5 ……	……	·785	3981	6339	7448	3	096	15			
		105	0563	5420	4075	0	862	650			
6 ……	……	··94	2477	7960	7693	7	971	538			
		10	8085	7459	6381	2	891	1120			
6 ……	……	·····9	4247	7796	0769	3	797	1538			
		1	3837	9663	5611	9	093	9582			
8 ……	……	1	2566	3706	1435	9	172	9538	4		
			1271	5957	4175	9	921	0043	60		
8 ……	……	……	1256	6370	6143	5	917	2953	84		
			14	9586	8032	4	003	7089	7600		
9 ……	……	……	·····14	1371	6694	1	154	0695	7307		
				8215	1338	2	849	6394	0293	0	
5 ……	……	……	……	7853	9816	3	397	4483	0961	5	
				361	1521	9	452	1910	9331	50	
2 ……	……	……	……	314	1592	5	535	8979	3238	46	
				46	9929	2	916	2931	6093	040	
2 ……	……	……	……	··31	4159	2	653	5897	9323	846	
				15	5770	0	262	7033	6769	1940	
9 ……	……	……	……	·····14	1371	6	694	1154	0695	7307	
				1	4398	3	568	5879	6073	4633	0
9 ……	……	……	……	···1	4137	1	669	4115	4069	5730	7
					261	1	899	1764	2003	8902	30
1 ……	……	……	……	……	··157	0	796	3267	9489	6619	23
					104	1	102	8496	2514	2283	070
6 ……	……	……	……	……	····94	2	477	7960	7693	7971	538
					9	8	625	0535	4820	4311	5320
6 +	……	……	……	……	······9	4	247	7796	0769	3797	1538
Premier reste					……	4	377	2739	4051	0514	3782

OPERATION ET DEMONSTRATION.

SECONDE DIVISION.

DIVISEUR. — DIVIDENDE.

1570·7963·2679·4896·6192·4— {5441|9558|4000|0000|0000|0{0[19]

Quotient.	5441	9558	4000	0000	0000	0	0				
3 ……	4712	3889	8038	4689	8577	2					
	729	5668	5961	5310	1422	8	0				
4 ……	628	3185	3071	7958	6476	9	6				
	101	2483	2889	7351	4945	8	40				
6 ……	····94	2477	7960	7693	7971	5	44				
	7	0005	4928	9657	6974	2	960				
4 ……	······6	2831	8530	7179	5864	7	696				
		7173	6398	2478	1109	5	264	0			
4 ……	……	6283	1853	0717	9586	4	769	6			
		890	4545	1760	1523	0	494	40			
5 ……	……	··785	3981	6339	7448	3	095	20			
		105	0563	5420	4074	7	398	200			
6 ……	……	····94	2477	7960	7693	7	971	544			
		10	8085	7459	6380	9	426	6560			
6 ……	……	······9	4247	7796	0769	3	797	1544			
		1	3837	9663	5611	5	629	5016	0		
8 ……	……	······1	2566	3706	1435	9	172	9539	2		
			1271	5957	4175	6	456	5476	80		
8 ……	……	……	1256	6370	6143	5	917	2953	92		
			14	9586	8032	0	539	2522	8800		
9 ……	……	……	·····14	1371	6694	1	154	0695	7316		
				8215	1337	9	385	1827	1484	0	
5 ……	……	……	……	7853	9816	3	397	4483	0962	0	
				361	1521	5	987	7344	0522	00	
2 ……	……	……	……	···314	1592	6	535	8979	3238	48	
				46	9928	9	451	8364	7283	520	
2 ……	……	……	……	···31	4159	2	653	5897	9323	848	
				15	5769	6	798	2466	7959	6720	
9 ……	……	……	……	···14	1371	6	694	1154	0695	7316	
				1	4398	0	104	1312	7263	9404	0
9 ……	……	……	……	·····1	4137	1	669	4115	4069	5731	6
					260	8	434	7197	3194	3672	40
1 ……	……	……	……	……	··157	0	796	3267	9489	6619	24
					103	7	638	3929	3704	7053	160
6 ……	……	……	……	……	····94	2	477	7960	7693	7971	544
					9	5	160	5968	6010	9081	6160
6 +	……	……	……	……	······9	4	247	7796	0769	3797	1544
Second reste					……		······912	8172	5241	5284	4616

Donc la valeur d'une minute du dixieme genre est entre la $\frac{1}{3464.4566.8809.5229.9166}$ du rayon = 1.

Et la $\frac{1}{3464.4566.8809.5229.9167}$ du même rayon.

Ce qu'il falloit demontrer.

Soit le dividende donné en nombre entier $= a$.
Et le diviseur aussi donné en nombre entier $= b$.
Soit le quotient en nombre entier $= c$.
Et le reste de la division aussi en nombre entier $= d$.
Je dis que si l'on divise le même nombre a par $b - 1$, & que le nouveau quotient en entier soit encore le même $= c$, & le nouveau reste $d + e$, la différence de ces deux restes sera aussi $= c$.

DÉMONSTRATION.

Par l'hypothese l'on a cette double équation,

1°. $\frac{a}{b} = c + \frac{d}{b}$. Donc $a = bc + d$.

2°. $\frac{a}{b-1} = c + \frac{d+e}{b-1}$. Donc $a = bc - 1c + 1d + 1e$.

Donc $bc + 1d = bc - 1c + 1d + 1e$.

Donc enfin $1c = 1e$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE III.

Je me suis attaché à donner la méthode générale de réduire en deux parties aliquotes, prochaines & immédiates du rayon, que je suppose toûjours $= 1$. sçavoir en $\frac{1}{1x}$ & $\frac{1}{1x+1}$, toute partie aliquote donnée du quart de cercle linéaire, comme $\frac{1}{a}$, en supposant successivement $a = 90$ pour les dégrés, $a = 5400$ pour les minutes, $a = 324000$ pour les secondes, & ainsi de suite, pour les tierces, les quartes, &c. J'ai suivi en cela l'usage universellement établi, & l'on est comme forcé de s'y conformer dans la pratique; mais il seroit aisé de démontrer géométriquement, analytiquement & métaphysiquement, que la seule division & les seules subdivisions du quart de cercle, simples, naturelles, & raisonnables, auroient dû être de diviser le quart de cercle en 30 dégrés, chaque dégré en 32 minutes, chaque minute en 32 secondes, &c. ou en 32 dégrés, chaque dégré en 32 minu-

tes, chaque minute en 32 secondes, &c. C'est le sujet d'une Dissertation préliminaire de ma *Trigonométrie Françoise* ou *réformée*.

Cette méthode peut s'appliquer également à toute autre division & subdivision du quart de cercle en général, & aux parties *aliquantes* comme aux parties *aliquotes* correspondantes du rayon, comparées aux parties aliquotes & *aliquantes* de ce même quart de cercle, & réciproquement. Les deux nombres cyclométriques & goniométriques fondamentaux, sont ceux qui expriment indéfiniment près le rapport du rayon au quart de cercle, soit qu'on les prenne dans la serie que donne le triangle des rapports.

Rayon . . . . 2. . . . 7 . . . . 212. . . . 226, &c.
quart de cercle linéaire . . . 3. . . . 11 . . . . 333. . . . 355, &c.

Soit qu'on s'assujettisse à l'expression ordinaire des nombres, par la progression décuple, comme
en prenant le rayon . . . . $a = 1000.0000$, &c.
& le quart de cercle correspondant $b = 1570.7963 +$
& $b = 1570.7964 -$

Or ces nombres fondamentaux doivent être pris assez grands, (comme on le peut toûjours) pour que l'arc donné étant exprimé par b, & par $\frac{b}{b+b}$, & faisant les deux analogies suivantes,

Comme $b + c$
est à . . . . . a
Ainsi . . $\frac{b}{b+c}$
est à un 4e terme $\frac{ab}{bb+bc} = d$

Et comme $b + 1$
est à . . . . a
Ainsi . . . . . $\frac{b}{b+c}$
est à . . . . $\frac{ab}{bb+bc+1b+1c} = e$.

La différence des quotiens d & e soit moindre qu'une

partie aliquote donnée $\frac{a}{f}$, & plus grande que la partie aliquote donnée $\frac{a}{f+1}$, ou en général plus grande que $\frac{a}{a+g}$ & moindre $\frac{a+1}{a+g}$. C'est-à-dire, qu'il faut, ou que les deux numérateurs soient les mêmes, & que les deux dénominateurs ne different que d'une unité, ou que les deux dénominateurs soient les mêmes, & que les deux numérateurs ne different que d'une unité. C'est la seule maniere naturelle de déterminer le plus parfaitement qu'il est possible, le rapport de deux grandeurs incommensurables, tels que sont démonstrativement le rayon & toute partie aliquote ou aliquante du quart de cercle lineaire.

C'est ainsi qu'Archimede auroit pû d'abord déterminer le rapport du diametre à la circonférence du cercle par ces deux fractions, le diametre étant $=$ 1. La circonférence est entre $3\frac{1}{7}$ — & $3\frac{1}{8}$ +. Mais il l'a déterminé entre $3\frac{10}{70}$ & $3\frac{10}{71}$; il l'auroit mieux déterminé entre $3\frac{105}{741}$ & $\frac{106}{741}$.

Pour mieux faire entendre ma pensée, je reprends l'exemple de la réduction de l'arc d'un degré en parties aliquantes décimales du rayon $=$ 100. 0000. 0000. 0000. 0000

le quart de cercle
sera........ $=$ 1570. 7963. 2679. 4896. 61923 +
& c'est le premier Diviseur.
ou 1570. 7963. 2679. 4896. 61924 —
& c'est le second Diviseur.
& le Dividende
commun..... $=$ 9000. 0000. 0000. 0000. 00000, &c.
on opérera comme on voit dans la seconde Planche ci-à-côté.

Et ôtant du 1[er] reste 1. 3294. 6600. 2985. 5479. 5452
Le 2[d] reste..... 7565. 0820. 7854. 7247. 4576

La différence de ces deux restes
est .... 5729. 5779. 5130. 8232. 0876.
& cette différence étant égale au quotient, le calcul est bon.

Donc l'arc d'un degré eſt entre

la $\frac{100.0000.0000.0000.0000}{5729.5779.5130.8232.0879}$ — du rayon $=$ 1.

& la $\frac{100.0000.0000.0000.0000}{5729.5779.5130.8232.0877}$ + du même rayon $=$ 1.

Ce qu'il falloit trouver & démontrer.

REMARQUE IV.

Ces exemples contiennent une nouvelle méthode de diviſion, qui m'a paru plus ſimple & plus réguliere que les anciennes, ſoit qu'il s'agiſſe d'opérer ſur des grands diviſeurs, (auquel cas il faut conſtruire par addition & duplication ſimples, la petite table des huit premiers multiples de ces diviſeurs) ſoit que les diviſeurs donnés ne ſoient que des nombres médiocres, auquel cas on peut ſe paſſer de la petite table des multiples. Je me ſuis toûjours propoſé de bannir abſolument, ou autant qu'il eſt poſſible, tout tâtonnement dans les calculs arithmétiques & algébriques, en les réduiſant tous à la ſimple addition & à la ſimple ſouſtraction.

On trouve encore deux avantages dans cette nouvelle méthode de diviſion, ſans même ſuppoſer la table des huit premiers multiples.

Le premier eſt que toutes les fois qu'en opérant pour trouver le quotient cherché, on retrouve le même chifre pour quotient *partial*, & par conſéquent pour multiplicateur du diviſeur, on s'épargne entierement la peine de faire cette inutile & ennuyeuſe multiplication, il n'y a qu'à copier & tranſcrire ſimplement ſous le dividende, le produit qu'on a devant les yeux, & qui répond à ce même chifre dans l'opération précédente.

Le ſecond avantage eſt que ſi l'on ſe méprend par haſard dans le cours de l'opération, par exemple, dans le 7e chifre du quotient, ayant pris ce 7e chifre trop grand ou trop petit (comme on le reconnoît d'abord par le produit à ôter & par le reſte) on n'eſt point obligé de recommencer entierement la diviſion, comme il arrive dans la méthode ordinaire, &

OPE ON ET DEMONSTRATION.

PREMIERE D *pour le degré ou la* $\frac{11}{90}$ *du Quart de Cercle linéaire, dont le Dividende ns la Division précédente, & le Diviseur plus grand de l'unité.*

Le Di

DIVIDENDE.

DIV 14 —

1570·7963·2679

	{9000	0000	0000	0000	0000	0 &c.				
5······	7853	9816	3397	4483	0962	0				
	1146	0183	6602	5516	9038	00				
7······	1099	5574	2875	6427	6334	68				
	46	4609	3726	9089	2703	320				
2······	·····31	4159	2653	5897	9323	848				
	15	0450	1073	3191	3379	4720				
9······	·····14	1371	6694	1154	0695	7316				
		9078	4379	2037	2683	7404	0			
5······	········	7853	9816	3397	4483	0962	0			
		1224	4562	8639	8200	6442	00			
7······	········	1099	5574	2875	6427	6334	68			
		124	8988	5764	1773	0107	320			
7······	········	··109	9557	4287	5642	7633	468			
		14	9431	1476	6130	2473	8520			
9······	········	·····14	1371	6694	1154	0695	7316			
			8059	4782	4976	1778	1204	0		
5······	········	········	7853	9816	3397	4483	0962	0		
			205	4966	1578	7295	0242	00		
1······	········	········	···157	0796	3267	9489	6619	24		
			48	4169	8310	7805	3622	760		
3······	········	········	·····47	1238	8980	3846	8985	772		
			1	2930	9330	3958	4636	9880	0	
8······	········	········	·······1	2566	3706	1435	9172	9539	2	
				364	5624	2522	5464	0340	80	
2······	········	········	········	···314	1592	6535	8979	3238	48	
				50	4031	5896	6484	7102	320	
3······	········	········	········	·····47	1238	8980	3846	8985	772	
				3	2792	7006	2637	8116	5480	
2······	········	········	········	·······3	1415	9265	3589	7932	3848	
0					1376	7740	9048	0184	1632	00
8······	········	········	········	········	1256	6370	6143	5917	2953	92
					120	1370	2904	4266	8678	080
7······	········	········	········	········	···109	9557	4287	5642	7633	468
					10	1812	8616	8624	1044	6120
6······	········	········	········	········	·······9	4247	7796	0769	3797	1544
				Second reste·········		7565	0820	7854	7247	4576

Mem. de l'Ac. R. des Sc. 1725. p. 293.

OPERATION ET DEMONSTRATION.

PREMIERE DIVISION *pour le degré ou la $\frac{1}{90}$ du quart de Cercle linéaire, réduite en parties aliquantes décimales du rayon = 1000. 0000, &c.*

Le Diviseur est 1570. 7963, *&c. le Dividende est* 9000. 0000, &c.

DIVISEUR.	DIVIDENDE.									
1570 7963 2679 4896 61923+	9000	0000	0000	0000	0000	o &c.				
Quotient. 5......	7853	9816	3397	4483	0961	5				
	1146	0183	6602	5516	9038	50				
7......	1099	5574	2875	6427	6334	61				
	46	4609	3720	9089	2703	890				
2......	...31	4159	2653	5897	9323	846				
	15	0450	1073	3191	3380	0440				
9......	...14	1371	6694	1154	0695	7307				
		9078	4379	2037	2684	3133	0			
Quotient. 5......	......	7853	9816	3397	4483	0961	5			
		1224	4562	8639	8201	2171	50			
7......	......	1090	5574	2875	6427	6334	61			
		124	8988	5764	1773	5836	890			
7......	......	...109	9557	4287	5642	7633	461			
		14	9431	1476	6130	8203	4290			
9......	......	...14	1371	6694	1154	0695	7307			
			8059	4782	4976	7507	6983	0		
Quotient. 5......	......	......	7853	9816	3397	4483	0961	5		
			205	4966	1579	3024	6021	50		
1......	......	......	...157	0796	3267	9489	6619	23		
			48	4169	8311	3534	9402	270		
3......	......	......	...47	1238	8980	3846	8985	769		
			1	2930	9330	9688	0416	5010	0	
Quotient. 8......	......	......	1	2566	3706	1435	9172	9538	4	
				364	5624	8252	1243	5471	50	
2......	......	......	......	...314	1592	6535	8979	3238	46	
				50	4032	1716	2264	2233	140	
3......	......	......	......	...47	1238	8989	3846	8985	769	
				3	2793	2735	8417	3247	3710	
2......	......	......	......	3	1415	9265	3589	7932	3846	
					1377	3470	4827	5314	9864	00
Quotient. 8......	......	......	......	......	1256	6370	6143	5917	2953	84
					120	7099	8683	9397	6910	160
7......	......	......	......	......	...109	9557	4287	5642	7633	461
					10	7542	4396	3754	9376	6990
6......	......	......	......	......	9	4247	7796	0769	3797	1538
				Premier reste........	1	3294	6600	2985	5479	5452

OPERATION ET DEMONSTRATION.

SECONDE DIVISION *pour le degré ou la $\frac{1}{90}$ du Quart de Cercle linéaire, dont le Dividende soit le même que dans la Division précédente, & le Diviseur plus grand de l'unité.*

DIVISEUR.	DIVIDENDE.									
1570·7963·2679·4896·61924—	9000	0000	0000	0000	0000	o &c.				
Quotient. 5......	7853	9816	3397	4483	0962	0				
	1146	0183	6602	5516	9038	00				
7......	1099	5574	2875	6427	6334	68				
	46	4609	3726	9089	2703	320				
2......	31	4159	2653	5897	9323	848				
	15	0450	1073	3191	3379	4720				
9......	14	1371	6694	1154	0695	7316				
		9078	4379	2037	2683	7404	0			
Quotient. 5......	......	7853	9816	3397	4483	0962	0			
		1224	4562	8639	8200	6442	00			
7......	......	1099	5574	2875	6427	6334	68			
		124	8988	5764	1773	0107	320			
7......	......	..109	9557	4287	5642	7633	468			
		14	9431	1476	6130	2473	8520			
9......	......	14	1371	6694	1154	0695	7316			
			8059	4782	4976	1778	1204	0		
Quotient. 5......	......	......	7853	9816	3397	4483	0962	0		
			205	4966	1578	7295	0242	00		
1......	......	......	...157	0796	3267	9489	6619	24		
			48	4169	8310	7805	3622	760		
3......	......	......	47	1238	8980	3846	8985	772		
			1	2930	9330	3958	4636	9880	0	
Quotient. 8......	......	......	1	2566	3706	1435	9172	9539	2	
				364	5624	2522	5464	0340	80	
2......	......	......	......	...314	1592	6535	8979	3238	48	
				50	4031	5896	6484	7102	320	
3......	......	......	......	47	1238	8980	3846	8985	772	
				3	2792	7006	2637	8116	5480	
2......	......	......	......	3	1415	9265	3589	7932	3848	
Quotient. 0					1376	7740	9048	0184	1632	00
8......	......	......	......	......	1256	6370	6143	5917	2953	92
					120	1370	2904	4266	8678	080
7......	......	......	......	......	...109	9557	4287	5642	7633	468
					10	1812	8616	8624	1044	6120
6......	......	......	......	......	9	4247	7796	0769	3797	1544
					Second reste........	7565	0820	7854	7247	4576

l'on ne recommence dans celle-ci qu'à ce même 7e chifre, & les six premiers subsistent comme bons. Ainsi l'on voit toûjours clairement & distinctement toute la suite de l'opération lorsqu'on veut la vérifier.

REMARQUE V.

On verra dans la suite de ce Mémoire, que l'on trouve la valeur des angles cherchés par la détermination de la partie aliquote du rayon, ou des deux parties aliquotes prochaines & immédiates de ce rayon, entre lesquelles se trouve la valeur de l'arc qui sert de mesure à l'angle cherché, ce rayon étant $= r$, & la tangente constamment égale à 1. J'ai démontré en ne supposant que les trois fameuses propositions d'*Euclide*, la 47e du 1.er, la 1.re & la 4e proposition du 6e livre de ses *Eléments*; j'ai, dis-je, démontré dans les Mémoires de 1719, que l'arc correspondant à cette tangente est égal à la somme de cette serie indéfinie $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}} + \frac{15rr-13}{195r^{15}}$, &c.

La serie des numérateurs $3rr-1$, $7rr-5$, $11rr-9$, $15rr-13$, &c. est une progression arithmétique continue, dont le premier terme est $3rr-1$, & la différence constante est $4rr-4$, à $3rr-1$ premier numérateur,

ajoûtez .... $4rr-4$

la somme est .... $7rr-5$ second numérateur,

ajoûtez .... $4rr-4$

la somme est .... $11rr-9$ troisieme numérateur,

ajoûtez .... $4rr-4$

la somme est .... $15rr-13$ quatrieme numérateur, & ainsi de suite à l'infini.

La serie des dénominateurs $3r^3$, $35r^7$, $99r^{11}$, $195r^{15}$, &c. est formée par la multiplication respective

de 1×3 par $r^3 = 3r^3$ premier dénominateur.

de 5×7 par $r^7 = 35r^7$ second dénominateur.

de 9×11 par $r^{11} = 99r^{11}$ troisieme dénominateur.
de 15×13 par $r^{15} = 195r^{15}$ quatrieme dénominateur.
&c. &c.

& ainsi de suite à l'infini.

C'est-à-dire, qu'elle est formée par la multiplication de deux nombres impairs prochains quelconques par r élevé à la puissance qui a pour exposant le plus grand de ces deux nombres impairs.

Or dans la serie naturelle des nombres impairs,

$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,$ &c.

dont les exposants sont $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,$ &c.

Si l'on exprime en général tout exposant par a, l'exposant du terme suivant sera $a + 1$, le nombre impair correspondant à l'exposant a, pourra toûjours être exprimé par $4a - 3$, & le nombre impair correspondant à l'exposant $a + 1$, pourra toûjours être exprimé par $4a - 1$, qui surpasse de 2 le nombre $4a - 3$.

Le produit de deux nombres impairs prochains quelconques pourra donc être exprimé universellement par le produit de $4a - 3$, multiplié par $4a - 1$, c'est-à-dire, par $16aa - 16a + 3$, car $4a - 1$,

multiplié par $4a - 3$

$$\begin{array}{r} 16aa - 4a \\ -12a + 3 \\ \hline \text{produit } 16aa - 16a + 3 \end{array}$$

Les deux nombres impairs qui suivent immédiatement $4a - 3$, & $4a - 1$, sont évidemment $4a + 1$ & $4a + 3$; & leur produit est $16aa + 16a + 3$,

car $4a + 3$

multiplié par $4a + 1$

$$\begin{array}{r} 16aa + 12a \\ + 4a + 3 \\ \hline \text{produit } 16aa + 16a + 3 \end{array}$$

A

Ainsi toute la serie des dénominateurs pourra être exprimée universellement, de la maniere suivante.

Le Dénominateur du premier terme quelconque, pris à discrétion dans la serie, sera exprimé par $\overline{16aa - 16a + 3} \times r^{4a-1}$ & son numérateur correspondant sera exprimé par $\overline{4a - 1} \times rr - 4a - 3$, & par conséquent ce premier terme quelconque, pris à discrétion dans la serie, sera exprimé par $\frac{\overline{4a-1} \times rr - 4a - 3}{\overline{16aa - 16a + 3} \times r^{4a-1}}$, en supposant que l'exposant de ce premier terme est exprimé par a.

Il s'ensuit que le terme immédiatement suivant dans la même serie, sera exprimé universellement par $\frac{\overline{4a+3} \times rr - 4a + 1}{\overline{16aa + 16a + 3} \times r^{4a+3}}$.

Par exemple, si l'on prend le 3ᵉ terme de la serie $\frac{3rr - 1}{3r^3} + \frac{7rr - 5}{35r^7} + \frac{11rr - 9}{99r^{11}} + \frac{15rr - 13}{195r^{15}}$, &c. ce 3ᵉ terme est $\frac{11rr - 9}{99r^{11}}$. Je suppose l'exposant $3 = a$, on aura $4a - 1 = 4 \times 3 - 1 = 12 - 1 = 11$ & $\overline{4a - 1} \times rr = 11rr$ & $4a - 3 = 12 - 3 = 9$. On aura donc le numérateur $\overline{4a - 1} \times rr - 4a - 3 = 11rr - 9$, & pour le dénominateur on aura

$$a = 3$$
$$16a = 48$$
$$16aa = 144$$

Donc $16aa - 16a + 3 = 144 - 48 + 3 = 99$, & $r^{4a-1} = r^{11}$.

Donc le dénominateur de ce 3ᵉ terme sera $99r^{11}$, & le 3ᵉ terme même sera $\frac{11rr - 9}{99r^{11}}$.

On trouvera de même le 4ᵉ terme qui suit immédiatement le 3ᵉ, en supposant toûjours $3 = a$ dans la formule $\frac{\overline{4a+3} \times rr - 4a + 1}{\overline{16aa + 16a + 3} \times r^{4a+3}}$, car $4a + 3 = 15$ & $4a + 1 = 13$.

Donc le numérateur sera $= 15rr - 13$, & le dénomi-

nateur $16aa + 16a + 3 \times r^{4a+3} = 195r^{15}$.

Donc le 4e terme de la ſerie ſera $\frac{15rr - 13}{195r^{15}}$, & ainſi des autres à l'infini.

Cette ſerie $\frac{3rr - 1}{3r^{3}} + \frac{7rr - 5}{35r^{7}} + \frac{11rr - 9}{99r^{11}} + \frac{15rr - 13}{195r^{15}}$ &c. eſt la plus prompte, la plus élegante comme la plus convergente de toutes celles que je connois pour rectifier l'arc, dont la Tangente étant 1, & le rayon $= r$ eſt multiple en raiſon quelconque de cette tangente.

Par exemple, dans le triangle rectiligne & rectangle dont les trois côtés ſont 3 : 4 : & 5, pour trouver la valeur de l'angle aigu oppoſé au petit côté 3, je me ſers d'un triangle rectiligne & rectangle, dérivé de celui-là, & dont le plus grand côté d'autour de l'angle droit eſt 7 que je prends pour rayon, & dont le petit côté d'autour de l'angle droit eſt 1 que je prends pour tangente de l'arc qui ſert de meſure au complement de l'angle aigu cherché à l'angle demi-droit.

J'ai donc .... $r = 7$
& par conſéquent $rr = 49$
$r^{3} = 343$
$r^{4} = 2401$

&c. &c.

Et ſubſtituant ces valeurs de 7 & de ſes puiſſances dans la ſerie $-\frac{3rr - 1}{3r^{3}} + \frac{7rr - 5}{35r^{7}} + \frac{11rr - 9}{99r^{11}}$, &c. la valeur de ce dernier arc cherché ſera $\frac{146}{1029} + \frac{338}{28.824.005} + \frac{530}{195.755.347.557} +$ &c. je déterminerai exactement les limites d'approximation de chaque terme, ou abſolument & indépendamment de toute inſtitution purement arbitraire ou en dégrés, minutes, ſecondes, tierces, &c. à l'ordinaire.

Je dis que chacun des termes pris à diſcrétion dans cette ſerie, ſera moindre que la $\frac{1}{2401^{me}}$ du terme immédiatement

précédent, & par conſéquent que la ſomme totale de tous les termes ſuivans à l'infini (laquelle ſomme donne indéfiniment l'arc cherché) eſt moindre que la $\frac{1}{2400^{me}}$ du ſeul terme auquel on s'eſt arrêté.

Car ſuivant la formule d'intégration pour les ſeries dont les termes ſont en progreſſion géométrique continue, deſcendante à la ſomme totale de $\frac{1}{2401} + \frac{1}{2401^2} + \frac{1}{2401^3}$ &c. à l'infini, eſt préciſément $= \frac{1}{2400}$. Donc ſi une ſerie quelconque décroît en plus grande raiſon que celle de 2401 à 1, (quelle que puiſſe être cette ſerie) la ſomme de tous les termes ſuivans à l'infini ſera plus petite que la $\frac{1}{2400^{me}}$ du premier de ces termes quelconques, auquel on s'eſt arrêté. Il reſte à démontrer que dans la formule exemplaire qui repréſente ſeule toute la ſerie, par les deux termes quelconques qui ſe ſuivent immédiatement; Sçavoir,

$$\frac{\overline{4a-1} \times rr - \overline{4a-3}}{\overline{16aa-16a+3} \times r^{4a-1}} \;\&\; \frac{\overline{4a+3} \times rr - \overline{4a+1}}{\overline{16aa+16a+3} \times r^{4a+1}}.$$

Le premier de ces deux termes contient plus de fois le ſecond que r^4 ne contient l'unité. Or c'eſt ce qui eſt aiſé à démontrer, en réduiſant ces deux termes, qui ſont deux eſpeces de fractions, à une même dénomination : car pour lors le premier terme ſera au ſecond, comme le numérateur de la premiere fraction réduite eſt au numérateur de la ſeconde fraction, auſſi réduite. Il n'y a donc (ſans avoir égard à ce dénominateur commun) qu'à multiplier en croix le numérateur de la premiere fraction par le dénominateur de la ſeconde, & réciproquement le numérateur de la ſeconde fraction par le dénominateur de la premiere. Et l'on trouvera que le premier terme, par exemple $\frac{3rr-1}{3r^3}$ a plus grande raiſon au ſecond terme $\frac{7rr-5}{35r^7}$ que r^4 à 1.

multipliez ... $35r^7$ multipliez ... $7rr - 5$
par ..... $3rr - 1$ par ...... $3r^3$

le produit est $105r^9 - 35r^7$ le produit est $21r^5 - 15r^3$

Je dis que si l'on multiplie le 2d produit $21r^5 - 15r^3$
par .... r^4

le troisieme produit .... $21r^9 - 15r^7$
est plus petit que le premier produit .... $105r^9 - 35r^7$.

Car divisant chacun de ces deux produits par r^7, il reste à prouver que $105rr - 35$ est plus grand que $21rr - 15$, & ajoûtant 35 de part & d'autre, & ôtant aussi $21rr$ de part & d'autre; je dis que $84rr$ est plus grand que 20, ou que $21rr$ est plus grand que 5, puisque 3×7 est plus grand que 1×5, ce qui est très évident, puisque par l'hypothese, r est plus grand que 1. tangente constante d'un arc toûjours moindre que la 24me partie de la circonférence entiere.

Je dis de même que le 2d terme $\frac{7rr - 5}{35r^7}$ contient plus de fois le 3e terme $\frac{11rr - 9}{99r^{11}}$ que r^4 ne contient l'unité,

multipliez ... $99r^{11}$ multipliez ...... $35r^7$
par .... $7rr - 5$ par .... $11rr - 9$

le produit est $693r^{13} - 495r^{11}$ le produit est $385r^9 - 315r^7$.

Je dis que si l'on multiplie ce produit $385r^9 - 315r^7$ par r^4, & que l'on compare $385r^{13} - 315r^{11}$, ou (ce qui revient au même & est plus simple) si l'on compare $385r^9 - 315r^7$ avec $693r^9 - 495r^7$, ou $385rr - 315$ avec $693rr - 495$, ou $308rr$ avec 180, ou enfin $77rr$ avec 15. Il est évident que r étant par l'hypothese plus grand que l'unité qui est la tangente de 15 dégrés; il est, dis-je, évident que $77rr$ est plus grand que 15, puisque 7×11 seul est plus grand que 3×5, & en général que $4a - 1 \times 4a + 3$ est plus grand que $4a - 5 \times 4a - 3$ dans la double formule exemplaire ci-dessus. Donc chaque terme de cette serie pris à discrétion au-dessous du premier, sera moindre que la $\frac{1}{1401}$ partie du terme précédent. *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Lorſque le rayon r n'eſt pas préciſément multiple de la tangente donnée t, l'on ſe ſervira de la formule ſuivante pour l'arc $= x$ qui correſpond à la tangente $= t$.

L'on aura $x = \frac{3rrt^1 - 1t^3}{3rr} + \frac{7rrt^5 - 5t^7}{35r^6} + \frac{11rrt^9 - 9t^{11}}{99r^{10}}$, &c. dont la conſtruction, l'uſage & la limitation ſont aiſées à trouver & à démontrer par ce qui vient d'être dit & démontré pour les tangentes ſous-multiples du rayon dans la ſerie précédente. Car il n'y a qu'à ſuppoſer toûjours $t = 1$, & r égal à un nombre mixte d'entier & de fraction, ou à une fraction impropre; par exemple, au lieu de $r = 7$ & $t = 1$, ſi l'on ſuppoſe le rayon $= 13$, & la tangente $= 3$, il n'y a qu'à ſuppoſer $t = 1$, & $r = 4\frac{1}{3}$ ou $= \frac{13}{3}$, & tout le reſte ſe démontrera de même & par la même formule préciſément.

Je paſſe préſentement à la diviſion générale des triangles rectilignes & rectangles, dont les côtés ſont donnés en nombres, & dont il faut trouver exactement ou indéfiniment près la valeur des angles, lorſqu'ils ſont incommenſurables entr'eux, ſans ſe ſervir des tables des ſinus, &c.

I.

Tout triangle rectiligne & rectangle eſt, ou iſoſcele ou ſcalene.

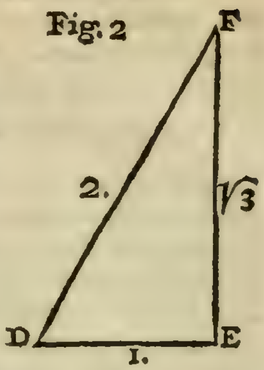
II.

Dans le triangle rectiligne rectangle & iſoſcele, comme le triangle ABC, il ne faut aucun calcul pour trouver la valeur de ſes angles aigus : car il eſt évident que chacun de ces angles eſt un demi droit.

L'hypothénuſe eſt double en puiſſance de chacun des deux côtés qui comprennent l'angle droit.

III.

Dans le triangle rectiligne rectangle & ſcalene, qui a



son hypothénuse double en longueur du petit côté, comme dans le triangle *DEF*, il ne faut encore aucun calcul pour connoître la valeur de ses deux angles aigus *D* & *F*. Car il est démontré que le petit angle *F* est le tiers de l'angle droit, & que par conséquent l'autre angle aigu *E* en est les deux tiers. On sçait que ce triangle *DEF* est la moitié parfaite du triangle équilatéral qui auroit l'hypothénuse *DF* pour un, & par conséquent pour chacun de ses trois côtés. Or chacun des trois angles du triangle équilateral est les deux tiers d'un droit. Donc, &c.

IV.

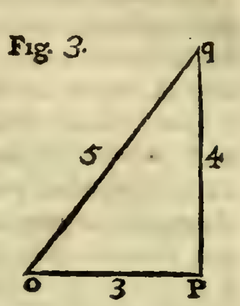
Le triangle équilateral est le seul triangle obliquangle, dont connoissant en nombre les trois côtés ou leur rapport, on connoisse exactement le rapport de ses trois angles.

V.

Tout autre triangle, soit rectangle, soit obliquangle, qui a trois côtés commensurables, aura ses trois angles (ou du moins deux, s'il est isoscele) incommensurables au troisieme, par exemple, les triangles rectangles 3 : 4 : 5
5 : 12 : 13
8 : 15 : 17
&c. &c. &c. ont leurs angles aigus incommensurables à l'angle droit, de même que les triangles obliquangles scalenes 13 : 14 : 15 & 15 : 41 : 52, &c. Il en est de même des triangles obliquangles isosceles 3 : 3 : 5. & 4 : 4 : 5, &c. parce qu'en général toute corde commensurable au diametre, excepté le rayon seul, soustend un arc incommensurable à la circonférence entiere ; ce qui se démontre par la serie des équations des arcs multiples ou sous-multiples, comparés à l'arc simple en général, qui est partie aliquote de la circonférence entiere. Il faudroit une équation

de l'infinitieme dégré pour y satisfaire universellement, & par conséquent c'est une équation impossible.

V.



Dans tout triangle rectiligne rectangle & scalene, qui a son hypothénuse moindre que le double de son petit côté, comme dans le triangle opq, dont l'hypothénuse $oq = 5$, est moindre que 6, double du petit côté $op = 3$, & dont le 3me côté $pq = 4$, l'on ne peut connoître indéfiniment la valeur du petit angle aigu, opposé au côté op, que par une serie composée d'un nombre indéfini de termes qui doivent être les plus convergents qu'il est possible, ensorte qu'on connoisse la valeur de cet angle aigu à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, par exemple, à moins d'une cent millieme, d'une cent mille millionieme, &c. de l'angle droit, ou plûtôt de l'angle qui est la sixieme partie de l'angle droit. C'est ce qui sera démontré dans la suite de ce Mémoire; il faut pour cet effet faire la préparation suivante par cette analogie, dans la premiere classe des triangles rectangles.

Comme la somme des deux côtés qui comprennent l'angle droit,

est à la différence de ces deux mêmes côtés.

Ainsi le rayon ou sinus total constant $= 1$,

est à un 4me terme qui sera la tangente de l'excès du demi-droit sur l'angle aigu cherché.

C'est-à-dire, dans l'exemple particulier du triangle 3 : 4 : 5,

Comme $4 + 3 = 7$

est à..... $4 - 3 = 1$

Ainsi 1 sinus total

est à $\frac{1}{7}$, tangente de l'excès du demi-droit sur l'angle cherché.

Mais au lieu de supposer le rayon $= 1$, & la tangente $= \frac{1}{7}$, on pourra supposer le rayon $= 7$, & la tangente $= 1$. *Ce qui ne change rien.*

Il s'agit présentement de démontrer que dans cette premiere classe des triangles rectangles, on trouve par l'analogie précédente le moyen général de les transformer en triangles rectangles, dont le plus petit des deux angles aigus soit toûjours moindre que la 6me partie de l'angle droit, ou que 15 dégrés. *Voyez les Figures 3 & 4.*

Or c'est une maxime constante que plus l'angle aigu cherché est petit, & plus promptement & plus facilement on rectifie indéfiniment près l'arc qui lui sert de mesure, en se servant du rapport connu de la tangente de cet arc au rayon, parce que dans la formule générale de rectification de cet arc, sçavoir $x = \frac{3rr - 1}{3r^3} + \frac{7rr - 5}{35r^7} +$ &c. plus le rapport du rayon $= r$ à la tangente $= 1$ sera grand, & plus chaque terme de la serie décroîtra en raison continuellement plus que quadruplée de ce dernier rapport. Ainsi après avoir démontré ci dessus, que supposant le rayon $= r = 7$, & la tangente $= 1$, chaque terme décroît en plus grande raison que celle de 2401 à 1. Si l'on suppose $r = 41$, & $t = 1$, comme dans le second triangle rectangle 20. 21. & 29, qui se transforme en celui-ci 41 : 1 : & $\sqrt{1682}$ (on peut négliger entierement l'irrationnel $\sqrt{1682}$) les termes de la serie résultante décroîtront continuellement en plus grande raison que celle de $41^4 = 2.825.761.$ à 1; ensorte que le second terme de la serie sera plus de 2.825.761 fois plus petit que le premier terme, & le troisieme terme sera plus de 2.825.761 fois plus petit que le second terme, & ainsi de suite.

Si l'on suppose $r = 239$, & $t = 1$, comme dans le troisieme triangle rectangle, dont les côtés comprenant l'angle droit, sont 119. & 120, qui se transforme en celui-ci, 239 : 1 : $\sqrt{57122}$ (on peut négliger entierement l'irrationnel $\sqrt{57122}$) les termes de la serie résultante décroîtront continuellement en plus grande raison que celle de 3.262.808.641. à 1, & ainsi de suite, ensorte que la serie peut devenir indéfiniment convergente.

THEOREME

THEOREME I.

Dans tout triangle rectiligne, rectangle & ſcalene, comme opq, (Fig. 3.) *dont l'hypoténuſe* oq *eſt moindre que le double du petit côté* op, *ſi l'on fait, ou ſeulement, ſi l'on ſuppoſe un ſecond triangle rectiligne ſcalene* RST, *rectangle en* S, *tel que le grand côté* RS *d'autour de l'angle droit, ſoit égal à la ſomme des deux côtés* op, oq, *du premier triangle, & le plus petit des deux côtés* ST *ſoit égal à la différence des deux côtés* op, pq, *du premier triangle; je dis que le petit triangle aigu* R *eſt égal à l'excès de l'angle* o, *ſur la moitié de l'angle droit, & par conſéquent égal à l'excès de cette même moitié de l'angle droit ſur l'angle* q, *enſorte que l'angle* R *étant connu, il eſt évident que les angles cherchés,* o *&* q, *le ſeront auſſi.*

Fig. 4.

T

I

R 7. S

Je dis de plus que cet angle R *ſera plus petit que la* 6me *partie de l'angle droit, ou plus petit que* 15 *degrés.*

Démonſtration de la premiere partie du Théoreme.

Il eſt démontré en général dans tous les traités de Trigonométrie, que ſi les deux côtés d'un triangle rectiligne ſcalene quelconque, ſont donnés avec l'angle qu'ils comprennent, on trouvera les deux autres angles de ce même triangle, en faiſant cette analogie.

Comme la ſomme des deux côtés donnés
 eſt à leur différence.
Ainſi la tangente de la moitié de la ſomme des deux
 autres angles cherchés
 eſt à la tangente de la moitié de leur différence.

Voyez Ozanam. Tables des Sinus. p. 53.

Or, dans le cas particulier où l'angle donné eſt droit, la moitié de la ſomme des deux autres angles cherchés eſt évidemment un demi-droit, dont la tangente eſt le rayon même ou le ſinus total. Donc l'analogie générale pour tout triangle rectiligne, ſe change en celle-ci pour le triangle rectangle.

Comme la ſomme des deux côtés donnés
eſt à leur différence.

Ainſi la tangente de l'angle demi-droit ou le ſinus total ; eſt à la tangente de la moitié de la différence des deux angles aigus cherchés.

C'eſt-à-dire à la tangente de l'excès du plus grand de ces deux angles ſur le demi-droit, & en même tems à la tangente de l'excès du demi-droit ſur le plus petit de ces deux angles cherchés.

Or dans les Figures 5 & 6, comparant le triangle rectangle donné opq, avec le triangle rectangle RST ; il eſt évident que RS eſt par conſtruction, égal à la ſomme des deux côtés op, pq, & que ST eſt égal à la différence de pq à op. Donc prenant RS pour ſinus total, & ST pour tangente du petit angle aigu R ; il eſt, dis-je, évident que cet angle R eſt égal à la moitié de la différence des deux angles aigus o & q, dont la ſomme eſt un angle droit. Donc en connoiſſant l'angle R, on connoîtra les deux angles aigus cherchés o & q. Or on connoîtra aiſément, promptement & indéfiniment près l'angle R, ou l'arc de cercle dont le rayon eſt RS, & la tangente ST, par la formule ci-deſſus pour la rectification générale des arcs dont on connoît le rayon & la tangente, & l'on connoîtra d'autant plus aiſément, plus promptement, & plus indéfiniment près cet arc, à proportion que l'angle R ſera plus petit ou plus aigu. La meſure fixe eſt conſtante du *Maximum* du calcul néceſſaire pour cette rectification indéfinie de l'arc qui ſert de meſure à l'angle cherché R, c'eſt le cas primitif & le moins favorable de tous, lorſque cet angle R eſt égal à la ſixieme partie de l'angle droit ou à 15 dégrés, & ce même angle R ne pouvant jamais être connu exactement, mais ſeulement indéfiniment près, lorſque (comme on le ſuppoſe toûjours ici) les deux côtés op, pq, ſont donnés en nombre, il eſt évident que la formule ci-deſſus $-\frac{3rr-1}{3r^3}$ $+\frac{7rr-5}{35r^7}$, &c. donne parfaitement tout ce qu'on peut ſouhaiter ſur ce ſujet.

Démonstration de la seconde partie.

Je dis que l'angle *R* est toûjours plus petit que la 6me partie de l'angle droit, lorsque l'hypoténuse *oq* est moindre que le double du petit côté *op*, comme on le suppose dans toute la premiere classe des triangles rectangles.

1°. Lorsque l'hypoténuse du triangle rectangle est précisément double du petit côté, il est démontré que le petit angle aigu est le tiers d'un angle droit, ou qu'il est de 30 degrés. Or par la formation simplement analogique dans ce cas, de même que dans le triangle donné *opq* & dans le triangle *RST*, l'angle *R* est égal à l'excès du demi-droit ou de 45 degrés sur l'angle *q* de 30 degrés, cette angle *R* est donc précisément de 15 degrés ou de la 6e partie de l'angle droit.

2°. Lorsque l'hypoténuse est moindre que le double du petit côté, il s'ensuit nécessairement & évidemment que l'angle opposé à ce petit côté, est plus grand que le tiers de l'angle droit ou que 30 degrés. Donc sa différence à l'angle demi-droit, ou de 45 degrés, sera moindre que 15 degrés, ou moindre que la sixieme partie de l'angle droit. C'est-à-dire que dans l'exemple proposé des triangles *opq* & *RST*, l'angle *q* sera plus grand que 30 degrés, & l'angle *R* plus petit que 15 degrés, puisque si de 45 j'ôte plus de 30, il est évident qu'il reste moins de 15.

Donc en général dans toute la classe des triangles rectangles, dont l'hypoténuse est moindre que le double du petit côté, l'angle derivé *R* sera moindre que 15 degrés. *Ce qu'il falloit demontrer en second lieu.*

REMARQUE.

Cet angle *R* peut donc approcher à l'infini de la sixieme partie de l'angle droit, mais il ne peut jamais y atteindre, & comme lorsque cet angle est de 15 degrés précisément, il est aisé de démontrer que le rayon étant 1, la tangente de 15 degrés est $2 - \sqrt{3}$, ou $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, ce qui revient au même.

L'on peut ſubſtituer à cette formule irrationnelle, deux ſéries rationnelles indéfinies de triangles rectangles, dont les deux côtés d'autour de l'angle droit ſeront rationnaux, & qui approcheront indéfiniment près l'une de ces ſeries par excès, & l'autre ſérie par défaut du rapport de 1 à $2 - \sqrt{3}$ ou de 1 à $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ ſuivant cette formule exemplaire $\frac{a}{b}$ & $\frac{4b - 1a}{1b}$.

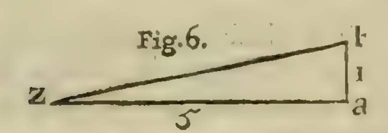
Si l'on ſuppoſe $a = 1$ & $b = 4$, on aura cette ſérie par défaut, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{15}{56}$, $\frac{56}{209}$, &c.

Mais ſi l'on ſuppoſe $a = 1$, & $b = 3$, l'on aura cette ſérie par excès, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{11}{41}$, $\frac{41}{153}$, &c.

THEOREME II.

Dans tout triangle rectiligne, rectangle & ſcalene, comme VXY *dont l'hypoténuſe* VY = 13 *eſt plus grande que le double du petit côté* VX = 5 (*car* 13 *eſt plus que double de* 5), *& dont l'autre côté moyen* XY = 12 *qui comprend l'angle droit* X, *conjointement avec le petit côté* VX, *ſi l'on fait, ou ſeulement, ſi l'on ſuppoſe un ſecond*

Fig. 5.

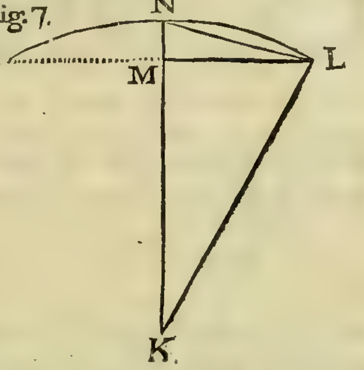

Fig. 6.

triangle rectiligne & ſcalene, zab. *rectangle en* a, *& tel que le grand côté d'autour de l'angle droit* za, *ſoit égal au petit côté* VX *du premier triangle* VXY, *& que le petit côté* ab *du ſecond triangle ſoit égal à l'excès de l'hypoténuſe* VY *du premier triangle ſur ſon côté moyen* XY. *Je dis,* 1°. *que le*

petit angle aigu Z, *est la moitié du petit angle aigu* Y. *Je dis,* 2°. *que cet angle* Z *est moindre que la sixieme partie de l'angle droit, ou plus petit que* 15 *degrés.*

Démonstration de la premiere partie du Theoreme.

Soit dans la Figure 7. le triangle rectiligne scalene *KLM*, rectangle en *M*, & dont l'hypoténuse *KL* soit plus que double du petit côté *LM*.



PREPARATION.

Prolongez le côté *KM* en *N*, ensorte que *KN* soit égal à *KL*, ensuite du centre *K* & de l'intervalle *KL*, décrivez l'arc de cercle *LNn*, terminé au point *n* par la ligne *LM*, prolongée de *M* vers *n*, ensorte que *Mn* soit égale à *ML*, & joignez *LN*.

Dans le petit triangle *MLN*, l'angle à la circonférence *MLN*, a pour sa mesure la moitié de l'arc *Nn* ou de son égal l'arc *NL*; mais l'angle *MKL* ou *NKL* a pour sa mesure l'arc entier *NL*. Donc l'angle *MLN* est la moitié de l'angle *MKL*, & par conséquent dans les Figures 5 & 6, l'angle *Z* est moitié de l'angle *Y*. *Ce qu'il falloit premierement demontrer.* Car dans le petit triangle *MNL*, le petit côté *MN* est égal à l'excès de l'hypoténuse *KL* sur le côté moyen *MK*, de même que *ab* (*Fig.* 6.) est par construction ou par hypothese, égal à l'excès de l'hypoténuse *VY* sur le côté moyen *XY* (*Fig.* 5.) & dans le même triangle *MNL*, le côté moyen *ML* est en même tems le petit côté du triangle *KML*, de même que dans le triangle *zab*, le côté moyen *za* est par construction ou par hypothese, égal au petit côté *VX* du grand triangle *VXY*.

Démonstration de la seconde partie du même Theoreme.

Lorsque l'hypoténuse d'un triangle rectiligne, & rectangle, est précisément double du petit côté, le petit angle aigu est le tiers de l'angle droit. Comme dans la Fig. 2. l'hypoténuse *D F* étant double du petit côté *D E*, il est démontré que l'angle aigu *F*, est le tiers de l'angle droit, & par conséquent que la moitié de l'angle *I* dans le triangle *G H I* (*Fig.* 8.) est la 6me partie de l'angle droit; & il est de même démontré que cet angle *I* est égal à l'excès de l'angle demi-droit, sur le petit angle aigu *F*, car 15 degrés est en même tems, & la moitié de 30 degrés, & l'excès de 45 degrés sur 30 degrés.

Fig. 8.

I

I.

G I H

$2 + \sqrt{3}$

Mais lorsque l'hypoténuse est plus que double du petit côté, l'angle aigu opposé à ce petit côté, est par conséquent moindre que le tiers de l'angle droit, ou que 30 degrés. Donc la moitié de ce même angle aigu sera moindre que la 6me partie de l'angle droit, ou moindre que 15 degrés. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

C O R O L L A I R E G E N E R A L.

Les trois côtés de tout triangle rectiligne, rectangle & scalene, peuvent donc être representés par cette Formule générale.

Le petit côté $= a$.
L'hypoténuse $= 2a + b$.
Le côté moyen $= c = \sqrt{3aa + 4abb + bb}$.

1°. Si $b = 0$. C'est le cas le plus simple, & le cas seul & unique de son espece. Ses deux angles aigus sont connus, le petit angle est le tiers d'un droit, ou de 30 degrés, & le grand angle aigu est les deux tiers d'un droit ou de 60 degrés. Il ne faut aucun calcul pour parvenir à la connoissance de la grandeur de ces deux angles aigus.

2°. Si l'hypoténuſe $= 2a - b$, comme dans le triangle 3 : 4 : 5, il faut chercher l'angle aigu qui ſert de complément au demi-droit au petit angle aigu cherché, oppoſé au petit côté 3, & pour cet effet il faut faire cet analogie.

Comme $a + c$, pris pour ſinus total particulier
eſt à .. $c - a$, pris pour tangente.
Ainſi .. 1, pris pour ſinus total en général,
eſt à .. $\frac{c-a}{a+c} = d$, tangente particuliere d'un angle toûjours moindre que la $\frac{1}{6}$ de l'angle droit, & par conſéquent moindre que $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$, ou que $2 - \sqrt{3}$, qui eſt la tangente de l'angle ou de l'arc de 15 degrés, ou la tangente de l'arc qui eſt la $\frac{1}{24^{me}}$ partie de la circonférence entiere.

Enſuite l'on cherchera & l'on déterminera indéfiniment près, c'eſt-dire, auſſi près qu'on voudra, par la ſerie, le rapport de l'arc de cette tangente à la $\frac{1}{6^{me}}$ du quart de cercle linéaire, ou (ce qui revient au même) le rapport de l'angle cherché à l'angle de 15 degrés, & l'on ſe ſervira de la formule $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}}$ &c. lorſque le rayon eſt multiple de la tangente.

Ainſi dans l'exemple de la tangente rectangle, 3 : 4 : 5, l'on fera cette analogie.

Comme $4 + 3 = 7$.
eſt à ..... $4 - 3 = 1$.
Ainſi le ſinus total & conſtant $= 1$,
eſt à $\frac{1}{7}$, tangente correſpondante
à l'arc qui ſert de complément à l'angle cherché pour égaler l'angle demi-droit.

On ſuppoſera donc le rayon $r = 7$, & la tangente $= t = 1$, & l'on aura en ſubſtituant 7 à la place de r, & 49 à la

place de rr dans le numérateur, & 343 à la place de r^3. Et enfin les 7.mes, 11.mes, 15.mes, &c. puissances de 7 au lieu de r^7, r^{11}, r^{15}, &c.
Et l'on trouvera une série rationnelle indéfinie, dont le premier terme seul, sçavoir, $\frac{146}{1029}$, donnera l'angle de complément à 45 degrés, 8^d 7', &c. & par conséquent l'angle même cherché, 36^d, 52', &c. à moins de 2'' 27''' près, en faisant cette analogie.

Comme 261. 799. 387 — &c. { valeur constante de 15 degrés, le sinus total étant 1000. 000. 000, &c.

est à 141. 885. 325 + { valeur du 1er terme $\frac{146}{1029}$

Ainsi 15 degrés

est à un quatrieme terme, 8^d 7', &c.

Et si à cette valeur l'on ajoûte la valeur du second terme, $\frac{338}{28.824.005}$, on aura les degrés, minutes, secondes, tierces, &c.

La formule générale pour l'arc de 15 degrés, le rayon étant $=1$, & le côté du triangle équilatéral inscrit étant $=a=\sqrt{3}$, cette formule générale & indéfinie est $\frac{4a}{1\times3\times3^2}$

$$+\frac{8}{5\times7\times3^4}+\frac{12a}{9\times11\times3^6}+\frac{16a}{15\times13\times3^8}, \&c.$$

ou

$$\frac{4a}{11\times3^7}$$

Or $a=\sqrt{3}$, se peut tranformer (suivant le Mémoire que j'ai donné en 1723.) en série rationnelle indéfiniment approchée & indéfiniment convergente. Donc, &c.

Lorsque la tangente trouvée immédiatement, n'est pas sous-multiple du rayon, il sera plus commode de se servir, ou de la série $\frac{t}{1}-\frac{t^3}{3r}+\frac{t^5}{5r^4}-\frac{t^7}{7r^6}$, &c. composée de termes alternatifs, par + & —, ou de celle-ci qui en résulte,

& qui

& qui eſt toute additive, $\frac{3rrt^3 - 3t^5}{3rr} + \frac{7rrt^5 - 5t^7}{5 \times 7 \times r^4} +$ &c.

3°. Enfin, ſi l'hypotenuſe $= 2a + b$, comme dans le triangle 5 ; 12 : 13, on trouvera par les mêmes ſéries en formule, la moitié du petit angle cherché. C'eſt ce que je vais expliquer dans le Problème ſuivant.

PROBLEME.

Trouver la valeur des deux angles aigus d'un Triangle rectiligne & rectangle, dont les trois côtés ſont donnés en nombres & qui eſt dans la ſeconde claſſe.

Soit l'hypotenuſe $= 13$,

le plus grand des deux côtés d'autour de l'angle droit $= 12$.

& le petit côté $= 5$.

Je connois d'abord que ce triangle donné eſt de la ſeconde claſſe, parce que l'hypotenuſe 13 eſt plus grande que le double du petit côté 5.

Je ſuppoſe qu'on veuille connoître la valeur du petit angle aigu oppoſé au petit côté 3 en degrés, minutes, ſecondes & tierces à moins d'une tierce près, & cela ſans Tables des ſinus, tangentes & ſécantes, au moyen d'une ſérie ou formule générale, ſuivant laquelle on pourroit trouver cette valeur indéfiniment près ; mais je m'arrête aux tierces dans cet exemple, tant pour ne pas embarraſſer le Lecteur par un trop grand calcul, que parce que cette approximation eſt plus que ſuffiſante dans la pratique des ſupputations qui demandent le plus d'exactitude.

On ſçait qu'une tierce eſt la $\frac{1}{1944.0000^{me}}$ partie de l'angle droit, & par conſéquent l'arc qui ſert de meſure à une tierce eſt la $\frac{1}{1944.0000^{me}}$ partie du quart de cercle linéaire.

Il faut ſe ſouvenir que j'ai démontré au commencement de ce Mémoire, que l'arc d'une tierce eſt entre la $\frac{1}{1237.5888^{me}}$ & la $\frac{1}{1237.5889^{me}}$ partie du rayon.

Cela ſuppoſé, au lieu de chercher directement & immédiatement la valeur de l'angle oppoſé au petit côté 5, ou la valeur de l'arc qui ſert de meſure à cet angle, j'en cherche ſeulement la moitié ſuivant le Théorème 2d ci-deſſus. On ſçait d'ailleurs en général, que plus l'angle dont on cherche la valeur eſt petit, & plus facilement & plus promptement l'on trouve cette valeur au moyen de la formule de rectification de l'arc par ſa tangente correſpondante. C'eſt même en cela que conſiſte le principal mérite des deux Théorèmes ci-deſſus.

Je prends donc, par regle générale, le petit côté 5 pour rayon $= r$, & pour tangente de la moitié de l'angle cherché, la différence ou l'excès de l'hypotenuſe $= 13$ ſur le grand côté d'autour de l'angle droit $= 12$, c'eſt-à-dire, je prends pour tangente $13 - 12 = 1$. J'ai donc

$r = 5$

$rr = 25$, & par conſéquent $4rr - 4$, différence conſtante des numérateurs $= 4 \times 25 - 4 = 100 - 4 = 96$

$r^3 = 125$

$r^4 = 625$

$r^7 = 78\ 125$

$r^{11} = 48.828.125.$

&c. = &c.

Je me ſers de la formule $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}}$, &c.

J'ai donc pour premier numérateur $74 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 3rr - 1$.

Et pour premier dénominateur j'ai $375 = 3 \times 125$.

Ainſi le premier terme de la ſérie eſt $\frac{74}{375}$.

Enſuite ajoûtant 96 à 74, j'ai le ſecond numérateur.

$$\left.\begin{array}{r} 74 \\ +\ 96 \\ \hline 170 \end{array}\right\} = 170$$

Et pour le second dénominateur, j'ai $35^{r7} = 35 \times 78\ 125 = 2.\ 374.\ 375.$

Ainsi le second terme est $\frac{170.}{2.\ 734.\ 375.} = \frac{34}{546.\ 875.}$

On trouvera de même le 3me terme $= \frac{266}{4.\ 773.\ 984.\ 375.}$.

Je n'ai pas besoin présentement de pousser au-delà de ce troisieme terme.

Je réduis ensuite ces trois fractions en fractions décimales, ce qui est plus commode dans la pratique, & je trouve en premier lieu.

```
375 { 3. 7. 5   } 0. 197. 333. 333 + &c. pour le 1er terme.
    { 7. 4:0    }
 ________________________________
  1... 3 7 5
       3 6 5:0
  9... 3 3 7 5
         2 7 5:0
  7..... 2 6 2 5
           1 2 5:0
  3....... 1 1 2 5
             1 2 5:0
  3......... 1 1 2 5
 &c.
```

Je trouve en second lieu

```
546. 875 { 5. 4. 6. 8. 7. 5  } 0. 000. 062. 171 +
         { 34:0:0:0:0:0      }
         6. 32 8 1 2 5 0
              1 1 8 7 5 0:0
         2... 1 0 9 3 7 5 0
                  9 3 7 5 0:0
         1....... 5 4 6 8 7 5
                  3 9 0 6 2 5:0
         7....... 3 8 2 8 1 2 5
                      7 8 1 2 5:0
         1............ 5 4 6 &c.
```

Je trouve en troisieme lieu

4.773.984.375 { 4.7.7.3.9.8.4.3.7.5. / 26:6:0:0:0:0:0:0:0:0: } 0:000.000.055 +

5... 2386992 1875
2730078125
5+ 2386921875

J'ajoûte ensemble ces trois quotients { 0:197.333.333 + / 62.171 + / 55 + }

La somme est............ { 197.395.559 + / 197.395.562 — }

Enfin je fais une regle de trois, & je dis, par regle générale,
Si 261.799.387 + } donnent 15 degrés qui est le
ou si 261.799.388 — } *Maximum* de l'angle cherché.
Combien donneront 197.395.559 +
ou 197.395.562 —
Et je trouve pour quatrieme terme $11^d\ 18'\ 35''\ 45'''$ +

Ainsi le petit angle cherché est $22^d\ 37'\ 11''\ 30'''$ +

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

On s'épargnera presque toute la peine de cette regle de trois, & on la réduira à de simples soustractions au moyen de la Table suivante.

NOUVELLE TABLE GONIOMETRIQUE *abrégée, pour les Degrés, Minutes, Secondes & Tierces inclusivement.*

On suppose le rayon = 1. 000. 000. 000. & la demi-circonférence ou 180 degrés = 3. 141. 592. 653.-+-.

Pour les Degrés.	
1ᵈ	= 0. 017. 453. 292.
2	= 0. 034. 906. 585.
3	= 0. 052. 359. 877.
4	= 0. 069. 813. 170.
5	= 0. 087. 266. 462.
6	= 0. 104. 719. 755.
7	= 0. 122. 173. 047.
8	= 0. 139. 626. 340.
9	= 0. 157. 079. 632.
10	= 0. 174. 532. 925.
11	= 0. 191. 986. 217.
12	= 0. 209. 439. 510.
13	= 0. 226. 892. 802.
14	= 0. 244. 346. 095.
15	= 0. 261. 799. 387.

Pour les Minutes.	
10′	= 0. 002. 908. 882.
20	= 0. 005. 817. 764.
30	= 0. 008. 726. 646.
40	= 0. 011. 635. 528.
50	= 0. 014. 544. 410.
1′	= 0. 000. 290. 888.
2	= 0. 000. 581. 776.
3	= 0. 000. 872. 664.
4	= 0. 001. 163. 552.
5	= 0. 001. 454. 441.
6	= 0. 001. 745. 329.
7	= 0. 002. 036. 217.
8	= 0. 002. 327. 105.
9	= 0. 002. 617. 993.

Pour les Secondes.	
10″	= 0. 000. 048. 481.
20	= 0. 000. 096. 962.
30	= 0. 000. 145. 444.
40	= 0. 000. 193. 925.
50	= 0. 000. 242. 406.
1″	= 0. 000. 004. 848.
2	= 0. 000. 009. 696.
3	= 0. 000. 014. 544.
4	= 0. 000. 019. 392.
5	= 0. 000. 024. 240.
6	= 0. 000. 029. 088.
7	= 0. 000. 033. 936.
8	= 0. 000. 038. 785.
9	= 0. 000. 043. 633.

Pour les Tierces.	
10‴	= 0. 000. 000. 808.
20	= 0. 000. 001. 616.
30	= 0. 000. 002. 424.
40	= 0. 000. 003. 232.
50	= 0. 000. 004. 040.
1‴	= 0. 000. 000. 080.
2	= 0. 000. 000. 161.
3	= 0. 000. 000. 242.
4	= 0. 000. 000. 323.
5	= 0. 000. 000. 404.
6	= 8. 000. 000. 484.
7	= 0. 000. 000. 565.
8	= 0. 000. 000. 646.
9	= 0. 000. 000. 727.

$4''' \; 30^{IV} = 363$ ou $30^{IV} = 40$

On pourroit aiſément conſtruire une Table pour les quartes, quintes, ſixiemes, &c. juſqu'aux minutes du dixieme genre incluſivement, & même juſques à $\frac{1}{2}$ dixieme, ou 30^{IImes}.

Il faudroit prendre un rayon proportionné en grandeur, & au lieu de 1. 000. 000. 000, prendre 1, 0^{22}.

Dans la ſuppoſition préſente où l'on ſe borne aux tierces ſeulement, il n'y a que ſept ſouſtractions à faire.

1 pour les degrés depuis 1 à 15,
2 au plus pour les minutes, ſçavoir, lorſqu'il y a des dixaines de minutes & des unités de minutes.
2 pour les ſecondes au plus, &c.
2 pour les tierces au plus, &c.

Ainſi toutes les valeurs étant en deſſous à moins d'une unité près, ſi l'on ôte 7. du dernier reſte, on aura un dernier reſte trop petit.

Dans une Table qui contiendroit juſqu'aux minutes du dixieme genre, il n'y auroit au plus que 21. ſimples ſouſtractions à faire.

On pourroit même dans cette Table des tierces, ne mettre qu'un rayon de 1. 0000. 0000.

Conſtruction de la Table.

Rien n'eſt ſi ſimple que la conſtruction de cette Table, il n'y faut pas plus d'une heure de calcul, & le voici tout au long.

Pour les Degrés.

Le rayon du cercle étant de 1.000.000.000:00
La demi - circonférence
ou l'arc de 180. degrés. = 3.141.592.653:58.+ ou:59 —
Donc le quart de cercle
ou l'arc de 90 degrés.... = 1.570.796.326:79 +
Dont la moitié donne 45
degrés................ = 0.785.398.163:39 +

Dont le tiers = 15 degrés.... = 0.261.799.387:79 +.
Dont le tiers = 5 degrés.... = 0.087.266.462:59 +
Dont la 5me partie = 1 degré. = 0.017.453.292:51 +

Pour les Minutes.

La moitié d'un degré ou 30′ = 0.008.726.646:25 +
Dont le tiers est la valeur de 10′ = 0.002.908.882:08 +
Dont le dixieme est la valeur de 1′ = 0.000.290.888:20 +

Pour les Secondes.

La moitié d'une minute ou 30″ = 0.000.145.444:10 +
Dont le tiers est la valeur de 10″ = 0.000.048.481:36 +
Dont le dixieme est la valeur de 1″ = 0.000.004.848:13 +

Pour les Tierces.

La moitié d'une seconde ou 30‴ = 0.000.002.424:06 +
Dont le tiers est la valeur de 10‴ = 0.000.000.808:02 +
Dont le dixieme est la valeur de 1‴ = 0.000.000.080:80 +

Or ayant ainsi les quatre valeurs de 1d, de 1′, de 1″ & de 1‴, on construira par la simple addition pour les termes impairs, & par la simple duplication pour les termes pairs, tout le reste de la Table, en retranchant les deux derniers chifres que je n'ai ajoûtés que pour avoir des limites justes à moins d'une unité près.

Usage de la Table.

L'usage de cette Table est aussi simple que sa construction.

Je suppose qu'on veuille connoître la valeur des deux angles aigus du triangle rectangle ci-dessus, page 313; sçavoir, ceux du triangle 5 : 12 : 13, & ayant trouvé, page 316, que la valeur de l'arc qui sert de mesure à la moitié de l'angle opposé au petit côté 5 est en parties aliquotes du rayon

0. 197. 395. 559 +
& 0. 197. 395. 662 —

Je prends dans la Table des degrés.................... 0. 191. 986. 217 + == 11^{d}

Ce qui approche le plus de... 0. 197. 395. 562 —
Et ôtant l'un de l'autre, il reste. . . . 5. 409. 345 —
Je prends le nombre prochain de ce reste dans la Table des dixaines de minutes, & j'ôte. . . . 2. 908. 882 + == 19'
il reste. . . . . 2. 500. 463 —
Dont j'ôte le nombre prochain des unités de minutes. . . . . 2. 327. 105 + == 8'
il reste. . . . . 173. 358 —

Je prends dans la Table des dixaines des secondes le nombre prochain en dessous de ce dernier reste.

173. 358 —
c'est. . . . . 145. 444 + == 30''
il reste. . . . . 27. 914 —
Dont j'ôte le nombre prochain en dessous dans la Table des unités de secondes, c'est. . . . . 24. 240 + == 5''
il reste. . . . . 3. 674 —
Dont j'ôte le nombre prochain en dessous dans la Table des dixaines de tierces, c'est. . . . . 3. 232 + == 40'''
il reste. . . . . 442 —
Dont j'ôte le nombre des unités des tierces, c'est en dessous. . . . . 404 + == 5'''
Le 7me & dernier reste est. . . . . 38 —

Si j'avois operé sur 197. 395. 559 +
& sur 191. 986. 218 — == 11^{d}

J'aurois eu pour 1er reste. 5. 409. 341 +
Et ôtant. . . . . 2. 908. 883 — == 10'

J'aurois

J'aurois eu pour 2ᵈ reste... 2. 500. 458.

De ce 2ᵈ reste............ 2. 500. 458 +

ôtez............ 2. 327. 106 — = $8'$

3ᵐᵉ reste.......... 173. 352 +

ôtez............ 145. 445 — = $30''$

4ᵐᵉ reste.......... 27. 907 +

ôtez............ 24. 241 — = $5''$

5ᵐᵉ reste.......... 6. 666 +

ôtez............ 3. 233 — = $40'''$

6ᵐᵉ reste.......... 433 +

ôtez............ 405 — = $5'''$

Le 7ᵐᵉ & dernier reste auroit été 28 +.

Le dernier reste réel est donc entre 28 + & 32 —, la différence de ces deux nombres est moindre que 10, & elle auroit été moindre que 7, si les deux sommes 197. 395. 559 + & 197. 395. 562 — n'avoient différé que d'une unité, comme cela se peut toûjours; mais ce n'est qu'une exactitude très-inutile. Je me suis arrêté au dernier des trois quotients; sçavoir 55 +, parce que le quatrieme quotient auroit été nécessairement plus petit que la $\frac{1}{625}$ du quotient 55 + ou 56 —, suivant ce qui a été démontré ci-dessus, & par conséquent ce quatrieme quotient devant être beaucoup moindre que l'unité, j'ai dû le négliger; ayant des limites suffisantes & justes, à beaucoup moins d'une demi-tierce près, puisqu'une demi-tierce ou 30^{IV} = 40 +, & que nos deux derniers restes 28. + & 38 — different de moins de 10.

Enfin la moitié de l'angle cherché étant

de.......... $11^d\ 18'\ 35''\ 45'''$ +

& de.......... $11^d\ 18'\ 35''\ 45'''\frac{1}{2}$ —

Il est évident que l'angle cherché est

entre.......................... $22^d\ 37'\ 11''\ 30'''$ +

& $22^d\ 37'\ 11''\ 31'''$ —

à moins d'une tierce près. *Ce qu'il falloit trouver & démontrer.*

REMARQUE.

On pourra déterminer, en ſuivant ces principes, les limites du plus grand calcul poſſible, dans le cas le moins favorable de tous, qui eſt celui du triangle rectiligne & rectangle, dont le petit angle aigu eſt de 15 degrés, & on les déterminera ainſi à plus forte raiſon pour tous les autres cas.

Dans la ſérie $t - \frac{1}{3t^3} + \frac{1}{5t^5} - \frac{1}{7t^7} + \frac{1}{9t^9}$, &c.

1°. Le rayon étant de 1 : 000. 000. 000, & la tangente $2 - \sqrt{3} = t$; cette tangente priſe pour l'arc même, donne 267. 949. 193 — 192 +, & l'on trouve dans la Table ci-deſſus 15^d—. C'eſt effectivement le vrai nombre de degrés en entier, trouvé dès le premier terme, car 15 degrés = 0. 261. 799. 387 + & 16^d = 0. 279. 252. 6 &c.

2°. Si l'on en ôte le ſecond terme $\frac{1}{3t^3} = \frac{1}{78 + 45\sqrt{3}}$, il reſtera $\frac{76 + 44\sqrt{3}}{291 + 168\sqrt{3}}$.

Or $\sqrt{3}$ = 1:732.050.807.568.877.293:527.446.341.50+ & $\sqrt{3}$ = 1:732.050, &c. &c. &c. &c. &c. &c. 51—.

Et ſubſtituant ces valeurs de $\sqrt{3}$ dans la fraction $\frac{76 + 44\sqrt{3}}{291 + 168\sqrt{3}}$ en ne prenant de ce nombre 1 : 732. 050. 807, &c. qu'autant de chifres qu'il eſt néceſſaire pour qu'il y ait toûjours moins d'une unité d'erreur dans le réſultat du calcul, on trouvera à quel terme la différence eſt de moins d'une minute : à quel terme cette différence eſt moindre qu'une ſeconde : qu'une tierce, &c. ou plus généralement & plus élégamment, à quel terme de la ſérie la différence eſt moindre qu'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, ou de l'angle de 15. degrés. Dès le premier terme incomplexe, la différence eſt par excès moindre que la $\frac{1}{255}$ de l'angle droit, & par conſéquent bien moindre qu'un degré qui eſt la $\frac{1}{90}$ de l'angle droit.

Dès le ſecond terme incomplexe, la différence eſt moindre que la $\frac{1}{5976}$ de l'angle droit, & par conſéquent moindre qu'une minute qui en eſt la $\frac{1}{5400}$. Or ces deux premiers termes

incomplexes ſont enſemble le premier terme complexe. Ainſi dès ce premier on a les degrés & les minutes dans le cas le moins favorable à la méthode.

Cette détermination peut approcher indéfiniment plus, ſelon que l'angle cherché approche plus du demi-droit ou de zero. Et il eſt aiſé de déterminer de même les limites à l'infini.

Je crois que ceci doit ſuffire pour donner une idée aſſez juſte de cette nouvelle méthode, de meſurer tous les angles déterminés analytiquement, ſans le ſecours des tables des Sinus, & avec une approximation ſans bornes, laquelle ces tables ne peuvent pas donner. C'eſt en quoi la Théorie Géométrique étoit certainement imparfaite.

EXTRAIT DE DIVERS MEMOIRES DE M. SARRAZIN,

Medecin du Roi à Quebec, & correſpondant de l'Académie.

SUR LE RAT MUSQUÉ.

Par M. de REAUMUR.

NOUS avons dans les Mémoires de 1704, de curieuſes obſervations ſur le Caſtor, envoyées à l'Académie par M. Sarrazin. Le Rat Muſqué * a aſſez de rapport avec cet induſtrieux animal ; les Sauvages les diſent freres, mais que le caſtor qui eſt beaucoup plus gros, eſt l'aîné, & qu'il a plus d'eſprit : au premier coup d'œil on prendroit un vieux Rat Muſqué & un Caſtor d'un mois pour deux animaux de même eſpece.

* Pl. I. Fig. 1. & 2.

Ces Rats ſont communs dans toutes les contrées du Canada ; pendant l'été ils ſe nourriſſent de toutes ſortes d'herbes,

& pendant l'hiver de différentes eſpeces de racines, telles que celles de *Nimphea alba major, de Nimphea lutea major,* & ſur-tout de celles du *Calamus aromaticus.*

Ils vivent en ſociété, au moins pendant l'hiver. Ils ſe bâtiſſent des Cabanes, dont les unes plus petites ne ſont habitées que par une ſeule famille, & les autres plus grandes en contiennent pluſieurs. Leur génie ſe montre dans le choix même du lieu où ils s'établiſſent; ce n'eſt pas aſſez qu'ils ſoient couverts par leurs bâtimens pendant l'hiver, ils y doivent être à portée de l'eau, ſans être trop expoſés aux inondations; & enfin être à portée d'avoir commodément des racines propres à ſe nourrir. Pour raſſembler ces avantages, ils bâtiſſent leurs loges dans des marais ou ſur le bord de lacs & de rivieres qui ont beaucoup d'étendue, & dont le lit eſt plat, & où par conſéquent l'eau eſt dormante, & enfin où le terrein produit abondamment des plantes, dont les racines ſont convenables à leur nourriture, c'eſt ſur les endroits les plus hauts d'un pareil terrein qu'ils conſtruiſent leurs loges,* afin que les eaux puiſſent s'élever ſans les incommoder.

* Fig. 3, 4 & 5.

Le choix du lieu fait, ils préparent la place qui doit occuper l'intérieur de l'édifice qu'ils méditent, & qui leur ſervira de lit pendant l'hiver; ſi elle eſt trop baſſe ils l'élevent, & l'abaiſſent ſi elle eſt trop élevée; ils la diſpoſent même par gradins,* où ils ſe pourront retirer d'étage en étage à meſure que l'eau montera; elle eſt plus ou moins grande, ſelon qu'elle doit être occupée par plus ou moins de Rats, lorſqu'elle n'eſt deſtinée que pour ſept à huit, elle a environ deux pieds de diametre en tout ſens, & eſt plus grande proportionnellement lorſqu'elle en doit contenir davantage.

* Fig. 5, h, i.

Il ſeroit à ſouhaiter que M. Sarrazin eût pû lui-même les obſerver pendant qu'ils bâtiſſent leurs loges, mais ce ſont malheureuſement des obſervations qui ne peuvent guere être faites que par gens qui tiennent la campagne en toutes ſaiſons comme les chaſſeurs du Canada; ce qui eſt de certain, c'eſt que cette loge eſt faite en forme de dome,* qu'elle eſt compoſée de Joncs liés, & enduits d'une glaiſe qui a été bien détrem-

* Fig. 3.

pée; * c'eſt là la maçonnerie qui compoſe le maſſif ſolide; elle a environ trois à quatre pouces d'épaiſſeur : mais elle eſt encore recouverte d'une épaiſſe couche de Joncs que la terre ne lie point enſemble ; * & cette ſeconde couche jointe à la premiere, font une épaiſſeur de près d'un pied.

* Fig. 4. & 5. f. f.

* g. g.

A l'égard de l'ordre avec lequel leur travail eſt conduit, les chaſſeurs aſſûrent qu'après avoir préparé le terrein de dedans-œuvre, ils plantent des Joncs tout à l'entour, qu'ils les collent enſuite avec de la glaiſe; qu'auparavant ils ont bien paitri & bien amolli cette glaiſe avec leurs pieds, & qu'ils l'appliquent & l'uniſſent avec leur queue qui leur tient lieu de truelle; quoiqu'elle n'ait pas autant la forme de cet inſtrument que l'a celle du Caſtor, elle paroît pourtant propre à en faire les fonctions; au lieu que les queues des Rats ordinaires ſont rondes dans toute leur étendue, celle de celui-ci ne l'eſt qu'à ſon origine; encore ne l'eſt-elle pas exactement; de-là elle va en s'élargiſſant & s'applatiſſant peu à peu juſques vers le milieu de ſa longueur, où elle a environ neuf lignes de largeur & deux d'épaiſſeur, enſuite elle ſe retrécit inſenſiblement pour finir en pointe; elle eſt poſée de chan, les plans de ſes côtés ſont verticaux, au lieu que le plan de la queue du Caſtor eſt horizontal. La forme ſinguliere de celle de notre Rat eſt aſſez propre à faire ſoupçonner qu'elle ſert à l'uſage que lui aſſignent les chaſſeurs, il y en a pourtant qui diſent que pour appliquer la terre & l'applanir, les Rats ſe ſervent moins de leurs queues que de leurs pattes de devant. Ces mêmes chaſſeurs ajoûtent que, quand les loges ſont deſtinées à pluſieurs familles de Rats Muſqués, les dedans en ſont diviſés en pluſieurs appartemens.

Ils ſe ménagent une ouverture par laquelle ils peuvent entrer & ſortir, * mais ils la bouchent entierement quand l'hiver s'eſt déclaré tout de bon, & qu'ils veulent ſe renfermer dans la retraite qu'ils ſe ſont préparée; par la ſuite elle eſt ſouvent couverte d'une couche de neige épaiſſe de trois à quatre pieds.

* Fig. 4. & 5. e.

Comme leur nature n'eſt pas ſemblable à celle de ces animaux qui ne mangent, ni n'ont aucun autre beſoin pendant

tout l'hiver, outre le corps du bâtiment ils se sont pratiqué bien de petites commodités qui leur sont essentielles. Ils ont creusé des puits qui communiquent avec l'intérieur de leur loge, où ils peuvent aller boire & se baigner. Ils ont même creusé d'autres endroits uniquement destinés à recevoir leurs excrémens. Enfin ils creusent quantité de galeries sous terre, ou pour parler moins noblement, des trous pareils à ceux des Taupes, pour aller commodément chercher des racines dans le tems même que toute la surface de la terre est couverte de glace & de neige.

Il y en a pourtant qui s'épargnent ce dernier travail, & ce sont ceux qui se sont logés assez heureusement, pour être environnés d'un terrein extrèmement garni de Joncs touffus, que les premieres gelées font mourir. Ces joncs forment sur la surface de la terre, une masse assez considérable pour soûtenir la glace, & pour ménager entr'elle & la terre un espace par où nos Rats peuvent en sûreté aller chercher tout ce qui leur est nécessaire.

Tant que l'hiver dure, ils n'ont cependant rien à craindre des chasseurs, à qui la neige cache parfaitement leurs habitations : mais quand elle s'est fondue à un certain point, ce qui arrive aux mois de Mars & d'Avril, le faîte se laisse voir, les chasseurs y courent, ils les renversent, & en assomment à coups de bâtons les habitans, qui sont pour eux un très-bon mets.

Malgré les étages qu'ils se sont ménagés dans leurs loges, les eaux les obligent à les abandonner vers les mois d'Avril & de Mai, lorsque la fonte des neiges produit de grandes inondations ; ils se retirent alors sur les terres élevées, & vivent errans jusques à ce que les eaux se soient retirées.

Ce tems est aussi celui de leurs amours, & par-là leur est funeste ; les chasseurs pipent les mâles, en imitant le cri des femelles, qui est une espece de gémissement ; ils les font approcher, & les tuent à coups de fusil.

Quand les eaux se sont retirées, ils reviennent à leurs loges, & sur-tout les femelles ; la plûpart pourtant font leurs petits

où elles se trouvent, mais dans des endroits cachés. Les mâles continuent de courir la campagne, c'est leur vie de tout l'été; dès qu'il est passé, le tems de faire des nouvelles cabannes revient, car les mêmes ne servent pas plusieurs années; & enfin ils recommencent la vie d'hiver.

Les Rats musqués qui vivent dans des pays plus chauds, n'ont pas le même besoin de cabannes, aussi sont-ils terriers comme nos lapins.

Nous avons à présent à suivre M. Sarrazin dans les descriptions exactes qu'il nous a données de l'extérieur & de l'intérieur de cet animal. Ce dernier travail lui a plus coûté qu'on ne se l'imagineroit; il est peu de cerveaux qui fussent capables de soûtenir l'action continue d'une aussi forte odeur de Musc, que celle qu'il répand. M. Sarrazin a été deux fois réduit à l'extrémité, par les impressions que cette pénétrante odeur avoit faites sur le sien. Nous aurions peu d'Anatomistes, & nous n'aurions pas à nous en plaindre s'il le falloit être à pareil prix. Malgré pourtant tout son courage, il eût été obligé de laisser son travail imparfait, sans un expédient heureux qu'il imagina. Ce fut de faire griller le poil des Rats qu'il vouloit disséquer, à peu près comme on fait griller celui des Cochons. Les Sauvages ont apparemment été affectés désagreablement de tout tems de l'odeur du Musc, ils donnent le nom d'animal puant à notre Rat, ils ont aussi donné le nom de puante à une riviere, dont tous les environs ont l'odeur de Musc, qui leur est communiquée par les Rats Musqués qui les habitent. Du reste le rapport qu'a cet animal avec le Castor & avec le Rat domestique, ont engagé M. Sarrazin à le comparer souvent à l'un & à l'autre.

Le Rat Musqué pese environ trois livres. Il a comme le Castor deux sortes de poils, le plus long l'est de dix ou douze lignes, il est brun, il donne sa couleur à l'animal. Le plus court, qui est une espece de duvet très-fin, a cinq ou six lignes; on s'en servoit autrefois en qualité de petit poil pour la fabrique des chapeaux. Si sa peau ne sentoit toûjours le Musc, elle seroit admirable pour toutes les fourrures, à cause de sa grande Fig. 1. & 2.

délicateſſe. Le duvet garantit le Rat du froid, & le grand poil qui eſt plus rude, conſerve & défend le duvet de la fange dans laquelle il ſe veautre ſouvent, ſur-tout en bâtiſſant ſa loge.

La tête a deux pouces & demi de long, depuis le bout du muſeau juſqu'à la premiere vertebre du col. Et de cette vertebre, il y en a neuf juſqu'à la racine de la queue, qui a la même longueur; ainſi notre Rat a vingt-un à vingt-deux pouces de long.

La largeur de ſa tête eſt d'environ vingt-deux lignes à l'endroit des oreilles: elles ſont fort courtes, comparées à celles du Rat domeſtique, puiſqu'elles n'ont qu'environ neuf lignes de long & huit lignes de large; le poil qui eſt à leur baſe les égale en longueur & les cache en partie; elles ſont arrondies par le bout, & velues comme celles du Caſtor. On ſçait que celles du Rat domeſtique ſont fort dénuées de poil.

Le Rat Muſqué a les yeux preſqu'auſſi grands que ceux du Caſtor, quoique le dernier ſoit ſeize ou dix-huit fois plus peſant, l'ouverture des paupieres de notre Rat a environ trois ou quatre lignes.

Les deux mâchoires ſont garnies de dix dents chacune, de huit molaires, & de deux inciſives; ce qui fait vingt dents en tout.

Les inciſives ſont ſituées au bout du muſeau; les inférieures ſont longues d'environ dix lignes, elles en ont environ deux de large à leur baſe; elles ſe rétréciſſent peu à peu, & n'en ont qu'une à leur extrémité.

Les inciſives ſupérieures n'ont que cinq lignes de long, & du reſte ne different des inférieures qu'en ce qu'elles ſont entaillées en dedans à leur extrémité, pour recevoir les extrémités des autres; elles ſont toutes les quatre fort tranchantes, & tirent ſur le jaune.

Les molaires ſont éloignées des inciſives, d'environ cinq lignes, & ſont rangées comme le ſont celles de tous les animaux qui rongent. Le Rat Muſqué eſt un fort rongeur. M. Sarrazin en a renfermé un, qui dans une ſeule nuit perça dans du bois dur, un trou de trois pouces de diametre, & d'un pied

pied de longueur par où il s'échappa; & ce qui prouve autant la force de sa machoire, c'est qu'il fit changer de place à une grosse buche.

Les glandes salivaires qui sont situées sous la machoire inférieure, ne sont pas grandes à proportion de celles du Castor, ce qui n'étoit point nécessaire, puisque le Rat Musqué ne vit que d'herbes pendant l'été, & de racines fort tendres pendant l'hiver.

Nous ajoûterons à ce que nous avons déja dit de la queue,* qu'elle est couverte d'écailles comme celle du Castor, mais d'écailles qui n'ont qu'une ligne de surface, qui empiettent un peu les unes sur les autres, & qui ne sont pas si régulierement arrangées; elles sont entourées de petits poils longs d'environ demi-ligne, qui sont plus nombreux sur les côtés, parce que les écailles y sont plus petites, & par conséquent y sont en plus grande quantité à proportion; ils sont encore plus longs en ces endroits, parce qu'il y a de la graisse qui les humecte, au lieu que le reste de la queue est fort sec.

* Fig. 1. & 2. *d.*

Avant de lever la peau, on remarque dans le mâle & dans la femelle, une éminence garnie de poil, que M. Sarrazin appelle *éminence velue*, & qui est située sur l'os pubis.

La peau, & le muscle peaussier qui lui est adhérent, étant levés on découvre l'extérieur de la poitrine, & on découvre aussi tant dans le mâle que dans la femelle, deux corps glanduleux, auxquels il donne le nom de *follicules*, ils sont situés sur les grands obliques, à un pouce & demi de l'os pubis, ils seront décrits avec les parties de la génération.

Le muscle peaussier embrasse exactement le corps du Rat Musqué, & par le moyen de ses fibres circulaires le retrécit, lorsque l'instinct de cet animal le conduit à passer par des routes étroites, & peu proportionnées à son volume ordinaire.

La poitrine est fort étroite par en-haut, où elle est fermée par deux clavicules; elle a trois pouces de diametre par en-bas, elle y est fermée par le diaphragme, elle est entourée de douze côtes, sçavoir, de six vraies & de six fausses. Les vraies sont dures, fort courtes & fort étroites, & sont articulées à

l'ordinaire, les fausses sont beaucoup plus larges, elles sont fort souples, & laissent entr'elles une grande distance par devant, ce qui facilite à notre animal le moyen de se retrécir.

Le sternum a environ dix lignes de long, & deux ou trois de large.

Le cartilage xyphoïde en a dix de large & douze de long. Le cœur & les poumons ressemblent à ceux du Rat domestique.

Les muscles de l'abdomen n'offrent rien d'extraordinaire : quand on les a séparés, toutes les parties du bas ventre se présentent, sçavoir, le foie, l'estomac, la ratte, les intestins, & ensuite les reins.

Le foie est composé de sept lobes ; le plus grand est environ large de deux pouces sur deux de long ; le second a douze ou treize lignes ; le troisieme a un pouce & demi de long & un peu moins de large. Il y a une échancrure dans ce lobe, où est située la vessie du fiel, qui s'ouvre dans le duodenum ; le quatrieme est semblable au second ; le cinquieme est large d'environ dix lignes sur douze ou quinze de long ; le sixieme & le septieme ont deux lignes de large sur douze ou treize de long. Ce viscere remplit également les deux hypocondres, & couvre entierement l'estomac. Le ligament suspenseur s'étend considérablement du côté de la ratte, qui est suspendue au pancréas, à la hauteur & fort proche de la partie postérieure ou gauche de l'estomac. Et c'est dans cet endroit où le pancréas commence, il en parcourt tout le fond & vient finir à sa partie antérieure & au duodenum ; il représente certains sacs que les chasseurs portent à leur côté pour y mettre le gibier.

Les reins ont quinze lignes de long, sur dix ou douze de large.

Le duodenum a vingt lignes de long ; le jejunum a dix-huit pouces ; l'ileum en a six ; le cœcum en a dix jusqu'à l'endroit où l'ileum finit dans cet intestin, puis le cœcum continue encore deux pouces ; le colon en a vingt-quatre, il représente très-bien par six ou sept circonvolutions, un

limaçon tiré hors de sa coquille ; le rectum a un peu plus de deux pouces ; en sorte que les intestins du Rat Musqué, qui sont fort étroits, ont environ six pieds moins deux pouces.

L'Estomac * du Rat Musqué ne cede en rien, pour la singularité, à celui du Castor, il lui ressemble un peu par son extérieur, & ressemble aussi en quelque chose à celui du Rat domestique ; il a environ quatre pouces & demi de longueur, sur deux pouces de diametre, du côté de la ratte ; d'où il se retrécit insensiblement en approchant de l'oesophage * auprès duquel il n'a qu'environ dix lignes de diametre. Il est contenu dans ce retrécissement, par un ligament en forme d'anneau qui fait une saillie dans sa capacité, & qui ne laisse de la partie gauche à la droite qu'un passage de sept ou huit lignes, propre à retenir plus long-tems les alimens ; de-là il s'éleve & s'élargit en s'arrondissant, structure qui semble former un second estomac, qui peut avoir un pouce & demi en tout sens. La partie relevée * est fort approchée de l'oesophage, & de la partie gauche ; il est tenu dans cette situation par une membrane * qui l'y assujettit, & qui fait faire un plis * en dedans à cette partie de l'estomac qui regarde l'oesophage ; elle représente une fleur en gueule, semblable à celle de l'*anthirrinum*. Les membranes de ce viscere sont si délicates & si transparentes, qu'il est aisé de s'assûrer qu'il n'y a aucunes glandes qui y soient dispersées, & il est en cela fort semblable à celui du Castor, & point du tout à celui du Rat domestique, mais la membrane charnue s'épaissit d'environ une ligne & demie dans le fond de la partie droite & relevée de l'estomac, & qui est directement située sous le pilore & sous l'oesophage ; cet épaississement est de la nature de la membrane charnue, il peut avoir un pouce en superficie.

* Pl. 2. Fig. 6.

* g.

* h.

* i.

* k.

Le corps formé par cet épaississement, contient des vésicules qui sont grosses comme des grains de millet, & qui souvent sont limpides comme celles qu'on voit dans les feuilles de millepertuis ; d'autres fois elles sont opaques. Il y a apparence que ce changement dépend de celui des alimens ; quand on les ouvre il en sort une liqueur un peu brune, elle est

onctueuse alors, mais M. Sarrazin la croit fluide pendant que l'animal est vivant; il ne doute pas que ce liquide ne serve de dissolvant aux alimens.

*m. Il a rapporté autrefois que l'Oesophage du Castor étoit revêtu intérieurement d'une membrane blanche, aisée à en séparer; non-seulement il a trouvé celui du Rat Musqué * recouvert d'une pareille membrane, il a trouvé de plus qu'elle recouvre l'estomac de ce Rat, dans des circonstances, & avec des singularités dignes d'être remarquées. Depuis le mois d'Octobre jusques au tems du rut, c'est-à-dire pendant tout l'hiver, cet animal ne vit que de racines; celles qui sont contenues alors dans son estomac ne sont que macérées, elles ne sont qu'amenées au point de la consistance d'une cire ramollie entre les doigts. M. Sarrazin ayant souvent fait sortir ces alimens mal digérés par le pilore, les voyoit accompagnés d'une membrane blanche, qu'il ne reconnoissoit point pour membrane, & qui n'avoit l'air que d'une espece de crême épaissie autour des alimens. Mais ayant disséqué plusieurs estomacs, il découvrit que c'étoit veritablement une membrane qui les recouvroit; il parvint même à la détacher toute entiere; il remplit d'eau cet espece de sac délicat, elle la contenoit d'abord : mais peu après il la vit transpirer au travers, en forme de rosée, & il n'y en resta pas une goutte; ce qui prouve évidemment qu'elle est poreuse & propre à laisser échapper des sucs. Mais ce qu'elle a de plus singulier, ce sont les changemens qui lui arrivent, au printems, lorsque le Rat vit autant d'herbes que de racines, on la trouve retirée de dessus la substance charnue autour de laquelle elle est roulée, & très-adhérente. De sorte qu'on ne peut la séparer de l'estomach en cet endroit sans la déchirer, quoiqu'elle y soit plus épaisse qu'auparavant. Ce qui a fait penser à M. Sarrazin qu'elle se retire de dessus la substance charnue pour laisser plus de liberté aux dissolvans de s'échapper des glandes, dans une saison où l'estomac de l'animal doit digérer davantage. Il est confimé dans cette idée, par un fait qu'il n'a vû qu'une seule fois, & qu'il assûre avoir fait voir à plusieurs personnes,

& entr'autres à un Chirurgien de Mont-réal où il étoit alors, avec feu M. le Marquis de Vaudreuil Gouverneur Général du Canada. Ayant disséqué au printems 1722 un Rat mâle, il trouva la membrane dont il est question, par-tout adhérente à l'Estomac, & différemment épaisse, elle avoit environ une demi-ligne dans la partie droite & relevée de ce viscere; de-là jusqu'au fond qui est contre la ratte, elle approchoit de l'épaisseur d'une ligne. Cette membrane étoit garnie de tubercules dans la partie droite, où ils avoient une ligne en tout sens, & qui y étoient arrangés très-régulierement; de la substance charnue jusqu'au fond de l'estomac, les tubercules grossissoient peu à peu, ils s'élevoient de plus de deux lignes, & se développoient en oreillettes, qui finissoient en pointe, & qui étoient un peu caves d'un côté, mais arrangés moins régulierement que ceux de la premiere espece; ils étoient blancs comme la membrane qui s'étoit retirée de dessus la substance charnue, ce qui semble établir qu'elle s'étoit retirée pour laisser couler plus aisément le dissolvant dans l'estomac.

La vessie * n'a rien de particulier; lorsqu'elle est bien gonflée, elle peut avoir quinze ou seize lignes en tout sens. L'issue de l'uretre dans notre Rat femelle & dans les especes de Rats connus, sçavoir, le Rat d'eau, le Rat domestique, est fort différente de celle des autres animaux. On peut ranger sous trois classes les variétés que nous trouvons dans les animaux, pour l'écoulement des urines. Le Castor & tous les oiseaux qui n'ont qu'une ouverture sous la queue, donnent des exemples de la premiere. Tous les animaux terrestres, excepté le Castor, dont on vient de parler, donnent des exemples de la seconde espece, l'uretre y conduit les urines par la fente des parties naturelles où elle a son issue. Nos Rats femelles donnent des exemples de la troisieme variété, elles ont trois issues; * sçavoir, l'anus, * la fente des parties naturelles, * & l'éminence velue dont il a déja été parlé, * située sur l'os pubis, par où l'uretre rend les urines.

Fig. 7. n.

* Fig. 8.
* p.
* q.
* r.

Les parties de la génération de notre Rat femelle, sont tout à fait semblables à celles du Rat domestique femelle, la

fente des parties naturelles n'admet point l'uretre, ni par conséquent les urines, comme nous venons de le dire en parlant de la vessie, mais seulement le vagin. Les cornes de la matrice s'élevent en deux branches, qui finissent par l'ovaire qui est attachée aux fausses côtes par des membranes.

Elles ont six mammelles, sçavoir, trois de chaque côté, situées de distance en distance, depuis l'aine jusqu à la hauteur de l'ombilic; elles font jusqu'à cinq ou six petits.

Fig. 9. s. s. Venons à présent à ces follicules, que nous avons déja dit être situées au-dessus de l'os pubis. On les trouve également au mâle & à la femelle, les Canadiens les appellent *rognons* du Rat Musqué, & les Canadiennes par modestie les nomment *boutons*, les uns & les autres ont cru que c'étoient ses testicules. Les chasseurs arrachent les follicules des Rats musqués mâle & femelle, dans le tems du rut, avec un peu de peau dont ils les enveloppent pour les vendre; elles ont la figure d'une petite poire renversée, ou dont la base ou le fond est tourné du coté des hypocondres, & descend peu-à-peu jusqu'à l'os pubis; là leurs conduits excrétoires commencent, ils rampent le long des parties latérales de la verge, & finissent à l'insertion du balanus; ils rampent de même le long de l'uretre de la femelle, & finissent au bord de la peau qui en sépare les parties naturelles.

* u. La base, qui est la partie supérieure des follicules * est arrondie, elle peut avoir dans les vieux Rats douze ou quinze lignes de large, & une ligne & demie d'épaisseur; elle diminue peu à peu jusqu'aux conduits excrétoires qui ont une demi-ligne de diametre, & environ cinq lignes de long. Lorsqu'on retrousse la peau qui enveloppe la verge, on découvre l'extrémité de ces conduits, dans lesquelles il n'est pas possible d'introduire une soie de cochon; il s'y fait un rebord qui ressemble au bout des cornes du limaçon allongées.

Les follicules sont un composé de glandes conglomérées, enveloppées de deux membranes; la premiere qu'on peut apeller *membrane commune*; & la seconde *membrane propre*. La premiere est garnie de vaisseaux, qui suivant les apparences,

fourniſſent l'humeur qu'elles contiennent, & qui en même tems les ſoûtient dans leur juſte grandeur. La ſeconde couvre immédiatement les glandes qui ſont arrangées par paquets, de figure fort irréguliere. Cette membrane qui eſt très-déliée s'introduit entr'eux, les ſépare en les enveloppant, & ſe diviſe en une infinité de filets qui ſe diſtribuent à chaque glande, & qui laiſſent couler l'humeur qui s'échappe enſuite par l'extrémité des conduits ſur le balanus. Ces conduits ſont pareillement garnis de glandes, ce qui peut-être empêche qu'on ne puiſſe y faire rien entrer.

Cette humeur reſſemble parfaitement au lait, tant par ſa conſiſtance que par ſa couleur. On ne peut douter un moment, que l'odeur de muſc qu'exhale notre Rat, ne lui ſoit dûe ; & M. Sarrazin eſt convaincu qu'elle lui eſt communiquée par le *Calamus aromaticus*, dont il ſe nourrit aſſez ordinairement. Cluſius a auſſi attribué à cette même plante, l'odeur de muſc du Rat dont il eſt parlé. Ce qui ſemble prouver qu'elle contribue beaucoup à celle du nôtre, c'eſt qu'il a plus d'odeur à la fin de l'hiver, tems où il n'a preſque vécu que de cette plante, que pendant l'été & l'automne où il ſe nourrit indifféremment d'herbes de différentes autres eſpeces. On a pourtant aſſûré à M. Sarrazin, que le *Calamus* étoit ſon mets de préférence en tout tems. Mais ne peut-on pas ſoupçonner, que, quelle que ſoit ſa nourriture, il ſe fait dans cet animal, lorſque la ſaiſon du rut arrive, une fermentation qui exalte cette odeur?

M. Sarrazin penſe que pendant l'accouplement de nos Rats, les follicules du mâle laiſſent échapper cette liqueur dans le vagin de la femelle & que la femelle arroſe d'une pareille liqueur les parties naturelles du mâle.

La verge * eſt attachée par ſa racine à la levre inférieure de l'os pubis. Dans le tems de l'érection * elle a environ neuf ou dix lignes de longueur, & une ligne & demie de diametre. Le balanus dont la figure eſt aſſez ordinaire, a un os, * qui a environ une demi-ligne en tout ſens; il eſt attaché ſur les corps caverneux; il en a encore trois autres qui ont environ

Pl. 3. * Fig. 10. 3. * Fig. 11. & 12. * Fig. 10. 4.

une ligne de long & qui ont moins de demi-ligne d'épaiſſeur; tous les trois compoſent une maſſe qui eſt attachée & implantée ſur le premier ; les deux latéraux s'ouvrent comme un *V*; celui du milieu, qui eſt toûjours droit, eſt un peu plus long que les deux autres. Ces os peuvent remuer en tout ſens.

Fig 13. 5. *6. *7. Les muſcles érecteurs* & accélérateurs, * ſont ſitués à l'ordinaire, il y a entr'eux une glande, * groſſes comme un pois, de la nature des conglobées, dont le conduit excrétoire s'ouvre dans l'extrémité inférieure du col de la veſſie ; elle contient une humeur huileuſe, qui apparemment défend ce canal de l'âcreté des urines.

Tout eſt plein de merveilles dans les machines animales : mais il ſemble qu'elles ſont raſſemblées en plus grand nombre dans les parties de la génération, que par-tout ailleurs. *Fig. 10. x. Les teſticules du Rat muſqué * en fourniſſent qui ſont particulieres à cet animal, & qui n'ont pas peu embarraſſé M. Sarrazin. Comme il répand une odeur de muſc plus forte dans la ſaiſon du rut que dans tout autre, il avoit évité de le diſſéquer dans ce tems, il n'y avoit guere travaillé que l'hiver, & avoit toûjours été ſurpris de ne lui point trouver de teſticules. Enfin après avoir découvert l'expédient d'affoiblir ſon odeur, dont nous avons parlé ci-deſſus, il entreprit la diſſection d'un de ces Rats mâles vers les premiers jours du mois de Mai, & il vit alors pour la premiere fois les teſticules de cet animal, qui par leur groſſeur étoient faciles à reconnoître ; ils avoient celle d'une groſſe noix muſcade ; ils étoient très-bien conditionnés & ſitués à côté de l'anus, comme le ſont toûjours ceux du Rat domeſtique. La membrane albugineuſe lui parut plus blanche que dans aucuns des animaux qu'il eût vûs ; lorſqu'on l'ouvre, cette membrane, les vaiſſeaux ſéminaires ſont ſi fins & ſi déliés, qu'ils s'échappent comme de la bouillie, ce qui n'arrive point dans le Rat domeſtique. L'enveloppe qui les contient eſt un allongement des muſcles de l'abdomen, fait en forme de ſac, qu'il appelle *bourſes* ; elles ont la figure des teſticules quand ils y ſont renfermés.

On voit en même tems une membrane qui eſt garnie de graiſſe,

graiſſe, qu'il nomme membrane adipeuſe, & à qui il attribue les fonctions des muſcles cremaſter, quoiqu'il n'y ait remarqué aucunes fibres charnues; elle eſt repliée ſur elle-même dans le tems du rut, & abaiſſée à l'entrée des anneaux, on peut la développer, & en l'élevant aſſez proche des reins en couvrir les muſcles pſoas; elle tient par ſa partie inférieure aux teſticules, & a un paquet dont il ſera fait mention, avec leſquels elle eſt en partie engagée dans les bourſes; d'où en la tirant, on amene en même tems le teſticule & le paquet. M. Sarrazin a d'abord cru que ce paquet n'étoit qu'un amas de glandes conglomérées, & ſeulement propre à ſoûtenir en paſſant le déférent: mais depuis il l'a reconnu pour être l'épididime, quoiqu'il ſoit ſéparé du teſticule de deux ou trois lignes, & quelquefois même de trois & quatre.

Il a donc reconnu que ce paquet, qui a la groſſeur d'un gros pois blanc, étoit un entortillement de vaiſſeaux enveloppés d'une membrane très-fine, & à travers laquelle on les voit diſtinctement, & que ces vaiſſeaux finiſſoient ſenſiblement par un ſeul, qui eſt certainement le vaiſſeau déférent; du fond de la bourſe il monte à l'ordinaire, & ſe renverſe vers le col de la veſſie, dans lequel l'un & l'autre entrent par deux ouvertures qui y ſont pratiquées. Il y a auſſi un amas de glandes conglomérées, arrangées en forme d'anneau autour de chaque déférent, une ligne avant l'endroit où il entre dans la veſſie.

Mais de-là naît une difficulté, dont M. Sarrazin a ſenti toute l'importance; ſçavoir, que l'épididime étoit abſolument ſéparé du teſticule* d'environ deux ou trois lignes, même dans le tems du rut, & beaucoup plus lorſqu'il eſt paſſé. Ils ſont néanmoins attachés ou tenus l'un à l'autre par l'extrémité inférieure de la membrane adipeuſe, qui dans ces endroits eſt fort dénuée de graiſſe; il y a encore le long de la partie ſupérieure de cette membrane, qui va du teſticule à l'épididime, une bandelette de graiſſe très-délicate, large d'environ demi-ligne, dans laquelle il crut d'abord que la communication du teſticule à l'épididime ſeroit cachée: mais il n'y en trouva

* Fig. 11. & 12.

aucune. Auroit-il dû conclurre de-là que le testicule du Rat musqué lui étoit inutile pour la génération. Une pareille idée ne pouvoit être reçûe par un aussi habile Anatomiste ; enfin quoiqu'il fût très-convaincu qu'il devoit absolument y avoir un conduit propre à porter la semence du testicule à l'épididime, il ne peut rien trouver de pareil dans ses premieres recherches ; & après les avoir bien multipliées, voici ce qui lui a paru de plus probable.

Dans l'automne dernier, il remarqua, mais il croit l'avoir remarqué trop peu, un vaisseau qu'il appelle vaisseau de communication pour le passage de la semence du testicule à l'épididime ; sa route est des plus longues & des plus extraordinaires ; ce vaisseau est aussi délicat qu'un vaisseau lymphatique, il sort de la partie supérieure du testicule qui regarde l'anus, au-dessus des veines & des arteres spermatiques, il rampe d'abord sur la membrane adipeuse, toûjours dénué de graisse en cet endroit, sur laquelle il s'éleve d'environ 4 ou 5 lignes, & se cache ensuite dans la graisse ordinaire à cette membrane, à travers laquelle s'étant encore élevé de 3 ou 4 lignes, il finit dans un corps glanduleux qui est large d'environ 2 lignes, & épais d'une. Ce corps en s'allongeant descend vers l'épididime sous la figure d'un canal toûjours de même nature, c'est-à-dire, glanduleux, qui n'a qu'un peu plus de demi-ligne de diametre, & qui grossit en se joignant à l'épididime, d'où sort le vaisseau déférent.

M. Sarrazin ajoûte que ce qui lui donne plus de disposition à croire que la route qui vient d'être décrite, est fort propre pour le transport de la semence du testicule à l'épididime du Rat musqué, c'est qu'il a observé une structure assez semblable dans le Rat domestique.

* Fig. 10. cc. Les vesicules séminales * paroissent parfaitement dans le tems du rut, elles sont si engagées sous l'os pubis qu'il faut le détruire pour les bien reconnoître ; elles ont environ quatorze lignes de long ; elles laissent entr'elles de distance en distance, des échancrures entre lesquelles il y a des vésicules qui contiennent une liqueur blanche, qui se mêle avec la

ſemence ; elle repréſente aſſez bien une croſſe dont la courbure ſe renverſe ſur les muſcles pſoas ; elles ſont pointues par en-bas, & leurs conduits excrétoires ſe réuniſſent avec les extrémités des déférens ; ſçavoir le droit avec le droit, & le gauche avec le gauche ; de ſorte que tous les quatre ne ſont que deux conduits qui finiſſent dans l'uretre par deux ouvertures qui y ſont pratiquées. Il y a auſſi pluſieurs petits paquets de glandes fort ſpongieuſes & véſiculaires, à peu-près comme le ſont les poumons d'une très-petite grenouille ; elles s'ouvrent auſſi dans l'uretre par pluſieurs petits trous ſitués autour de l'iſſue des déférens, il en coule une ſéroſité griſâtre qui ſe mêle avec la ſemence, apparemment pour la rendre plus fluide ; ces véſicules ſervent probablement de proſtates.

Voilà l'état parfait des parties de la génération du Rat muſqué, mâle & femelle, c'eſt-à-dire l'état de ces parties dans le tems du rut. M. Sarrazin remarque que le Rat domeſtique fournit alors à-peu-près les mêmes obſervations. Mais il eſt bien ſingulier, & il eſt particulier à notre animal, qu'à meſure que ſon amour s'affoiblit, que la plûpart des organes de la génération s'effacent ; les teſticules, l'épididime, les véſicules ſéminales, * les vaiſſeaux déférens, & même les follicules commencent à ſe flétrir. On trouve bien encore dans le mois de Juillet, & même dans le mois d'Août, les teſticules ſitués à côté de l'anus, mais ils ont perdu leur blancheur naturelle, & ſont devenus d'une couleur rouge pâle. On trouve l'épididime marqué de blanc & de rouge, & d'une ſubſtance ſerrée, repréſentant un paquet de glandes conglomérées pour lequel même M. Sarrazin l'a pris autrefois. Les véſicules ſéminales diminuent de volume, n'ont plus leur conſiſtance ni leur couleur ordinaire, elles ont ſeulement conſervé la courbure de croſſe. * *Id.*

Les glandes ſpongieuſes ou proſtrates, ont acquis une conſiſtance un peu plus dure, & elles ſont plus opaques.

Les follicules ſont diminuées, mais elles ont plus parfaitement conſervé leurs figures extérieures.

On trouve dans le mois de Septembre & d'Octobre, la

* Fig. 14. ff. membrane adipeuse, * déja élevée & rapprochée des reins, en s'étendant sur les muscles psoas; & comme si elle étoit

* gg. douée de quelque ressort, elle tire elle-même le testicule * &

* ee. l'épididime * hors des bourses, qui à cause de l'adhérence dont il a été parlé, sont aussi tirées & renversées dans l'abdomen, & leur fait représenter la figure du cône renversé, dont la pointe est fixée à la hauteur du col de la vessie.

* Fig. 15. k k. A mesure que la membrane adipeuse * s'éleve encore, non-

* ii. seulement le testicule * qui est enchassé dans son bord extérieur s'éleve aussi, mais il change de situation & de figure, de consistance & de couleur, d'une maniere si extraordinaire qu'il n'est plus connoissable, il se rapproche entierement des reins. Il est rond alors, & a environ trois lignes de superficie, il a l'épaisseur d'une ligne au milieu, & en diminue en approchant de sa circonférence, où elle se réduit à rien; sa consistance est ferme, & il est d'un rouge foncé.

L'épididime est toûjours le même, il est fixé à la hauteur du col de la vessie, comme il a été dit, parce qu'il est attaché à la pointe du cône, qui ne lui permet pas de changer de place. C'est le tems où l'on connoît le mieux l'interruption du déférent, depuis le testicule jusques à l'épididime, d'où il continue jusqu'au col de la vessie, & où il paroît peu, n'ayant plus ni le même volume ni la même couleur, car il est un peu rouge.

M. Sarrazin a disséqué quelques Rats dans le mois de Novembre, & qui s'étoient déja renfermés dans leurs loges, alors il a trouvé la membrane adipeuse tout-à-fait déployée, c'est-à-dire, qu'elle s'étendoit depuis la pointe du cône auquel l'épididime est attachée, jusqu'à cinq ou six lignes des reins. Le testicule qui n'en paroît plus un, & qui est appuyé sur les muscles psoas, est situé à distance égale des reins & des anneaux; il y a cependant quelques vieux Rats qui conservent encore l'étendue du testicule du tems du mois de Septembre, & d'autres qui n'ont que deux lignes en superficie. Les vésicules séminales n'avoient plus alors que deux ou trois lignes; il est vrai que c'étoient des Rats de douze ou quinze mois:

mais il y a bien de l'apparence qu'elles sont toûjours fort petites dans les jeunes, & dans les vieux pendant l'hiver.

Les follicules ne paroissent presque plus dans ce mois; il y en a qui ne sont plus qu'un peu de graisse; il les a vûes dans un Rat musqué, simplement dessinées par un tissu couvert de la membrane qui les enveloppe, & qui paroissoient dessous comme un portrait qu'on a couvert d'une toile très-fine & très-claire. Pour leurs conduits excrétoires, ils se conservent toûjours un peu. Ce sont là les changemens auxquels le Rat musqué est sujet, après que le rut est parfaitement passé.

Les pieds de devant du Rat musqué sont semblables à ceux de tous les animaux qui rongent. Pour ceux de derriere, * ils n'ont aucune ressemblance aux pieds du Rat domestique, non plus qu'à ceux du Castor & du Rat musqué décrit par Clusius. Il dit que ce dernier a les pieds de derriere garnis de membranes; le nôtre a les doigts séparés les uns des autres; il regne seulement le long de la partie latérale de chaque doigt une membrane qui a moins de demi-ligne; elle est garnie de poils rudes, & fort serrés les uns contre les autres; ensorte que les doigts, la membrane, & les poils arrangés d'une certaine maniere, forment un instrument large d'environ douze lignes qui est très propre à nager, mais qui ne vaut pas cependant le pied du Castor, aussi ne nage-t-il pas si vîte. Il marche en canne, mais beaucoup moins que le Castor & que les oiseaux de rivieres. Ce mouvement est produit, ou du moins aidé, par un muscle très-fort, dont les principes (car il en a plusieurs) sont attachés sur le *coxis*, & sur l'os *sacrum*. Il vient en se retrécissant, s'implanter par un tendon épanoüi. Il couvre le genou plus en dehors qu'en dedans, il tient encore à la partie latérale extérieure & supérieure du péroné. Ce qui prouve que ce muscle peut faire les fonctions de rotateur & d'extenseur, & avoir l'usage de tirer la jambe & la cuisse en dehors, entraîner avec elle le train de derriere de l'animal, & le faire marcher en canne, d'autant que les autres extenseurs ne l'égalent pas en force; ils servent tous à pousser

* Fig. 16. 11.

avec les pattes de derriere, la terre que le Rat musqué a fossoyée avec les pattes de devant. Sa force pour nager est augmentée, parce qu'il décrit avec sa patte une ligne courbe, plus longue par conséquent que si elle étoit droite ; elle l'est encore par la maniere dont cette patte est tournée, l'étant en dehors, elle se présente toûjours également contre l'eau. Ceci à la vérité est commun à la plûpart des animaux qui sont également terrestres & aquatiques.

EXPLICATION DES FIGURES.

ON n'a pas dans le Canada des Dessinateurs à choisir. On ne sçauroit s'attendre d'y en avoir de bien au fait de dessiner des dissections anatomiques, ce qui demande un talent acquis par l'habitude. M. Sarrazin a été obligé de se servir de ceux qu'il y a trouvés, qui ne lui ont pas donné des desseins aussi parfaits qu'il les eût souhaités. Tels qu'ils sont, ils n'aideront cependant pas peu à faire entendre les observations qu'ils ont accompagnées.

PLANCHE I.

La *Fig.* 1 *&* 2 sont celles du Rat musqué, en deux attitudes différentes.

La *Fig.* 3 représente la loge de cet animal vûe par dehors, *e* en est l'entrée.

La *Fig.* 4 est le plan ou la coupe horizontale de la même loge, & la *Fig.* 5 en est la coupe verticale ; *ff* en est le mur intérieur composé de joncs liés avec de la terre. *gg* est la couche de jonc sans mêlange de terre, qui couvre le mur intérieur. *h*, le rez de chaussée. *i*, un étage où ils peuvent se retirer quand les eaux s'élevent jusqu'en *h*.

PLANCHE. II.

La *Fig.* 6 est celle de l'estomac du Rat musqué.

La *Fig.* 7 est celle de la vessie marquée *n*.

La *Fig.* 8 fait voir trois ouvertures, *p*, celle de l'anus ; *q*, celles des parties naturelles; *r*, celle de l'écoulement des urines.

La *Fig.* 9 repréſente la figure & la ſituation des parties que M. Sarrazin nomme les follicules, qu'on nomme communément Rognons de Muſc.

PLANCHE III.

La *Fig.* 10 & les ſuivantes, ſont principalement deſtinées à faire voir les parties de la génération & leurs différentes ſituations dans différentes ſaiſons de l'année. Dans cette figure 10, les teſticules *x x* ſont auprès de l'anus, comme on les y trouve dans le tems du rut.

La *Fig.* 11 raſſemble toutes les parties de la génération, dans l'état où elles ſont dans la ſaiſon du rut, nous nous arrêterons à la détailler plus que les autres, parce que les lettres qu'on trouve dans le corps du Mémoire ne renvoient point à cette figure générale, mais ſeulement à des figures particulieres.

a, La Verge.

b, Les Follicules.

c, Les conduits excrétoires des Follicules, qui deſcendent le long des parties latérales de la Verge juſqu'au Balanus.

d, La Membrane adipeuſe à qui M. Sarrazin attribue la fonction de muſcles cremaſter, & qui eſt en partie repliée ſur elle-même, & abaiſſée ſur les anneaux.

e, Ce qui paroît obſcur ou noirâtre dans la membrane, en repréſente la partie qui eſt garnie de graiſſe.

f, Ce qui paroît blanc dans la membrane n'a point de graiſſe.

g, Les Teſticules dans leur ſituation du tems du rut, ſçavoir au mois d'Avril & de Mai, & quelquefois dans le mois de Juin.

h, Le Teſticule droit dépouillé de ſon enveloppe, appellée bourſe.

i, Son Epididime auſſi dépouillé, & naturellement ſéparé du Teſticule.

l, Le Déférent ſortant de l'Epididime du même Teſticule.

m, Le Teſticule gauche renfermé dans ſa bourſe.

n, L'épididime auſſi renfermé dans la même bourſe.

o, Le Déférent.

p, Arteres ſpermatiques.

q, Veines ſpermatiques.

r, Proſtates.

s, Véſicules ſéminales.

t, Reins.

u, Glandes ſubrénales mal placées, elles devroient être plus bas, on n'en trouve pas dans tous les Rats.

x, Ureteres.

La *Fig*. 12 donne auſſi une diſpoſition générale des parties de la génération du Rat muſqué, après le tems du rut, ſçavoir dans les mois de Juin & Juillet.

a, La membrane adipeuſe développée & élevée fort proche des Reins.

b, La partie noire repréſente la graiſſe de la membrane.

c, La partie blanche repréſente l'endroit où il n'y a point de graiſſe.

d, La Verge.

e, Les Proſtates.

f, La Veſſie.

Les Follicules ne paroiſſent point dans cette figure.

g, Conduits excrétoires des Follicules.

h, Les Teſticules tirés hors des bourſes, par l'élévation de la membrane adipeuſe dans les mois de Juin & Juillet.

Ils ſont changés de figures dans le même tems, & ſont fort ronds & fort applatis.

Ils le ſont beaucoup plus dans les mois d'Août, de Septembre & d'Octobre, & ſont fort élevés & diminués en tout ſens & encore plus dans le commencement de l'hiver.

i, L'épididime qui eſt toûjours adhérent au fond de la bourſe, eſt depuis le mois de Juin juſques au rut ſuivant, tiré dans le ventre par l'élévation de la membrane, & aſſujetti & fixé à la hauteur du col de la veſſie, où il eſt retenu par les bourſes, pour lors renverſées, & qui ne lui permettent pas de s'élever davantage.

m, Les

m, Les bourſes renverſées.

n, Le vaiſſeau de communication qui va ſe perdre dans une ſubſtance glanduleuſe de la nature des conglomérées.

o, La ſubſtance glanduleuſe.

p, Canal qui eſt une continuation de la ſubſtance glanduleuſe, & qui deſcend vers l'épididime.

r, L'épididime.

s, Le Déférent.

t, Arteres ſpermatiques.

u, Veines ſpermatiques.

x, Bandelettes de graiſſe.

PLANCHE IV.

La *Fig.* 13 fait voir les teſticules *ii*, tels qu'ils ſont ſitués dans les mois d'Août & de Septembre. On y voit auſſi les muſcles érecteurs 5, & les accélérations 6, & entre eux une glande 7.

La *Fig.* 14 montre les teſticules dans l'état où ils ſont dans le mois d'Octobre.

Dans la *Fig.* 15 les teſticules renverſés ſur les cuiſſes, & tirés hors de leur place.

La *Fig.* 16 eſt une portion du derriere de l'animal, *d* ſa queue, *ll* ſes pattes.





MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences, établie à Montpellier ont envoyé à l'Académie l'ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles comme ne faiſant qu'un ſeul corps, aux termes des ſtatuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MANIERE DE PRE'PARER, DE DE'PURER ET DE BLANCHIR LE CRYSTAL DE TARTRE.

Par M. FIZES.

QUELQUE aiſée que paroiſſe la préparation du cryſtal de tartre, il faut néanmoins convenir qu'il ne s'en fabrique nulle part de ſi pur & de ſi blanc qu'aux environs de Montpellier. C'eſt ce qui, depuis pluſieurs années, a fait regarder cette préparation comme une marchandiſe dont une partie ſe conſomme dans le Languedoc même, aux uſages de la Médecine & de la teinture, & l'autre eſt envoyée dans les autres provinces du Royaume & dans les pays Etrangers.

La facilité d'avoir une grande quantité de tartre crud, & une terre qui ſemble être convenable pour cette opération, l'a comme appropriée à ce pays.

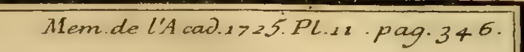


Fig. 1.



Fig. 3.

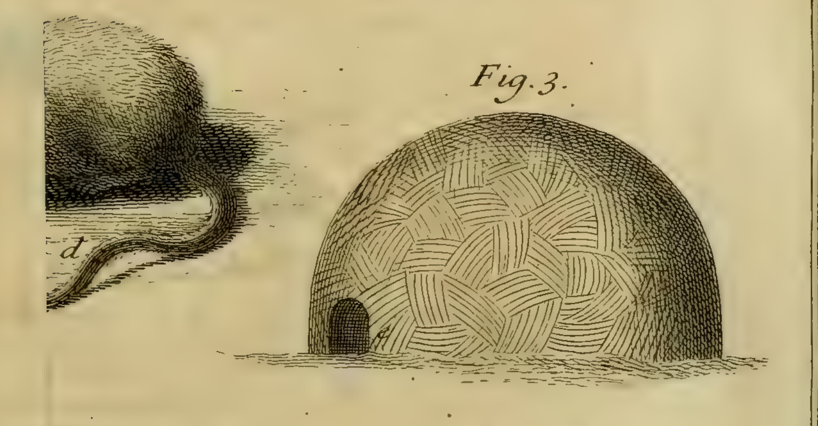
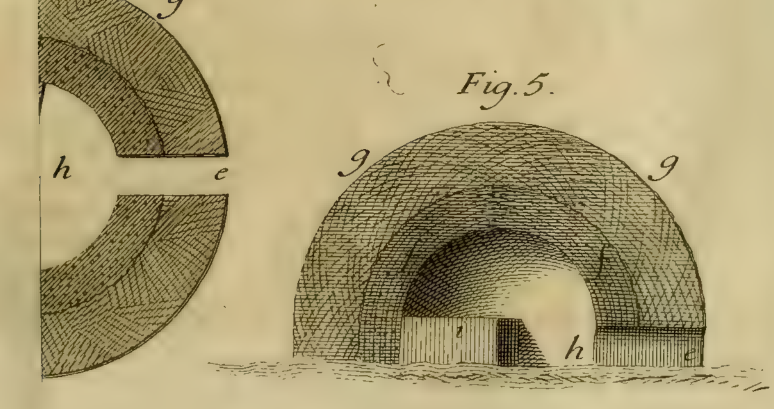
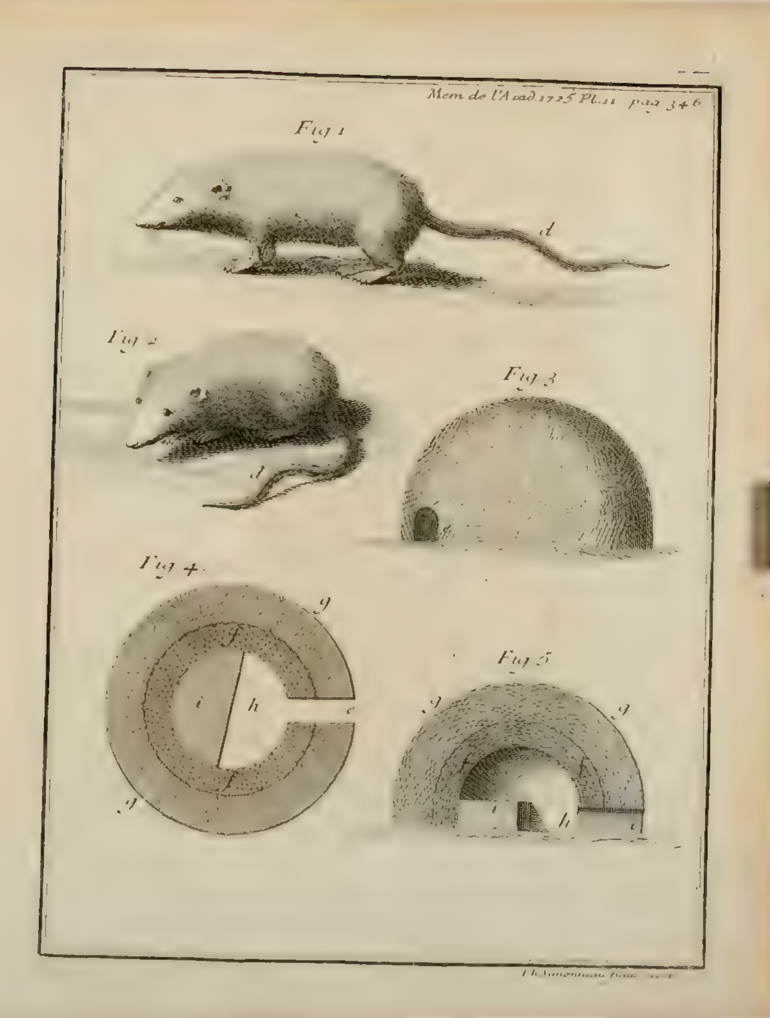
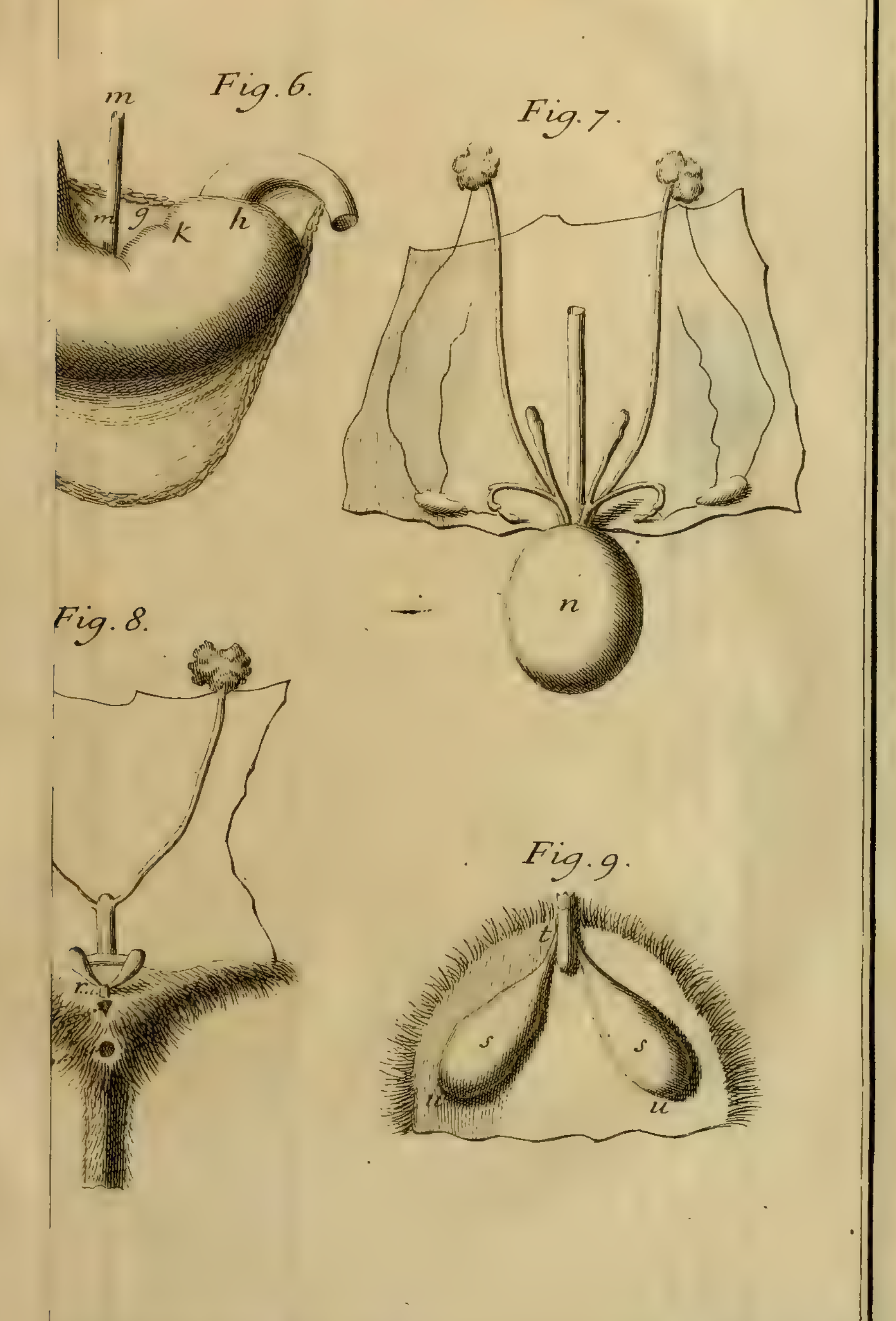


Fig. 5.

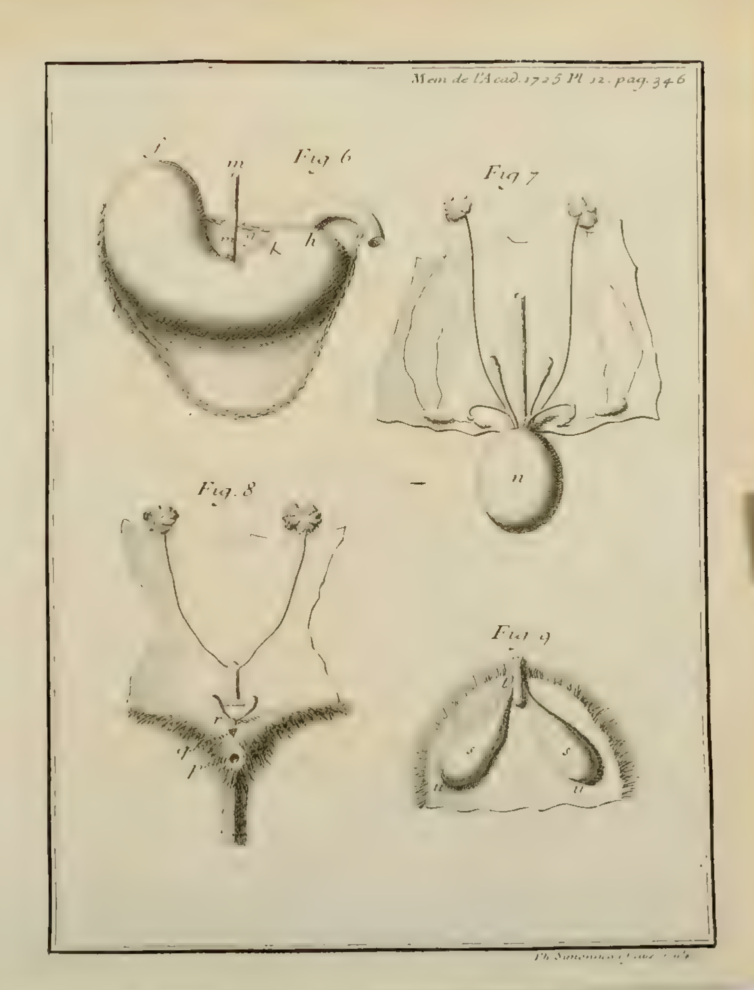


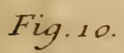
Ph. Simonneau filius sculp.


Mem de l'Acad. 1725 Pl. 11 pag 346
Fig 1
d
Fig 2
d
Fig 3
Fig 4.
g
f
i
h
e
f
g
Fig 5
g
g
f
i
h
e



Ph. Simonneau filius sculp.


Mem de l'Acad. 1725 Pl. 12. pag. 346
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9



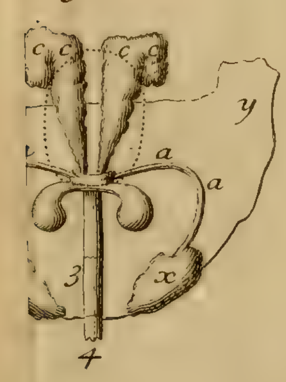


Fig. 11.

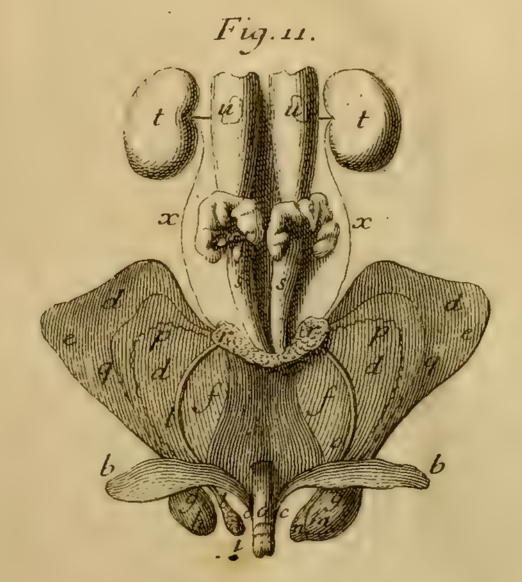
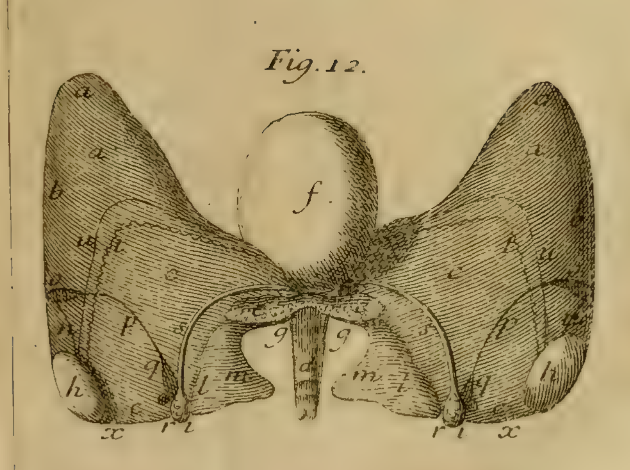


Fig. 12.



Ph. Simonneau filius sculp.

Fig 10

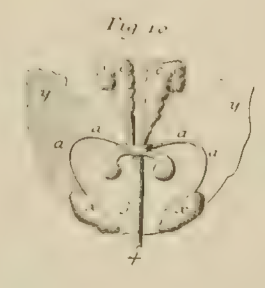
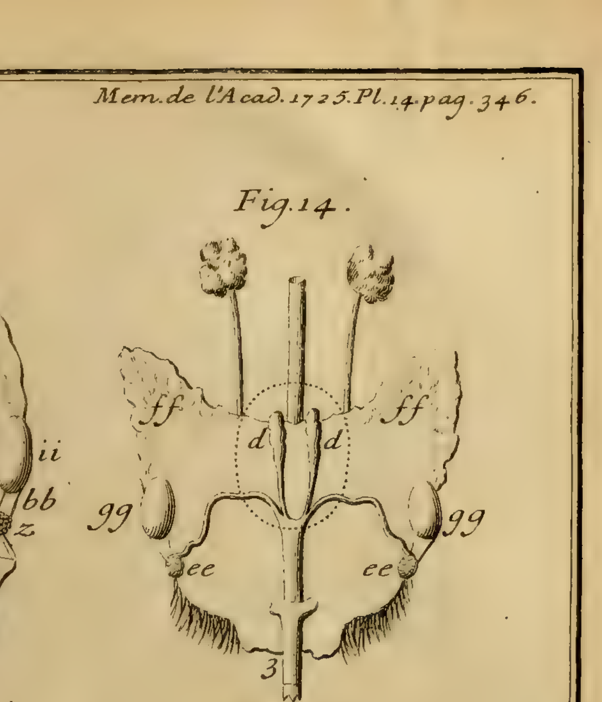


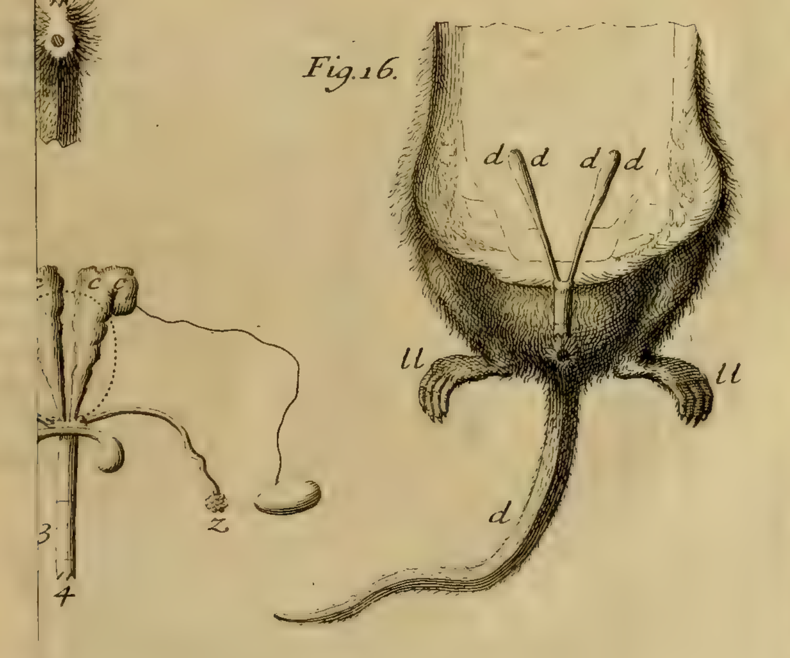
Fig 11



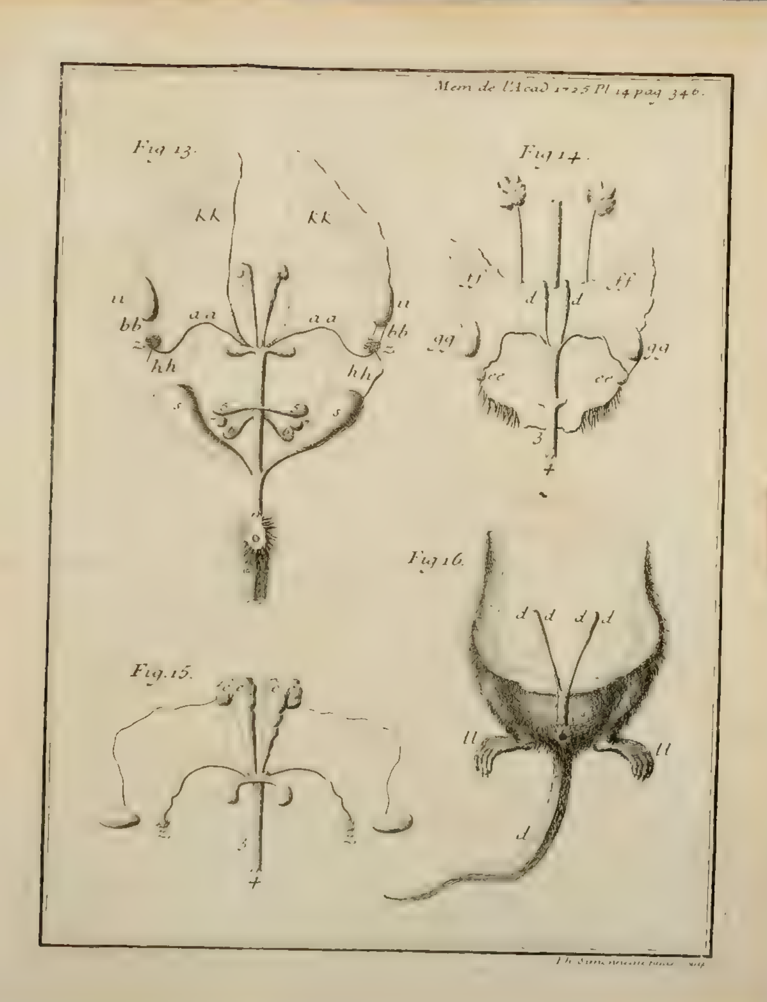
Fig 12







Ph. Simonneau filius Sculp.



Mem de l'Acad 1725 Pl 14 pag 346.
Fig 13.
Fig 14.
Fig 16.
Fig.15.

Les endroits où il se fabrique donc plus de cryſtal de tartre, ſont *Calviſſon* & *Aniane*, éloignés l'un & l'autre de Montpellier, d'environ cinq lieues, & de ſept à huit entre eux. C'eſt principalement à Aniane que je me ſuis éclairci du détail du procédé de cette préparation, & que j'en ai obſervé avec attention les moindres circonſtances.

Les inſtrumens qui ſervent pour faire le cryſtal de tartre, ſont, 1°. une grande chaudiere de cuivre appellée *Boulidou*, qui tient environ quatre cens pots de la meſure du pays. Elle eſt enchaſſée toute entiere dans un fourneau.

2°. Une cuve de pierre plus grande que la chaudiere, & placée à ſon côté à deux pieds de diſtance.

3°. Vingt-ſept terrines verniſſées, qui toutes enſemble tiennent un peu plus que la chaudiere. Ces terrines ſont rangées en trois lignes paralleles, neuf ſur chaque ligne; la premiere rangée eſt à trois ou quatre pieds de la chaudiere & de la cuve, les deux autres ſont entr'elles à une petite diſtance comme d'un pied.

4°. Neuf manches ou chauſſes d'un drap groſſier appellé *Cordelat*; ces manches auſſi larges par le bas que par le haut, ont environ deux pieds de longueur ſur neuf pouces de largeur.

5°. Quatre chaudrons de cuivre, qui tous enſemble tiennent autant que la chaudiere; ils ſont à peu près égaux, & d'environ cent pots chacun; ils ſont placés ſur des appuis de maçonnerie éloignés du fourneau.

6°. Un moulin à meule verticale pour mettre le tartre crud en poudre. Il y a encore quelques autres inſtrumens de moindre conſéquence dont il ſera fait mention dans la ſuite de ce Mémoire.

L'on commence à travailler vers les deux à trois heures du matin, en faiſant du feu ſous la chaudiere que l'on a remplie la veille de deux tiers de l'eau qui a ſervi aux cuites du tartre de ce même jour, & d'un tiers d'eau de fontaine, Lorſque l'eau commence à bouillir, ou y jette trente livres de tartre en poudre, & un quart d'heure après on verſe

avec un vaiſſeau de terre la liqueur bouillante dans les neuf manches qui ſont ſuſpendues à une perche placée horiſontalement ſur trois fourches de bois de trois pieds & demi de haut. Les neuf premieres terrines qui ſe trouvent ſous ces manches étant preſque pleines, on les retire, & on place ſucceſſivement ſous ces manches les autres terrines.

Dans l'eſpace de moins d'une demi-heure, & l'eau filtrée étant encore fumante dans ces terrines, on voit des cryſtaux ſe former ſur la ſurface, il s'en forme auſſi dans le même tems contre les parois & aux fonds des terrines.

Pendant que les cryſtaux ſe forment ainſi, les ouvriers ſans perdre de tems verſent dans la chaudiere l'eau qui a été retirée des quatre chaudrons où s'eſt achevé le jour précédent le cryſtal de tartre, & quand elle commence à bouillir on y jette trente livres de tartre crud en poudre : cependant l'on verſe par inclination l'eau des vingt-ſept terrines dans la cuve de pierre, ayant eu ſoin avant de la verſer de remuer avec la main la ſurface de cette eau, afin d'en faire précipiter ſur le champ les cryſtaux au fond de la terrine ; après que ces terrines ont été vuidées on y voit les cryſtaux attachés au fond & aux côtés ; pour lors le tartre ſe trouvant avoir bouilli un quart d'heure, on filtre comme auparavant la liqueur bouillante dans les mêmes vingt-ſept terrines chargées des cryſtaux précédens ; & pendant que cette liqueur ſe réfroidit, & qu'il ſe forme de nouveaux cryſtaux, on fait, ſans perdre de tems, paſſer l'eau de la cuve dans la chaudiere, en la verſant avec un vaiſſeau de terre, & lorſqu'elle commence à bouillir, on y jette la même quantité de tartre crud en poudre qu'aux deux autres cuites. On filtre enſuite dans les mêmes terrines dont on vient de vuider l'eau dans la cuve, & qui ſont chargées de plus en plus de cryſtaux ; en un mot on fait dans la journée ſucceſſivement cinq cuites & cinq filtrations ſemblables, en ſe ſervant pour les trois dernieres cuites, de l'eau que l'on a verſée des terrines dans la cuve.

Il s'employe environ deux heures & demie à chaque cuite,

y comprenant la filtration qui la ſuit & qui ſe fait en peu de tems, enſorte que la cinquieme cuite finit vers les trois heures du ſoir. On laiſſe alors réfroidir les terrines pendant deux heures, & après en avoir verſé l'eau dans la cuve, on les trouve fort chargées de cryſtaux, que les ouvriers appellent les *pâtes*. Quand ils ont verſé l'eau des terrines dans la cuve, ils ont laiſſé ces pâtes avec aſſez d'humidité pour pouvoir les détacher plus commodément avec une racloire de fer, & les ayant ainſi ramaſſées, ils en rempliſſent quatre terrines où ils les laiſſent raſſeoir un quart d'heure, pour que l'eau qui ſurnage s'en ſépare, afin de pouvoir la verſer dans la cuve. Ces pâtes paroiſſent pour lors, graſſes, rouſſes & pleines de cryſtaux blanchâtres; on lave par trois fois avec de l'eau de fontaine dans ces mêmes terrines ces pâtes, les y agitant avec les mains & les retournant pluſieurs fois les unes ſur les autres, l'eau qui a ſervi à la premiere de ces lotions que l'on verſe après eſt très-foncée, celle de la deuxieme eſt rouſſâtre, & celle de la troiſieme un peu trouble; enfin les pâtes deviennent d'un blanc tirant ſur le roux.

L'on remarquera ici 1°. qu'après chaque filtration qui ſuit la cuite, on nettoye les manches, 2°. que les eaux que l'on verſe par inclination des terrines dans la cuve après la formation des cryſtaux, ſont d'un roux foncé, & d'un goût aigrelet, 3°. qu'après la derniere cuite l'on retire de la cuve l'eau du deſſus, dont on emplit les deux tiers de la chaudiere pour ſervir avec un tiers d'eau de fontaine à la premiere cuite qui doit ſe faire le lendemain matin, comme on l'a dit au commencement de l'opération; on fait écouler le reſte de l'eau de la cuve en débouchant un trou dont elle eſt percée auprès du fond, & comme l'on trouve ordinairement encore quelques quantités de pâte ramaſſées au fond de la cuve, on les lave dans quatre ou cinq pots d'eau froide différente, pour les metre à profit avec les autres.

Toutes ces pâtes ayant été formées par le travail de toute la journée, elles ſont miſes en réſerve dans un baquet, pour être employées le lendemain, comme nous l'allons dire.

A dix heures du matin on remplit d'eau de fontaine les quatre chaudrons de cuivre qui ſont placés ſur une même ligne au fond de l'attelier ſur des petits murs de la hauteur de deux pieds, afin de pouvoir aiſément faire du feu deſſous, & le retirer enſuite quand il le faut. Cependant on a détrempé un peu auparavant dans une terrine, avec quatre ou cinq pots d'eau, quatre ou cinq livres d'une terre qui ſe trouve à deux lieues de Montpellier auprès d'un village appellé *Merviel.* Cette terre eſt une ſorte de craie blanche, compoſée d'une ſubſtance graſſe, qui blanchit l'eau & la rend comme du lait épais, & d'une ſubſtance ſabloneuſe, dure, qui ne peut ſe diſſoudre & qui reſte au fond de la terrine. On verſe doucement cette eau blanchie dans deux chaudrons, on fait ſur le champ une nouvelle détrempe de pareille quantité de cette terre blanche, & on l'employe comme la premiere pour blanchir l'eau des deux autres chaudrons, prenant garde en verſant qu'il ne tombe rien de la partie ſabloneuſe qui doit reſter toute entiere au fond de la terrine en petits morceaux.

L'eau des quatre chaudrons étant ainſi blanchie, on allume le feu, & lorſqu'elle eſt bouillante, on y jette les pâtes, qu'on diſtribue également dans chacun; on continue l'ébullition, & il ſe forme bientôt une écume blanchâtre & ſale, que l'on retire par le moyen d'une ſorte d'écumoire de toile groſſiere; peu de tems après, & la liqueur continuant à bouillir, il ſe forme ſur la ſurface une crême, & lorſqu'on a encore laiſſé bouillir un quart d'heure, on retire entiérement le feu de deſſous les chaudrons. La crême pour lors durcit peu à peu, & paroît inégale, raboteuſe & comme ondée. On laiſſe ces chaudrons ſans feu & ſans y toucher que le lendemain vers les trois ou quatre heures du matin, tems ſuffiſant pour que l'opération ſoit achevée. Cette crême, de molle qu'elle étoit, eſt devenue une croûte blanche & raboteuſe, qui couvre entierement la ſurface de l'eau, elle eſt épaiſſe d'une ligne & demie, & n'eſt pas ſi dure que celle que l'on trouve attachée à toute la ſurface du fond & des côtés du chaudron,

la premiere ſe nomme *crême de tartre*, & la ſeconde *cryſtal de tartre*, celle-ci eſt épaiſſe d'environ trois lignes, & a ſes cryſtaux plus diſtincts ; quoique je n'aye pû cependant y rien obſerver de régulier, on voit ſeulement d'un côté & d'autre qu'ils ont différentes facettes luiſantes.

Voici la maniere dont on retire toutes ces concrétions ſalines. On creve en différens endroits la croûte de la ſurface, on jette par deſſus de l'eau avec la main, & quoiqu'elle ne ſoit ſecoüée qu'aſſez foiblement, on la voit ſe précipiter ſur le champ. On vuide enſuite l'eau dans les baquets, en faiſant pancher le chaudron, elle ſort rouſſe & aſſez claire juſques vers le fond où elle devient alors épaiſſe, trouble & plus foncée ; quand on eſt parvenu à la voir de cette couleur, on jette dans le chaudron cinq ou ſix pots d'eau de fontaine que l'on renverſe d'abord, & en frappant les bords de ce chaudron avec une piece de fer, on fait par cet ébranlement ſéparer & tomber par morceaux le cryſtal de tartre dans le fond du chaudron où il ſe mêle avec la crême de tartre qui y a déja été précipitée. On jette encore de l'eau de fontaine, & on remue le tout enſuite avec la main, enſorte que cette eau qui a ſervi à cette lotion n'en ſort que trouble, blanchâtre, & chargée de cette terre que l'on avoit employée on continue ces lotions juſqu'à ce que l'eau ſorte claire. On ramaſſe enſuite le cryſtal de tartre mêlé avec la crême, on l'étend ſur des toiles pour les faire ſécher, ou au ſoleil ou à l'étuve, & on a pour lors le cryſtal de tartre très-dépuré & bien blanc.

Il faut être attentif à ſéparer dans les tems marqués le cryſtal de tartre parce que ſi on le laiſſoit quelque heure de plus dans le chaudron les cryſtaux rouſſiroient.

Lorſqu'on fait cette ſéparation, l'eau eſt encore un peu tiéde & a un goût aigrelet ; ſi on la laiſſoit entierement refroidir, la crême de tartre ne ſe ſoûtiendroit plus ſur la ſurface, mais ſe précipiteroit d'elle-même.

L'on retire de chaque chaudron vingt-deux à vingt-trois livres de cryſtal & de crême de tartre priſes enſemble,

ensorte que cent cinquante livres de tartre qui ont été employées en cinq cuites, fournissent quatre-vingt-huit ou quatre-vingt-douze livres tant de crystal que de crême. Ainsi le tartre crud ordinaire fournit les trois cinquiemes de son poids ou environ; mais le tartre blanc crystallin & bien choisi en fournit les deux tiers.

Enfin l'eau claire, rousse & aigrelette que l'on a retirée des chaudrons, se garde dans des baquets pour le lendemain matin, où elle est employée à la seconde cuite, comme il a été dit ci-devant; cette eau n'est pas si obscure ni si épaisse que celle que l'on retire des terrines après la formation des pâtes.

Pour m'assûrer d'avoir bien pris le procédé de cette opération, je la fis à mon retour d'*Aniane* avec M. Carquet le jeune, Maître Apothicaire de cette ville, avec lequel j'avois fait sur le lieu même ces observations. Nous employâmes en cinq cuites vingt livres de tartre, & gardâmes les proportions de mêlange d'eau de fontaine & d'eau aigrelette, & le tems des filtrations différentes, & fîmes l'usage de la terre de Merviel dans une quantité proportionnée, en observant exactement ce que nous avions vû à Aniane, & le lendemain nous retirâmes douze livres quelques onces de crystal de tartre, aussi bon que celui d'Aniane.

L'on remarquera par la maniere dont cette derniere opération s'est faite, qu'il n'est pas absolument nécessaire d'employer de l'eau aigrelette du jour précédent pour la premiere cuite du tartre, & que c'est moins pour se servir d'eau mere que l'on l'employe, que parce que les ouvriers s'en trouvant fournis par leur travail continué, ne veulent point la perdre; j'ai crû cependant que je ne devois rien changer à ce que j'avois vû pratiquer, pour que l'on comprit que ce travail est un enchaînement d'opérations d'un jour à l'autre.

Deux ouvriers travaillant assiduement à cet attelier, suffisoient à ce travail, dans lequel quatre-vingt-dix livres de sel essentiel tirées par jour, sont le produit de cent cinquante livres de tartre.

Tout

Tout ce procédé se réduit à deux opérations, la premiere est la formation des pâtes, & la seconde le blanchissage; dans la premiere on a séparé les parties terreuses du tartre & les visqueuses les plus grossieres qui ont resté sur les filtres, sous la forme d'une pâte noirâtre; & dans la seconde on est parvenu à la perfection du crystal, dont l'opération n'étoit qu'ébauchée dans la formation des pâtes, puisque c'est par le moyen de cette derniere qu'on a enlevé aux crystaux de tartre les parties grasses, rousses & inutiles dont il se trouvoit encore chargé, parce qu'elles avoient échappé aux filtres, & n'avoient pas cédé aux lotions.

C'est à la terre de Merviel que l'on doit attribuer cette dépuration exacte. Cette terre est composée de deux sortes de parties, comme nous l'avons déja fait remarquer, dont l'une est grasse & se dissout dans l'eau, & l'autre maigre, sabloneuse & qui n'y sçauroit nager. Cette partie sabloneuse sert à faire avec de l'Alquifou, une sorte de vernis grossier qui s'employe par les Potiers de Terre. Mais la partie qui blanchit l'eau, est une terre vraiement savoneuse, qui s'allie avec les parties visqueuses & grasses des pâtes, & les détache du sel essentiel du tartre, ensorte que ce sel a par ce moyen (suivant les différens degrés de pesanteur de ses parties intégrantes) la liberté de se crystalliser, tant au fond du chaudron que sur ses parois, & de se tenir par ses parties les plus légeres en suspend sur la surface de l'eau où il forme la croûte qui s'appelle *Crême de Tartre.* Cependant cet alliage des parties de la terre de Merviel & des visqueuses du tartre, se précipite peu à peu au fond du chaudron sur la croûte saline qui s'y est faite la premiere, comme étant la plus pesante: mais comme les parties savoneuses de cette terre sont absolument encore plus pesantes que les visqueuses du tartre, elles ont le tems pendant l'espace des quinze heures de repos qu'on leur laisse, de se précipiter davantage au fond de l'eau, & à mesure qu'elle se refroidit; & les visqueuses du tartre demeurent ainsi flottantes au-dessus des savoneuses de la terre de Merviel, sans se remêler avec le reste de l'eau, à cause de leur pesanteur;

c'eſt pourquoi l'eau des chaudrons, lorſqu'on la verſe, ne paroît trouble qu'à meſure qu'on arrive auprès du fond, où d'abord elle eſt épaiſſe & noirâtre, & enfin blanche & terreuſe. Par cette même raiſon l'eau que l'on verſe la premiere eſt un peu rouſſe, parce que les parties viſqueuſes les moins groſſieres & les moins peſantes du tartre s'étant dégagées peu à peu de la terre ſabloneuſe, ſont venues à flotter dans toute l'étendue de l'eau ; & c'eſt pour cela que ſi on laiſſoit le cryſtal de tartre ſans le retirer quelque tems au-delà des quatorze ou quinze heures marquées, il ne manqueroit pas de rouſſir, comme l'expérience l'a appris.

Il y apparence qu'il pourroit ſe trouver des terres ſavoneuſes par le moyen deſquelles on pourroit blanchir le cryſtal de tartre, auſſi-bien qu'avec celle de Merviel, puiſqu'on ne ſe ſert de celle-ci que depuis peu d'années, car on employoit auparavant une autre très-graſſe, aſſez commune dans tout ce pays, & ceux qui travaillent à Aniane à cette opération, ſe ſervoient il y a quelques années d'une ſorte de terre blanche qu'ils trouvoient dans leur propre terroir : mais comme l'expérience leur a appris que celle-ci rendoit ce cryſtal plus net & plus blanc, ce leur a été une raiſon de la préférer à toute autre.

FIN.

